# 2023-2024学年吉林省通化市梅河口市高三上学期期末数学模拟试题

**第I卷（选择题共60分）**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．已知集合$U=\{1,2,4,6,8\}$，集合$M=\{x\mid x^2-3x+2=0\},N=\{x\mid x=4a,a\in M\}$，则$\complement_U(M\cup N)=$（　）

A．$\{6\}$　　B．$\{4,6,8\}$　　C．$\{1,2,4,8\}$　　D．$\{1,2,4,6,8\}$

2．设复数$z$满足$\frac{1+z}{1-z}=-\mathrm{i}$，则$|z|=$（　）

A．$\mathrm{i}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．1　　D．$\sqrt{2}$

3．曲线$y=x^2$在点$(1,1)$处的切线方程为（　）

A．$y=x$　　B．$y=2x-1$

C．$y=2x+1$　　D．$y=3x-2$

4．“$a\in(1,4)$”是“直线$x+y-a=0$与圆$C:(x-1)^2+(y-2)^2=2$相交”的（　）

A．充分不必要条件　　B．充要条件

C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

5．某校读书节期间，共120名同学获奖（分金、银、铜三个等级），从中随机抽取24名同学参加交流会，若按高一、高二、高三分层随机抽样，则高一年级需抽取6人；若按获奖等级分层随机抽样，则金奖获得者需抽取4人．下列说法正确的是（　）

A．高二和高三年级获奖同学共80人　　B．获奖同学中金奖所占比例一定最低

C．获奖同学中金奖所占比例可能最高　　D．获金奖的同学可能都在高一年级

6．已知函数$f(x)$的定义域为$R,f(x+4)$是偶函数，$f(6)=3$，$f(x)$在$(-\infty,4]$上单调递减，则不等式$f(2x-4)<3$的解集为（　）

A．$(4,6)$　　B．$(-\infty,4)\cup(6,+\infty)$

C．$(-\infty,3)\cup(5,+\infty)$　　D．$(3,5)$

7．《几何原本》是古希腊数学家欧几里得的一部不朽之作，其第十一卷中称轴截面为等腰直角三角形的圆锥为直角圆锥.若一个直角圆锥的侧面积为$36\sqrt{2}\pi$，则它的体积为（　）

A．$18\sqrt{2}\pi$　　B．$72\pi$　　C．$64\sqrt{2}\pi$　　D．$216\pi$

8．已知函数$f(x)=\begin{cases}-x^2+ax(x\le 1)\\ a^2x-7a+14(x>1)\end{cases}$，若$\exists x_1$，$x_2\in\mathbf{R}$，且$x_1\neq x_2$，使得$f(x_1)=f(x_2)$，则实数$a$的取值范围是（　　）

A．[2，3]∪（-∞，-5]　　B．（-∞，2）∪（3，5）

C．[2，3]　　D．[5，+∞）

**二、多选题**

9．已知函数$f(x)=\dfrac{2^x-1}{2^x+1}$，则下列说法正确的是为（　）

A．$f(x)$的图像关于原点对称　　B．$f(x)-f(-x)=0$

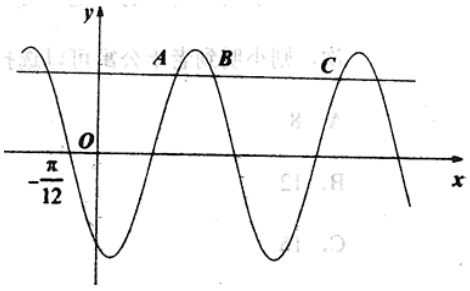
C．$f(x)$的值域为$(-1,1)$　　D．$\forall x_1,x_2\in R$，且$x_1\neq x_2$，则$\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$恒成立

10．已知双曲线$C$的两个焦点分别为$F_1(-2\sqrt{2},0)$，$F_2(2\sqrt{2},0)$，且满足条件$p$，可以解得双曲线$C$的方程为$x^2-y^2=4$，则条件$p$可以是（　）

A．实轴长为4　　B．双曲线$C$为等轴双曲线

C．离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D．渐近线方程为$y=\pm x$

11．如图，点$A,B,C$是函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$的图象与直线$y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$相邻的三个交点，且$|BC|-|AB|=\dfrac{\pi}{3}$，$f\left(-\dfrac{\pi}{12}\right)=0$，则（　）




A．$\omega=4$

B．$f\left(\frac{9\pi}{8}\right)=\frac{1}{2}$

C．函数$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减

D．若将函数$f(x)$的图象沿$x$轴平移$\theta$个单位，得到一个偶函数的图像，则$|\theta|$的最小值为$\frac{\pi}{24}$

12．正方体的 8 个顶点分别在 4 个互相平行的平面内，每个平面内至少有一个顶点，且相邻两个平面间的距离为 1，则该正方体的棱长为（　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

**三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．**

13．已知角$\alpha$终边上一点$P$的坐标为$(-\sqrt{6},1)$，则$\sin 2\alpha=$____.

