知识必备 12　相似三角形

相似三角形（含位似）

- **比例的基本性质**
  - 性质1（基本性质）：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow ad=bc(abcd\neq 0)$
  - 性质2（合比性质）：如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}(bd\neq 0)$，那么$\frac{a\pm b}{b}=$①$\frac{c\pm d}{d}$
  - 性质3（等比性质）：如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\cdots=\frac{m}{n}(b+d+\cdots+n\neq 0)$，则$\frac{a+c+\cdots+m}{b+d+\cdots+n}=\frac{a}{b}$
  - 黄金分割：如图1，点C把线段AB分成两部分，如果$\frac{AC}{AB}=\frac{BC}{AC}$，那么称线段$AB$被点$C$黄金分割，点$C$为线段$AB$的黄金分割点，$AC$与$AB$（或$BC$与$AC$）的比称为黄金比，即$\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0.618$

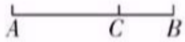


图 1

- **平行线分线段成比例**
  - 基本事实：两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例. 如图2，当$l_3/\!/l_4/\!/l_5$时，有$\frac{AB}{BC}=$②$\frac{DE}{EF}$，$\frac{AB}{AC}=$③$\frac{DE}{DF}$等
  - 推论：平行于三角形一边的直线与其他两边相交，所截得的对应线段成比例
    - 如图3，当$DE/\!/BC$时，有$\frac{AD}{DB}=$④$\frac{AE}{EC}$，$\frac{AD}{AB}=$⑤$\frac{AE}{AC}$等
    - 如图4，当$DE/\!/BC$时，有$\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AD}=$⑥$\frac{BC}{ED}$

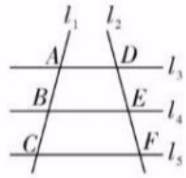


图 2

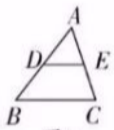


图3

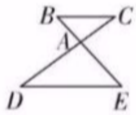


图4

- **相似三角形的性质与判定**
  - 性质
    - 相似三角形对应角⑦相等，对应边成比例
    - 相似三角形的对应线段（边、高、中线、角平分线）成比例
    - 相似三角形的周长比等于相似比，面积比等于⑧相似比的平方
  - 判定方法
    1. 平行于三角形一边的直线与其他两边相交，所截得的三角形与原三角形相似
    2. 两角分别相等的两个三角形相似
    3. 两边对应成比例且⑨夹角相等的两个三角形相似
    4. 三边对应成比例的两个三角形相似
  - 证明思路
    1. 有平行截线——用平行线的性质，找等角
    2. 有一对等角，找
       - 另一对等角
       - 该角的两边对应成比例
    3. 有两边对应成比例，找
       - 夹角相等
       - 第三边也对应成比例
- **相似多边形**
  - 相似多边形的对应角相等，对应边成比例
  - 相似多边形的周长比等于相似比，面积比等于相似比的平方
- **相似三角形的实际应用**
  1. 运用相似三角形的有关性质解决现实生活中的实际问题，如利用光的反射定律求物体的高度，利用影子计算建筑物的高度. 同一时刻，物高与影长成比例，有$\frac{\text{身高}}{\text{影长}}=\frac{\text{建筑物的高度}}{\text{建筑物的影长}}$
  2. 运用相似三角形的判定条件和性质解决实际问题的方法步骤
     - （1）将实际问题转化为相似三角形问题
     - （2）找出一对相似三角形
     - （3）根据相似三角形的性质，表示出相应的量，并求解

相似三角形（含位似）

- 位似
  - 定义：如图5、6，两个多边形的顶点 A 与 A'、B 与 B'、C 与 C'…所在的直线都经过同一点 O，并且 $\frac{OA'}{OA}=\frac{OB'}{OB}=\frac{OC'}{OC}=\cdots$，像这样的两个多边形叫做位似多边形，点 O 叫做位似中心
  - 性质
    - 两个位似多边形一定相似，并且它们的对应边互相平行（或在同一条直线上）对应点的连线都经过位似中心
    - 对应点到位似中心的距离之比等于⑩位似比
  - 位似作图步骤
    1. 确定位似中心
    2. 确定原图形的关键点
    3. 确定位似比，即题干中要将图形放大或缩小的倍数
    4. 作出原图形中各关键点的对应点，连接位似中心和原图形中的各顶点，延长（或反向延长）使其与位似中心的距离等于位似中心和原图中对应点之间连线的线段长与位似比的乘积，即可得到对应点
    5. 按原图形的连接顺序连接所作的各个对应点

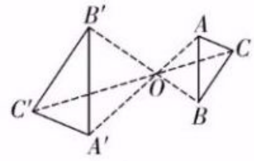


图5

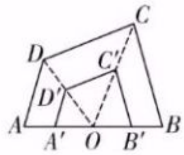
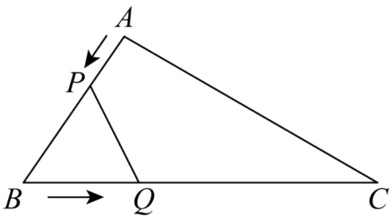


图6

易错点：在研究三角形相似时，如果没有明确对应关系时，就一定要分类讨论，否则解答不完整.

一、解答题

1．（2024上·安徽合肥·九年级统考期末）如图，在$\triangle ABC$中，$AB=10\text{cm}$，$BC=20\text{cm}$，点P从点A开始沿AB边向B点以2cm/s的速度移动，点Q从点B开始沿BC边向点C以4cm/s的速度移动，如果点P，Q分别从A，B同时出发，问经过几秒钟，$\triangle PBQ$与$\triangle ABC$相似.



2．（2023上·浙江杭州·九年级统考期末）四边形$ABCD$中，点E在边AB上，连结DE，CE.

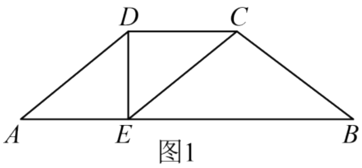


图1

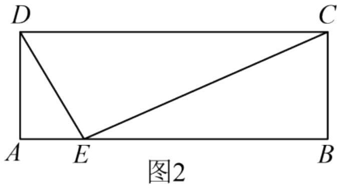


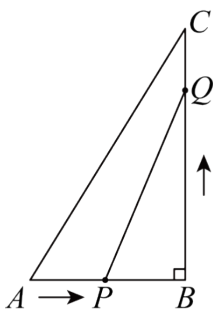
图2

(1)如图1，若$\angle A=\angle B=\angle DEC=50^\circ$，证明：$\triangle ADE\backsim\triangle BEC$.

(2)如图2，若四边形$ABCD$为矩形，$AB=5$，$BC=2$，且$\triangle ADE$与E、B、C

为顶点的三角形相似，求 AE 的长．

3．（2024上·陕西宝鸡·九年级宝鸡市新建路中学校考期末）如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B = 90^\circ$，$AB = 6\text{cm}$，$BC = 8\text{cm}$，点 P 从点 A 开始沿 AB 边向点 B 以 1cm/s 的速度运动，点 Q 从点 B 沿边 BC 向点 C 以 2cm/s 的速度运动．若点 P、点 Q 同时出发，当某点到终点时，另一点立即停止运动．运动时间为 $t\text{s}$．

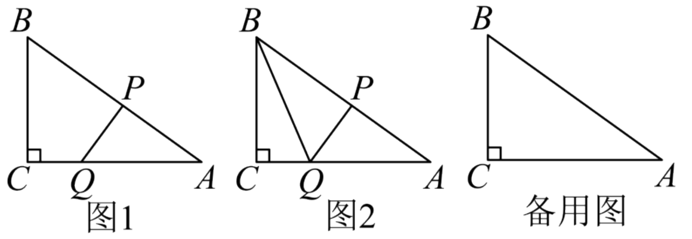


(1) $BP =$ ________ cm，$BQ =$ ________ cm；（用含 t 的代数式表示）

(2)请计算当点 P 运动多少秒时，以 B、P、Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似．

4．（湖南省常德市初中教学联盟校2023-2024学年九年级上学期期末数学试题）综合与实践

如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90^\circ$，$AB = 10$，$BC = 6$，点 P 以每秒 2 个单位长度的速度从点 A 出发，沿 AB 方向向终点 B 匀速运动，同时点 Q 以每秒 1 个单位长度的速度从点 C 出发，沿 CA 方向向终点 A 匀速运动，连接 PQ．设运动的时间为 t 秒．



(1)求 AQ 的长（用含 t 的代数式表示）.

(2)当 $t=3$ 秒时，求$\triangle APQ$ 的面积.

(3)如图 2，连接 BQ，当$\triangle BPQ$ 为直角三角形时，求所有满足条件 t 的值.

一．比例的性质（共 2 小题）

1．（2023•金昌）若 $\frac{a}{2}=\frac{3}{b}$，则 $ab=($　　$)$

A．6　　B．$\frac{3}{2}$　　C．1　　D．$\frac{2}{3}$

2．（2023•甘孜州）若 $\frac{x}{y}=2$，则 $\frac{x-y}{y}=$_____.

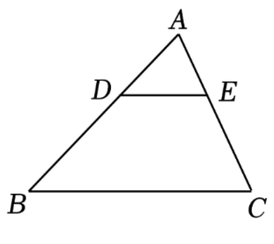
二．黄金分割（共 1 小题）

3．（2023•广东）我国著名数学家华罗庚曾为普及优选法作出重要贡献．优选法中有一种 0.618 法应用了(　　)