14．若抛物线$C:y^2=2px(p>0)$上一点$A$的横坐标为$\frac{p}{3}$，且$A$到$C$的焦点的距离为$\frac{5p^2}{6}$，则$A$点的一个纵坐标为_____.（写出一个符合条件的即可）

15．已知直线$y=k_1x$与$y=k_2x\left(k_1>k_2\right)$是曲线$y=ax+2\ln|x|\left(a\in\mathbf{R}\right)$的两条切线，则$k_1-k_2=$__.

16．在矩形$ABCD$中，$AB=1,BC=2$，将$\Delta ABD$沿$BD$向上折起到$\Delta A_1BD$的位置，得到四面体$A_1BCD$．当四面体$A_1BCD$的体积最大时，异面直线$A_1B$与$CD$所成角的余弦值为____.

**四、解答题**

17．已知数列$\{a_n\}$满足$\frac{a_{n+1}}{n+1}-\frac{a_n}{n}=\frac{1}{n(n+1)}(n\in N^*)$，且$a_1=1$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若数列$\{b_n\}$满足$b_n=\frac{a_n}{2^n}$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$S_n$.

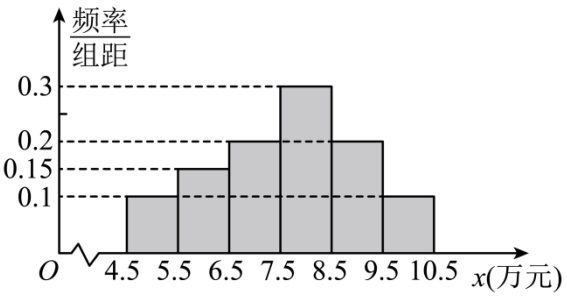
18．在$\triangle ABC$中，内角$A,B,C$所对的边分别为$a,b,c$，设$a,b,c$满足条件$b^2+c^2-bc=a^2$和$\frac{c}{b}=\frac{1}{2}+\sqrt{3}$，

(1)求角A和$\tan B$；

(2)若$b=2$，求$\triangle ABC$的面积；

(3)求$\cos\left(A+2B\right)$.

19．全面建设社会主义现代化国家，最艰巨最繁重的任务仍然在农村，强国必先强农，农强方能国强．某市为了解当地农村经济情况，随机抽取该地2000户农户家庭年收入$x$（单位：万元）进行调查，并绘制得到如下图所示的频率分布直方图．




(1)求这2000户农户家庭年收入的样本平均数$\overline{x}$和样本方差$s^2$（同一组的数据用该组区间中点值代表）.

(2)由直方图可认为农户家庭年收入$X$近似服从正态分布$N\left(\mu,\sigma^2\right)$，其中$\mu$近似为样本平均数$\overline{x}$，$\sigma^2$近似为样本方差$s^2$.

①估计这2000户农户家庭年收入超过9.52万元（含9.52）的户数？（结果保留整数）

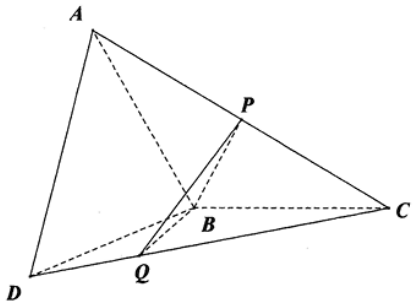
②如果用该地区农户家庭年收入的情况来估计全市农户家庭年收入的情况，现从全市农户家庭中随机抽取4户，即年收入不超过9.52万元的农户家庭数为$\xi$，求$P\left(\xi\le 3\right)$.（结果精确到0.001）

附：①$\sqrt{2.3}\approx 1.52$；②若$X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则$P\left(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma\right)=0.6827$，

$P\left(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma\right)=0.9545$；③$0.84135^4\approx 0.501$.