A．黄金分割数　　B．平均数　　C．众数　　D．中位数

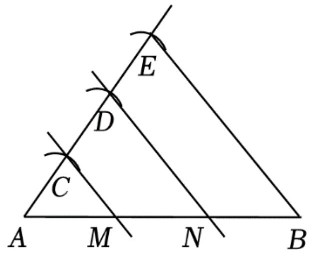
三．平行线分线段成比例（共 3 小题）

4．（2023•吉林）如图，在ΔABC 中，点 D 在边 AB 上，过点 D 作 $DE//BC$，交 AC 于点 E．若 $AD=2$，$BD=3$，则 $\frac{AE}{AC}$ 的值是(　　)



A．$\frac{2}{5}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{2}{3}$

5．（2023•常州）小明按照以下步骤画线段 AB 的三等分点：

画法	图形
（1）以 A 为端点画一条射线； （2）用圆规在射线上依次截取 3 条等长线段 AC 、 CD 、 DE ，连接 BE ； （3）过点 C 、 D 分别画 BE 的平行线，交线段 AB 于点 M 、 N ． M 、 N 就是线段 AB 的三等分点．	

这一画图过程体现的数学依据是(　　)

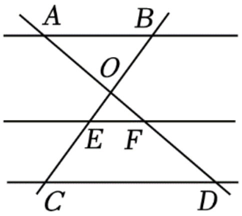
A．两直线平行，同位角相等

B．两条平行线之间的距离处处相等

C．垂直于同一条直线的两条直线平行

D．两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例

6．（2023•北京）如图，直线 AD ， BC 交于点 O ， $AB//EF//CD$ ，若 $AO=2$ ， $OF=1$ ， $FD=2$ ，则 $\dfrac{BE}{EC}$ 的值为 ____．

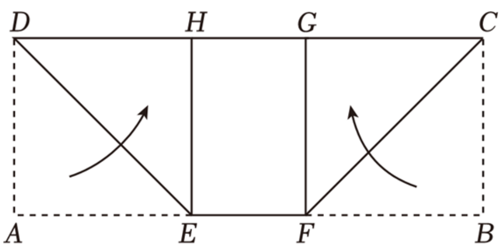


四．相似图形（共 1 小题）

7．（2023•泰州）两个相似图形的周长比为 $3:2$ ，则面积比为 ____．

五．相似多边形的性质（共 1 小题）

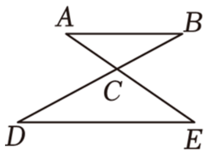
8．（2023•威海）如图，四边形 $ABCD$ 是一张矩形纸片．将其按如图所示的方式折叠：使 DA 边落在 DC 边上，点 A 落在点 H 处，折痕为 DE ；使 CB 边落在 CD 边上，点 B 落在点 G 处，折痕为 CF ．若矩形 $HEFG$ 与原矩形 $ABCD$ 相似， $AD=1$ ，则 CD 的长为(　　)



A．$\sqrt{2}-1$　　B．$\sqrt{5}-1$　　C．$\sqrt{2}+1$　　D．$\sqrt{5}+1$

六．相似三角形的性质（共2小题）

9．（2023•重庆）如图，已知$\Delta ABC\backsim\Delta EDC$，$AC:EC=2:3$，若$AB$的长度为6，则$DE$的长度为(　　)



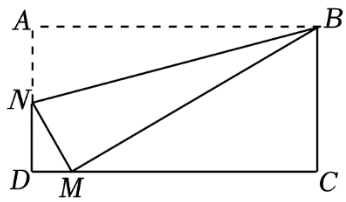
A．4　　B．9　　C．12　　D．13.5

10．（2023•重庆）若两个相似三角形周长的比为$1:4$，则这两个三角形对应边的比是(　　)

A．$1:2$　　B．$1:4$　　C．$1:8$　　D．$1:16$

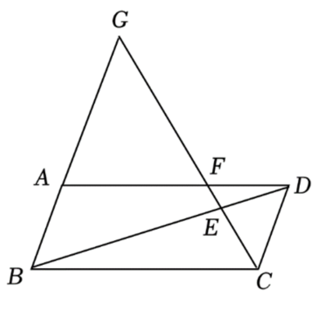
七．相似三角形的判定（共1小题）

11．（2023•大庆）在综合与实践课上，老师组织同学们以“矩形的折叠”为主题开展数学活动．有一张矩形纸片$ABCD$如图所示，点N在边AD上，现将矩形折叠，折痕为BN，点A对应的点记为点M，若点M恰好落在边DC上，则图中与ΔNDM一定相似的三角形是____．



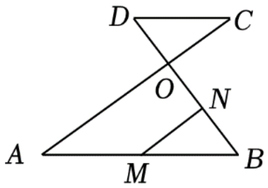
八．相似三角形的判定与性质（共7小题）

12．（2023•雅安）如图，在▱$ABCD$中，F是AD上一点，CF交BD于点E，CF的延长线交BA的延长线于点G，$EF=1$，$EC=3$，则GF的长为(　　)



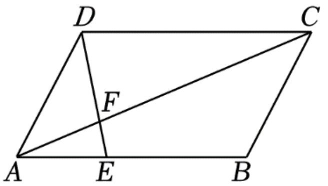
A．4　　B．6　　C．8　　D．10

13．（2023•哈尔滨）如图，AC，BD相交于点O，$AB//DC$，M是AB的中点，$MN//AC$，交BD于点N，若$DO:OB=1:2$，$AC=12$，则MN的长为(　　)

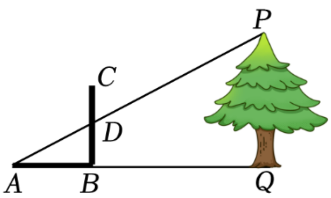


A．2　　　　B．4　　　　C．6　　　　D．8

14．（2023•乐山）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，E 是线段 AB 上一点，连结 AC、DE 交于点 F．若 $\frac{AE}{EB}=\frac{2}{3}$，则 $\frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta AEF}}=$_____．



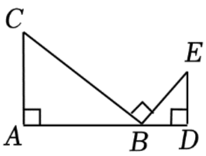
15．（2023•江西）《周髀算经》中记载了“偃矩以望高”的方法．“矩”在古代指两条边呈直角的曲尺（即图中的 ABC)．“偃矩以望高”的意思是把“矩”仰立放，可测量物体的高度．如图，点 A，B，Q 在同一水平线上，$\angle ABC$ 和 $\angle AQP$ 均为直角，AP 与 BC 相交于点 D．测得 $AB=40cm$，$BD=20cm$，$AQ=12m$，则树高 $PQ=$_____m．



16．（2023•邵阳）如图，$CA\perp AD$，$ED\perp AD$，点 B 是线段 AD 上的一点，且 $CB\perp BE$．已知 $AB=8$，$AC=6$，$DE=4$．

（1）证明：$\Delta ABC\backsim\Delta DEB$．

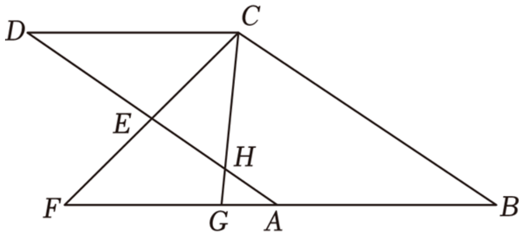
（2）求线段 BD 的长．



17．（2023•眉山）如图，▱$ABCD$ 中，点 E 是 AD 的中点，连结 CE 并延长交 BA 的延长线于点 F．

（1）求证：$AF=AB$；

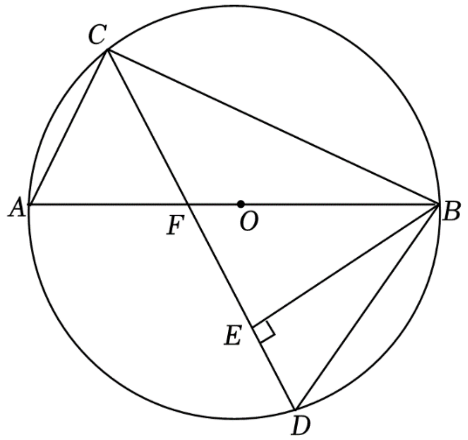
（2）点 G 是线段 AF 上一点，满足 $\angle FCG=\angle FCD$，CG 交 AD 于点 H，若 $AG=2$，$FG=6$，求 GH 的长．



18．（2023•苏州）如图，ΔABC 是⊙O 的内接三角形，AB 是⊙O 的直径，$AC=\sqrt{5}$，$BC=2\sqrt{5}$，点 F 在 AB 上，连接 CF 并延长，交⊙O 于点 D，连接 BD，作 $BE\perp CD$，垂足为 E．

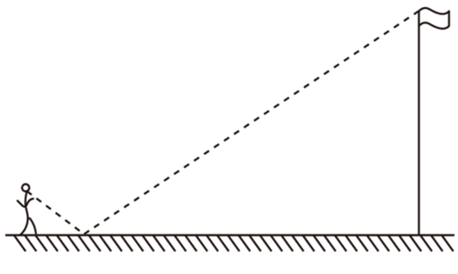
（1）求证：$\Delta DBE\backsim\Delta ABC$；

（2）若 $AF=2$，求 ED 的长．



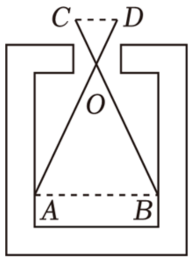
九．相似三角形的应用（共 2 小题）

19．（2023•南充）如图，数学活动课上，为测量学校旗杆高度，小菲同学在脚下水平放置一平面镜，然后向后退（保持脚、镜和旗杆底端在同一直线上），直到她刚好在镜子中看到旗杆的顶端．已知小菲的眼睛离地面高度为$1.6m$，同时量得小菲与镜子的水平距离为$2m$，镜子与旗杆的水平距离为$10m$，则旗杆高度为(　　)