20．如图，在三棱锥$A-BCD$中，平面$ABC\perp$平面$BCD$，且$BC=BD=BA$，

$\angle CBA=\angle CBD=120^\circ$，点$P$在线段$AC$上，点$Q$在线段$CD$上.




(1)求证：$AD \perp BC$；

(2)若$AC \perp$平面$BPQ$，求$\frac{BP}{BQ}$的值；

(3)在（2）的条件下，求平面$ABD$与平面$PBQ$所成角的余弦值.

21．已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左，右焦点分别为$F_1$，$F_2$，离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$M$为椭圆$C$上的一个动点，且点$M$到右焦点$F_2$距离的最大值为$2+\sqrt{3}$.

(1)求椭圆$C$的方程；

(2)已知过点$F_2$的直线$l$交椭圆$C$于$A$，$B$两点，当$\triangle F_1AB$的面积最大时，求此时直线$l$的方程.

22．已知$f(x)=(e^x-1)\sin x$，$x\in(0,2\pi)$.

(1)求$f(x)$在点$P(\pi,f(\pi))$的切线方程；

(2)设$g(x)=f(x)-x^2$，$x\in(0,2\pi)$，判断$g(x)$的零点个数，并说明理由.

1．A

【分析】根据集合的交并补即可求解.

【详解】由题知$M=\{1,2\},N=\{4,8\},\therefore \complement_U(M\cup N)=\{6\}$，

故选：A.

2．C

【分析】利用复数的除法解出$z$，由模长公式计算$|z|$.

【详解】由$\dfrac{1+z}{1-z}=-\mathrm{i}$解得$z=\dfrac{1+\mathrm{i}}{-1+\mathrm{i}}=\dfrac{(1+\mathrm{i})(-1-\mathrm{i})}{(-1+\mathrm{i})(-1-\mathrm{i})}=-\mathrm{i}$，所以$|z|=1$.

故选：C.

3．B

【分析】先求在$x=1$处的导数值，即切线的斜率，再写出切线方程.

【详解】由题知，$y'=2x,y'|_{x=1}=2,\therefore$切线方程为$y-1=2(x-1)$，即$y=2x-1$，

故选：B.

4．A

利用圆心到直线的距离小于半径求出直线与圆相交时的$a$的范围，再根据真子集关系可判断出结果.

【详解】因为圆$C:(x-1)^2+(y-2)^2=2$的圆心为$C(1,2)$，半径$r=\sqrt{2}$，

圆心$C$到直线$x+y-a=0$的距离$d=\dfrac{|1+2-a|}{\sqrt{2}}$，

直线$x+y-a=0$与圆$C:(x-1)^2+(y-2)^2=2$相交等价于$d=\dfrac{|3-a|}{\sqrt{2}}<r=\sqrt{2}$，解得$1<a<5$，

因为$(1,4)\ddot{\cup}(1,5)$，所以“$a\in(1,4)$”是“直线$x+y-a=0$与圆$C:(x-1)^2+(y-2)^2=2$相交”的充分不必要条件.

故选：A

结论点睛：本题考查充分不必要条件的判断，一般可根据如下规则判断：

（1）若$p$是$q$的必要不充分条件，则$q$对应集合是$p$对应集合的真子集；

（2）$p$是$q$的充分不必要条件， 则$p$对应集合是$q$对应集合的真子集；

（3）$p$是$q$的充分必要条件，则$p$对应集合与$q$对应集合相等；

（4）$p$ 是 $q$ 的既不充分又不必要条件，$q$ 对的集合与 $p$ 对应集合互不包含.

5．D

【分析】直接根据分层抽样的比例关系计算得到答案.

【详解】对选项 A：高二和高三年级获奖同学共 $120-120\times\frac{6}{24}=90$，错误；

对选项 B：不能确定银奖和铜奖的人数，错误；

对选项 C：金奖人数为 $120\times\frac{4}{24}=20$，银奖和铜奖的人数和为 $100$ 人，

故获奖同学中金奖所占比例不可能最高，错误；

对选项 D：高一年级人数为 $30$，金奖人数为 $20$，故获金奖的同学可能都在高一年级，

正确；

故选：D

6．D

【分析】根据偶函数判断出 $f(x)$ 的单调性及 $f(6)=f(2)=3$，把原不等式转化为

$2<2x-4<6$ 即可解得.

【详解】因为 $f(x+4)$ 是偶函数，所以函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=4$ 对称，则 $f(6)=f(2)=3$.