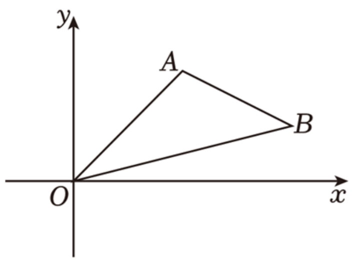
A．$6.4m$　　B．$8m$　　C．$9.6m$　　D．$12.5m$

20．（2023•镇江）如图，用一个卡钳$(AD=BC,\dfrac{OC}{OB}=\dfrac{OD}{OA}=\dfrac{1}{3})$测量某个零件的内孔直径$AB$，量得$CD$长度为$6cm$，则$AB$等于 ____$cm$．



十．位似变换（共 5 小题）

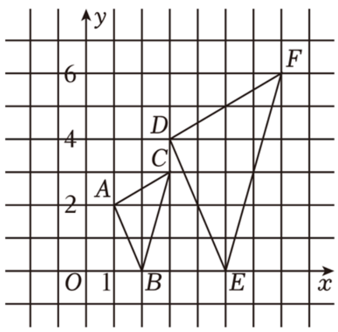
21．（2023•朝阳）如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(2,2)$， $B(4,1)$，以原点 O 为位似中心，相似比为 2，把 ΔOAB 放大，则点 A 的对应点 A' 的坐标是(　　)



A． $(1,1)$　　B． $(4,4)$ 或 $(8,2)$

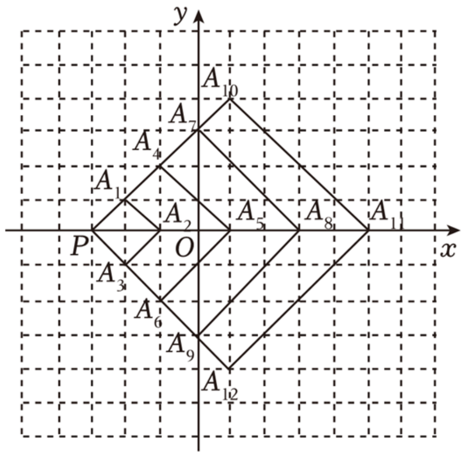
C． $(4,4)$　　D． $(4,4)$ 或 $(-4,-4)$

22．（2023•遂宁）在方格图中，以格点为顶点的三角形叫做格点三角形．在如图所示的平面直角坐标系中，格点 ΔABC 、 ΔDEF 成位似关系，则位似中心的坐标为(　　)



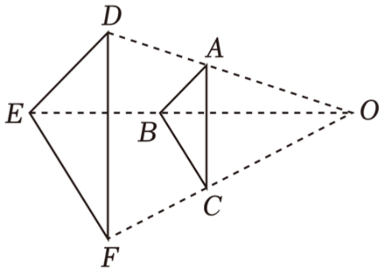
A． $(-1,0)$　　B． $(0,0)$　　C． $(0,1)$　　D． $(1,0)$

23．（2023•烟台）如图，在直角坐标系中，每个网格小正方形的边长均为 1 个单位长度，以点 P 为位似中心作正方形 $PA_1A_2A_3$，正方形 $PA_4A_5A_6$， $\dots$，按此规律作下去，所作正方形的顶点均在格点上，其中正方形 $PA_1A_2A_3$ 的顶点坐标分别为 $P(-3,0)$， $A_1(-2,1)$， $A_2(-1,0)$， $A_3(-2,-1)$，则顶点 A_{100} 的坐标为(　　)

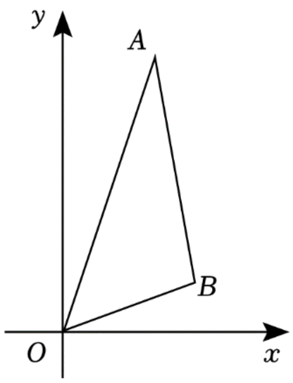


A．$(31,34)$　　B．$(31,-34)$　　C．$(32,35)$　　D．$(32,0)$

24．（2023•阜新）如图，ΔABC 和 ΔDEF 是以点 O 为位似中心的位似图形，相似比为 $2:3$，则 ΔABC 和 ΔDEF 的面积比是 ____．



25．（2023•盘锦）如图，ΔABO 的顶点坐标是 $A(2,6)$，$B(3,1)$，$O(0,0)$，以点 O 为位似中心，将 ΔABO 缩小为原来的 $\frac{1}{3}$，得到△ $A'B'O$，则点 A' 的坐标为 ____．



十一．相似形综合题（共 1 小题）

26．（2023•福建）如图 1，在 ΔABC 中，$\angle BAC=90°$，$AB=AC$，D 是 AB 边上不与 A，B 重合的一个定点．$AO\perp BC$ 于点 O，交 CD 于点 E．DF 是由线段 DC 绕点 D 顺时针旋转 $90°$ 得到的，FD，CA 的延长线相交于点 M．

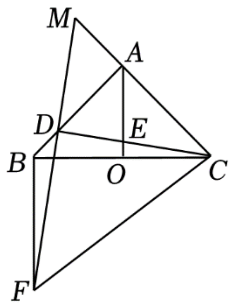


图1

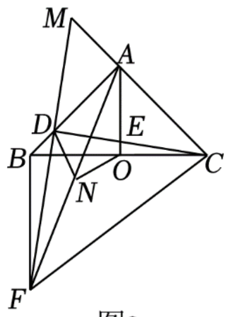


图2

?

（1）求证：$\Delta ADE \backsim \Delta FMC$；

（2）求$\angle ABF$的度数；

（3）若N是AF的中点，如图 2，求证：$ND = NO$．

知识必备 12　相似三角形

相似三角形（含位似）

- **比例的基本性质**
  - 性质 1（基本性质）：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow ad=bc(abcd\neq0)$
  - 性质 2（合比性质）：如果 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}(bd\neq0)$，那么 $\frac{a\pm b}{b}=$ ①$\frac{c\pm d}{d}$
  - 性质 3（等比性质）：如果 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\cdots=\frac{m}{n}(b+d+\cdots+n\neq0)$，则 $\frac{a+c+\cdots+m}{b+d+\cdots+n}=\frac{a}{b}$
  - 黄金分割：如图 1，点 C 把线段 AB 分成两部分，如果 $\frac{AC}{AB}=\frac{BC}{AC}$，那么称线段 AB 被点 C 黄金分割，点 C 为线段 AB 的黄金分割点，AC 与 AB（或 BC 与 AC）的比称为黄金比，即 $\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx0.618$

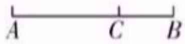


图 1

- **平行线分线段成比例**
  - 基本事实：两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例. 如图 2，当 $l_3/\!/l_4/\!/l_5$ 时，有 $\frac{AB}{BC}=$ ②$\frac{DE}{EF}$，$\frac{AB}{AC}=$ ③$\frac{DE}{DF}$ 等
  - 推论：平行于三角形一边的直线与其他两边相交，所截得的对应线段成比例
    - 如图 3，当 $DE/\!/BC$ 时，有 $\frac{AD}{DB}=$ ④$\frac{AE}{EC}$，$\frac{AD}{AB}=$ ⑤$\frac{AE}{AC}$ 等
    - 如图 4，当 $DE/\!/BC$ 时，有 $\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AD}=$ ⑥$\frac{BC}{ED}$

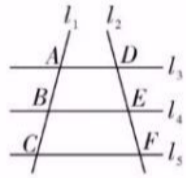


图 2

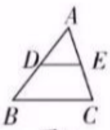


图3

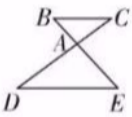


图4

- **相似三角形的性质与判定**
  - 性质
    - 相似三角形对应角⑦相等，对应边成比例
    - 相似三角形的对应线段（边、高、中线、角平分线）成比例
    - 相似三角形的周长比等于相似比，面积比等于⑧相似比的平方
  - 判定方法
    1. 平行于三角形一边的直线与其他两边相交，所截得的三角形与原三角形相似
    2. 两角分别相等的两个三角形相似
    3. 两边对应成比例且⑨夹角相等的两个三角形相似
    4. 三边对应成比例的两个三角形相似
  - 证明思路
    1. 有平行截线——用平行线的性质，找等角
    2. 有一对等角，找
       - 另一对等角
       - 该角的两边对应成比例
    3. 有两边对应成比例，找
       - 夹角相等
       - 第三边也对应成比例
- **相似多边形**
  - 相似多边形的对应角相等，对应边成比例
  - 相似多边形的周长比等于相似比，面积比等于相似比的平方
- **相似三角形的实际应用**
  1. 运用相似三角形的有关性质解决现实生活中的实际问题，如利用光的反射定律求物体的高度，利用影子计算建筑物的高度. 同一时刻，物高与影长成比例，有 $\frac{\text{身高}}{\text{影长}}=\frac{\text{建筑物的高度}}{\text{建筑物的影长}}$
  2. 运用相似三角形的判定条件和性质解决实际问题的方法步骤
     - (1) 将实际问题转化为相似三角形问题
     - (2) 找出一对相似三角形
     - (3) 根据相似三角形的性质，表示出相应的量，并求解

- 相似三角形（含位似）
  - 位似
    - 定义：如图 5、6，两个多边形的顶点 A 与 A'、B 与 B'、C 与 C'…所在的直线都经过同一点 O，并且 $\frac{OA'}{OA}=\frac{OB'}{OB}=\frac{OC'}{OC}=\cdots$，像这样的两个多边形叫做位似多边形，点 O 叫做位似中心
    - 性质
      - 两个位似多边形一定相似，并且它们的对应边互相平行（或在同一条直线上）对应点的连线都经过位似中心
      - 对应点到位似中心的距离之比等于⑩位似比
    - 位似作图步骤
      1. 确定位似中心
      2. 确定原图形的关键点
      3. 确定位似比，即题干中要将图形放大或缩小的倍数
      4. 作出原图形中各关键点的对应点，连接位似中心和原图形中的各顶点，延长（或反向延长）使其与位似中心的距离等于位似中心和原图中对应点之间连线的线段长与位似比的乘积，即可得到对应点
      5. 按原图形的连接顺序连接所作的各个对应点