因为 $f(x)$ 在 $(-\infty,4]$ 上单调递减，所以 $f(x)$ 在 $[4,+\infty)$ 上单调递增，

故 $f(2x-4)<3$ 等价于 $2<2x-4<6$，解得 $3<x<5$.

故选：D

(1)利用单调性解不等式通常用于： ①分段函数型不等式；②复合函数型不等式；③抽象函数型不等式；④解析式较复杂的不等式；

(2)解题的一般策略是：利用函数的单调性，将函数值的的大小关系转化为自变量的关系，解不等式即可.

7．B

【分析】由题意知直角圆锥的底面圆半径为 $r$ 等于高 $h$，再由直角圆锥的侧面积求出底面圆的半径，即可求出其体积.

【详解】设该直角圆锥的底面圆半径为 $r$，高为 $h$，母线长为 $l$，

因为直角圆锥的轴截面为等腰直角三角形，所以 $h=r$，$l=\sqrt{2}r$.

因为直角圆锥的侧面积为 $36\sqrt{2}\pi$，所以 $\pi rl=\sqrt{2}\pi r^2=36\sqrt{2}\pi$，解得 $r=6$，

所以该直角圆锥的体积为 $\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi r^3=\frac{1}{3}\pi\times 6^3=72\pi$.

故选：B.

8．B

【分析】分类讨论，利用二次函数的单调性，结合$\exists x_1$，$x_2\in\mathbf{R}$，且 $x_1\neq x_2$，使得 f（$x_1$）＝f（$x_2$），即可求得实数 a 的取值范围.

【详解】当 a＝0 时，当 x≤1 时，f（x）＝$-x^2$，当 x＞1 时，f（x）＝14，此时存在当 $x\in[-1,1]$时，满足条件.

若 a＞0，则当 x＞1 时，f（x）为增函数，且 f（x）＞$a^2-7a+14$，

当 x≤1 时，f（x）＝$-x^2+ax=-(x-\frac{a}{2})^2+\frac{a^2}{4}$，对称轴为 x＝$\frac{a}{2}$，

若 $\frac{a}{2}$＜1 即 a＜2 时，则满足条件，

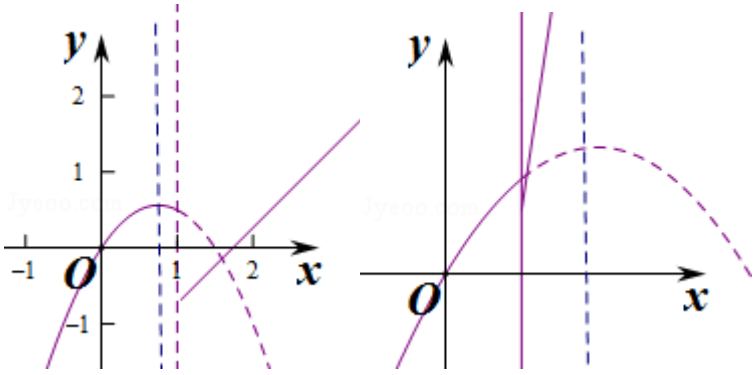
若 $\frac{a}{2}\geq 1$，即 a≥2 时，函数在（$-\infty$，1]上单调递增，

要使条件成立则 f（x）在（$-\infty$，1]上的最大值 f（1）＝$-1+a>a^2-7a+14$，

即 $a^2-8a+15<0$，即 3＜a＜5，∵a≥2，∴3＜a＜5，

综上 3＜a＜5 或 a＜2，

故选 B.




本题考查分段函数的应用，结合一元二次函数的单调性以及对称性是解决本题的关键，注意分类讨论的数学思想，属于中档题.

9．AC

【分析】根据函数奇偶性的定义和判定方法，可判定 A 正确，B 不正确，结合指数函数的性

质求得函数$f(x)$的值域，可判定 C 正确；根据函数的单调性的定义和判定方法，可判定 D 不正确.