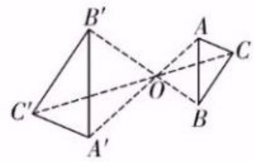


图 5

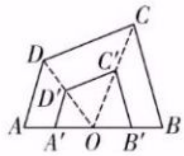
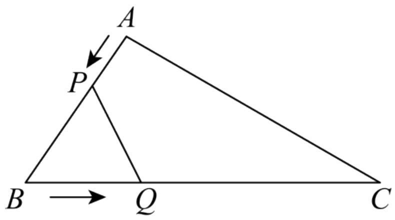


图 6

易错点：在研究三角形相似时，如果没有明确对应关系时，就一定要分类讨论，否则解答不完整.

一、解答题

1．（2024 上·安徽合肥·九年级统考期末）如图，在$\triangle ABC$中，$AB=10\text{cm}$，$BC=20\text{cm}$，点 P 从点 A 开始沿 AB 边向 B 点以2cm/s的速度移动，点 Q 从点 B 开始沿 BC 边向点 C 以4cm/s的速度移动，如果点 P，Q 分别从 A，B 同时出发，问经过几秒钟，$\triangle PBQ$与$\triangle ABC$相似.



【答案】经过 2.5 秒或 1 秒钟，$\triangle PBQ$与$\triangle ABC$相似.

【分析】本题考查相似三角形的性质，设经过 t 秒钟时，$\triangle PBQ$与$\triangle ABC$相似，得到 $AP=2t\text{cm}$，$BQ=4t\text{cm}$，$BP=(10-2t)\text{cm}$，讨论对应边的不同，分别利用相似三角形对应边成比例，建立方程求解即可.

【详解】解：设经过 t 秒钟，$\triangle PBQ$与$\triangle ABC$相似.

由题意得 $AP=2t\text{cm}$，$BQ=4t\text{cm}$，

$\because AB=10\text{cm}$，$BC=20\text{cm}$，

$\therefore BP=(10-2t)\text{cm}$，$QC=(20-4t)\text{cm}$，

$\because \triangle PBQ$与$\triangle ABC$相似，

当 BP 与 AB 对应时，有 $\frac{BP}{AB}=\frac{BQ}{BC}$，即 $\frac{10-2t}{10}=\frac{4t}{20}$，解得 $t=2.5$，

当 BP 与 BC 对应时，有 $\frac{BP}{BC}=\frac{BQ}{AB}$，即 $\frac{10-2t}{20}=\frac{4t}{10}$，解得 $t=1$，

综上所述，经过2.5秒或1秒钟，$\triangle PBQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似.

2．（2023上·浙江杭州·九年级统考期末）四边形 $ABCD$ 中，点 E 在边 AB 上，连结 DE，CE.

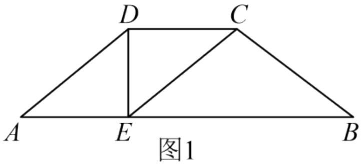


图1

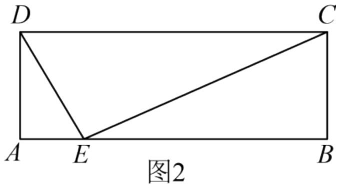


图2

(1)如图1，若 $\angle A=\angle B=\angle DEC=50^{\circ}$，证明：$\triangle ADE\backsim\triangle BEC$.

(2)如图2，若四边形 $ABCD$ 为矩形，$AB=5$，$BC=2$，且 $\triangle ADE$ 与 E、B、C 为顶点的三角形相似，求 AE 的长.

【答案】(1)见解析

(2) $AE=2.5$ 或1或4

【分析】本题考查相似三角形的判定与性质、矩形的性质等知识.

（1）由点 E 在边 AB 上，且 $\angle A=\angle DEC=50^{\circ}$，得 $\angle ADE=130^{\circ}-\angle AED$，$\angle BEC=130^{\circ}-\angle AED$，所以 $\angle ADE=\angle BEC$，又因为 $\angle A=\angle B$，所以根据"有两个角分别相等的两个三角形相似"即可证明 $\triangle AED\backsim\triangle BCE$；

（2）分两种情况：$\triangle ADE\backsim\triangle BEC$ 或 $\triangle ADE\backsim\triangle BCE$，设 $AE=x$，根据相似三角形的对应边成比例列方程求出 x 的值即可.