【详解】由题意，函数$f(x)=\frac{2^x-1}{2^x+1}$的定义域为$R$，关于原点对称，

$$f(-x)=\frac{2^{-x}-1}{2^{-x}+1}=\frac{\frac{1-2^x}{2^x}}{\frac{1+2^x}{2^x}}=-\frac{2^x-1}{2^x+1}=-f(x)$$

又由，即$f(-x)=-f(x)$,

所以函数$f(x)$为奇函数，图象关于原点对称，所以 A 正确，B 不正确；

由$f(x)=\frac{2^x+1-2}{2^x+1}=1-\frac{2}{2^x+1}$,

因为$2^x>0$，所以$2^x+1>1$，所以$0<\frac{1}{2^x+1}<1$，则$-2<\frac{-2}{2^x+1}<0$，

所以$-1<1+\frac{-2}{2^x+1}<1$，即函数$f(x)$的值域为$(-1,1)$，所以 C 正确；

任取$x_1,x_2\in R$且$x_1<x_2$,

则$f(x_1)-f(x_2)=1-\frac{2}{2^{x_1}+1}-(1-\frac{2}{2^{x_2}+1})=\frac{2}{2^{x_1}+1}-\frac{2}{2^{x_2}+1}=\frac{2\cdot(2^{x_1}-2^{x_2})}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}$

因为$2^{x_1}+1>0,2^{x_2}+1>0,2^{x_1}-2^{x_2}<0$，所以$\frac{2\cdot(2^{x_1}-2^{x_2})}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}<0$，

即$f(x_1)<f(x_2)$，所以$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$，所以 D 不正确.

故选：AC.

10．ABD

【分析】根据双曲线实轴、离心率、渐近线方程等性质逐项分析即可.

【详解】设该双曲线标准方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，则$c=2\sqrt{2}$.

对于 A 选项，若实轴长为 4，则$a=2$，$\therefore b^2=c^2-a^2=4$，符合题意；

对于 B 选项，若该双曲线为等轴双曲线，则$a=b$，又$c=2\sqrt{2}$，$a^2+b^2=c^2=8$，

可解得$a^2=b^2=4$，符合题意；

对于 C 选项，由双曲线的离心率大于 1 知，不合题意；

对于 D 选项，若渐近线方程为$y=\pm x$，则$a=b$，结合$a^2+b^2=c^2=8$，可解得$a^2=b^2=4$，符

合题意，

故选：ABD.

11．ACD

【分析】令$f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$求得$x_A,x_B,x_C$根据$|BC|-|AB|=\frac{\pi}{3}$求得$\omega=4$，根据$f\left(-\frac{\pi}{12}\right)=0$求得$f(x)$的解析式，再逐项验证 BCD 选项.

【详解】令$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)=\frac{\sqrt{3}}{2}$得，$\omega x+\varphi=\frac{\pi}{3}+2k\pi$或$\omega x+\varphi=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$，$k\in\mathrm{Z}$，

由图可知：$\omega x_A+\varphi=\frac{\pi}{3}+2k\pi$，$\omega x_C+\varphi=\frac{\pi}{3}+2k\pi+2\pi$，$\omega x_B+\varphi=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$，

所以$|BC|=x_C-x_B=\frac{1}{\omega}\left(-\frac{\pi}{3}+2\pi\right)$，$|AB|=x_B-x_A=\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\pi}{3}$，

所以$\frac{\pi}{3}=|BC|-|AB|=\frac{1}{\omega}\left(-\frac{2\pi}{3}+2\pi\right)$，所以$\omega=4$，故 A 选项正确，

所以$f(x)=\sin(4x+\varphi)$，由$f\left(-\frac{\pi}{12}\right)=0$得$\sin\left(-\frac{\pi}{3}+\varphi\right)=0$，

所以$-\frac{\pi}{3}+\varphi=\pi+2k\pi$，$k\in\mathrm{Z}$，

所以$\varphi=\frac{4\pi}{3}+2k\pi$，$k\in\mathrm{Z}$，

所以$f(x)=\sin\left(4x+\frac{4\pi}{3}+2k\pi\right)=\sin\left(4x+\frac{4\pi}{3}\right)=-\sin\left(4x+\frac{\pi}{3}\right)$，

$f\left(\frac{9\pi}{8}\right)=-\sin\left(\frac{9\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}$，故 B 错误.

当$x\in\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$时，$4x+\frac{\pi}{3}\in\left(\frac{5\pi}{3},2\pi+\frac{\pi}{3}\right)$，

因为$y=-\sin t$在$t\in\left(\frac{5\pi}{3},2\pi+\frac{\pi}{3}\right)$为减函数，故$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减，故 C 正确；

将函数$f(x)$的图象沿$x$轴平移$\theta$个单位得$g(x)=-\sin\left(4x+4\theta+\frac{\pi}{3}\right)$，（$\theta<0$时向右平移，$\theta>0$时向左平移），

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/045212243014011101