【详解】（1）证明：$\because$ 点 E 在边 AB 上，且 $\angle A=\angle DEC=50^{\circ}$，

$\therefore\angle ADE=180^{\circ}-50^{\circ}-\angle AED=130^{\circ}-\angle AED$，$\angle BEC=180^{\circ}-50^{\circ}-\angle AED=130^{\circ}-\angle AED$，

$\therefore\angle ADE=\angle BEC$，

$\because\angle A=\angle B$，

$\therefore\triangle ADE\backsim\triangle BEC$；

（2）如图2、如图3，

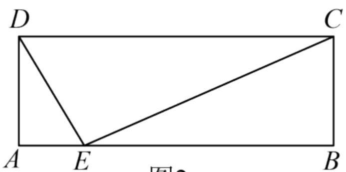


图2

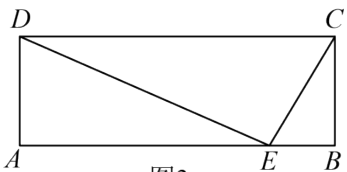


图3

分两种情况：

设 $AE=x$，

$\because AB=5,\ AD=BC=2$，

当 $\triangle ADE\backsim\triangle BEC$ 时，

$\therefore \frac{AD}{BE}=\frac{AE}{BC}$，

$\therefore \frac{2}{5-x}=\frac{x}{2}$，

解得 $x_1=1$，$x_2=4$；

$\triangle ADE \backsim \triangle BCE$ 时，

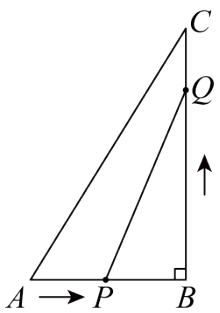
$\therefore \frac{AD}{BC}=\frac{AE}{BE}$，

$\therefore \frac{2}{2}=\frac{x}{5-x}$，

解得：$x=2.5$，

综上，$AE=2.5$ 或 1 或 4．

3．（2024 上·陕西宝鸡·九年级宝鸡市新建路中学校考期末）如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$AB=6\text{cm}$，$BC=8\text{cm}$，点 P 从点 A 开始沿 AB 边向点 B 以 1cm/s 的速度运动，点 Q 从点 B 沿边 BC 向点 C 以 2cm/s 的速度运动．若点 P、点 Q 同时出发，当某点到终点时，另一点立即停止运动．运动时间为 $t\text{s}$．



(1) $BP=$__________cm，$BQ=$__________cm；（用含 t 的代数式表示）

(2)请计算当点 P 运动多少秒时，以 B、P、Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似．

【答案】(1) $(6-t)$；$2t$

(2) 2.4 秒或 $\frac{18}{11}$ 秒

【分析】本题考查相似三角形的判定和性质，三角形的面积，

（1）根据路程＝速度×时间以及线段的和差，即可列出代数式；

（2）分两种情况，$\triangle PBQ \backsim \triangle ABC$ 或 $\triangle QBP \backsim \triangle ABC$，分别得到关于 t 的方程，求出 t 的值，即可解决问题；

掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键．

【详解】（1）解：∵点 P 从点 A 开始沿 AB 边向点 B 以 1cm/s 的速度运动，点 Q 从点 B 沿边 BC 向点 C 以 2cm/s 的速度运动，$AB=6\text{cm}$，$BC=8\text{cm}$，

$\therefore BP = AB - AP = (6-t)(\text{cm})$， $BQ = 2t(\text{cm})$，

故答案为：$(6-t)$；$2t$；

（2）设点P运动t秒时，以B、P、Q为顶点的三角形与$\triangle ABC$相似，

$\because$点P从点A开始沿AB边向点B以1cm/s的速度运动，点Q从点B沿边BC向点C以2cm/s的速度运动，点P、点Q同时出发，当某点到终点时，另一点立即停止运动，$AB = 6\text{cm}$，$BC = 8\text{cm}$，

$\therefore$点P运动到终点所需时间为：$6 \div 1 = 6(\text{s})$，

点Q运动到终点所需时间为：$8 \div 2 = 4(\text{s})$，

$\therefore t$的取值范围是：$0 < t < 4$，

$\because \angle B = \angle B = 90°$，

$\therefore$可分两种情况：

当$\triangle PBQ \backsim \triangle ABC$时，

$\therefore \frac{PB}{AB} = \frac{QB}{CB}$，

$\therefore \frac{6-t}{6} = \frac{2t}{8}$，

$\therefore t = 2.4$；

当$\triangle QBP \backsim \triangle ABC$时，

$\therefore \frac{QB}{AB} = \frac{PB}{CB}$，

$\therefore \frac{2t}{6} = \frac{6-t}{8}$，

$\therefore t = \frac{18}{11}$；

$\therefore$当点P运动2.4秒或$\frac{18}{11}$秒时，以B、P、Q为顶点的三角形与$\triangle ABC$相似.

4．（湖南省常德市初中教学联盟校2023-2024学年九年级上学期期末数学试题）综合与实践

如图，在$\text{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C = 90°, AB = 10, BC = 6$，点$P$以每秒2个单位长度的速度从点$A$出发，沿$AB$方向向终点$B$匀速运动，同时点$Q$以每秒1个单位长度的速度从点$C$出发，沿$CA$方向向终点$A$匀速运动，连接$PQ$．设运动的时间为$t$秒．