河北省石家庄市2023-2024学年高一下学期期末教学质量检测数学试卷

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知i是虚数单位，复数$z=\frac{2}{1-i}$，则z的虚部为（　）

A．-1　　B．1　　C．$-i$　　D．i

2．若D为$\triangle ABC$的边BC的中点，则$\overrightarrow{AC}=$（　）

A．$2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$　　B．$2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$

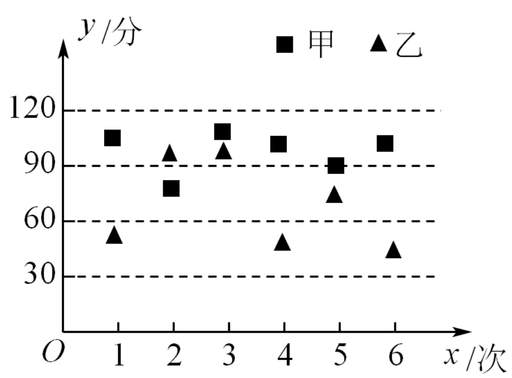
C．$2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}$　　D．$2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

3．已知α，β为两个不同平面，m，n为不同的直线，下列命题不正确的是（　）

A．若$m // n,m\perp\alpha$，则$n\perp\alpha$　　B．若$m\perp\alpha,m\perp\beta$，则$\alpha // \beta$

C．若$m\perp\alpha,\alpha\perp\beta$，则$m \parallel \beta$　　D．若$m\perp\alpha,m\subset\beta$，则$\alpha\perp\beta$

4．已知甲、乙两名同学在高三的6次数学测试的成绩统计如图（图标中心点所对纵坐标代表该次数学测试成绩），则下列说法不正确的是（　）



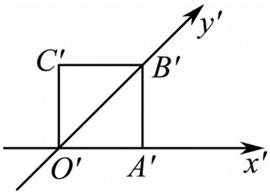
A．甲成绩的极差小于乙成绩的极差

B．甲成绩的第 25 百分位数大于乙成绩的第 75 百分位数

C．甲成绩的平均数大于乙成绩的平均数

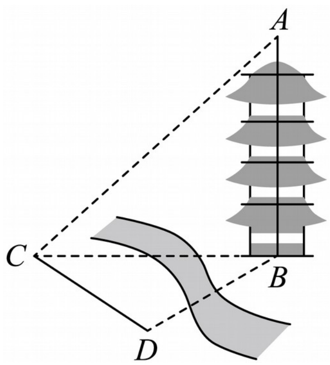
D．甲成绩的方差小于乙成绩的方差

5．正方形$O'A'B'C'$的边长为1cm，它是水平放置的一个平面图形的直观图，则原图形的周长是（　）



A．8cm　　B．6cm　　C．$\left(2+3\sqrt{2}\right)\text{cm}$　　D．$\left(2+2\sqrt{3}\right)\text{cm}$

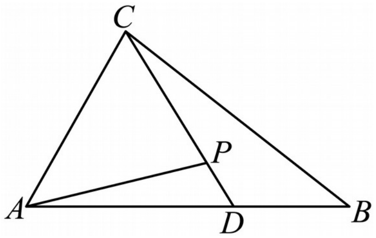
6．如图所示，为测量河对岸的塔高AB，选取了与塔底B在同一水平面内的两个测量基点C与D，现测得$\tan\angle ACB=\frac{3}{4},CD=50\text{m}$，$\cos\angle BCD=\frac{\sqrt{5}}{5},\cos\angle BDC=\frac{3}{5}$，则塔高$AB$为（　）



A．$15\sqrt{3}\text{m}$　　B．$20\sqrt{3}\text{m}$　　C．$15\sqrt{5}\text{m}$　　D．$20\sqrt{5}\text{m}$

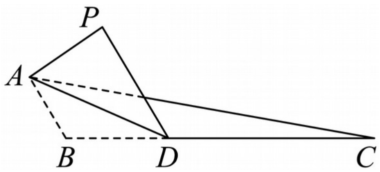
7．如图，在ΔABC中，$\angle BAC=\frac{\pi}{3}$，$\overline{AD}=2\overline{DB}$，$P$为$CD$上一点，且满足

$\overline{AP}=m\overline{AC}+\frac{1}{2}\overline{AB}$，若$\Delta ABC$的面积为$2\sqrt{3}$，则$|\overline{AP}|$的最小值为



A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{4}{3}$　　C．3　　D．$\sqrt{3}$

8．如图，已知在$\triangle ABC$中，$AB=1,BC=3,AB\perp BC$，D是BC边上一点，且$BD=1$，将$\triangle ABD$沿AD进行翻折，使得点B与点P重合，若点P在平面ADC上的射影在$\triangle ADC$内部及边界上，则在翻折过程中，动点P的轨迹长度为（　）



A．$\frac{\sqrt{2}}{12}\pi$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{8}\pi$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$

二、多选题

9．已知复数$z=2-3i$，其中i是虚数单位，则下列结论正确的是（　）

A．z的模等于13　　B．z在复平面内对应的点位于第四象限

C．z的共轭复数为$-2-3i$　　D．若$z(m+4i)$是纯虚数，则$m=-6$

10．$\triangle ABC$中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，S为$\triangle ABC$的面积，且$a=2$，

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2\sqrt{3}S$，下列选项正确的是（   ）

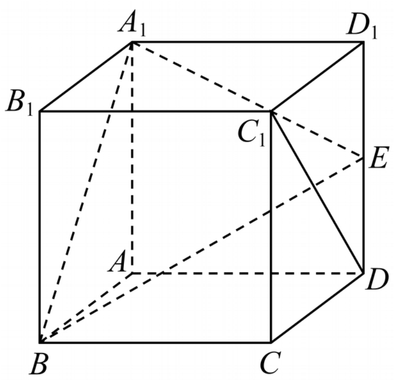
A．$A=\frac{\pi}{3}$

B．若$b=3$，则$\triangle ABC$有两解

C．若$\triangle ABC$为锐角三角形，则b取值范围是$\left(2\sqrt{3},4\right)$

D．若D为BC边上的中点，则AD的最大值为$2+\sqrt{3}$

11．如图，棱长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E为棱DD_1的中点，F为正方形C_1CDD_1内一个动点（包括边界），且$B_1F//$平面A_1BE，则下列说法正确的有（   ）



A．动点F轨迹的长度为$\sqrt{2}$

B．三棱锥B_1-D_1EF体积的最小值为$\frac{1}{3}$

C．B_1F与A_1B不可能垂直

D．当三棱锥B_1-D_1DF的体积最大时，其外接球的表面积为$\frac{25}{2}\pi$

三、填空题

12．在菱形$OABC$中、O为坐标原点、$A(3,-1),C(1,3)$、则$\overline{OA}\cdot\overline{OB}$的值为______.

13．从长度为2、3、5、7、11的5条线段中任取3条，这三条线段能构成一个三角形的概率为______.

14．刻画空间弯曲性是几何研究的重要内容，用“曲率”刻画空间弯曲性，规定：多面体顶点的曲率等于2π与多面体在该点的面角之和的差（多面体的面的内角叫做多面体的面角，角度用弧度制）．例如，正四面体的每个顶点有3个面角，每个面角为$\frac{\pi}{3}$，所以正四面体在各顶点的曲率为$2\pi 3\pi\frac{\pi}{3}\times\ =$ ．在底面为矩形的四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$底面$ABCD$，$AD=\sqrt{2}PA$，PC与底面$ABCD$所成的角为$\frac{\pi}{6}$，在四棱锥$P-ABCD$中，顶点B的曲率为__.

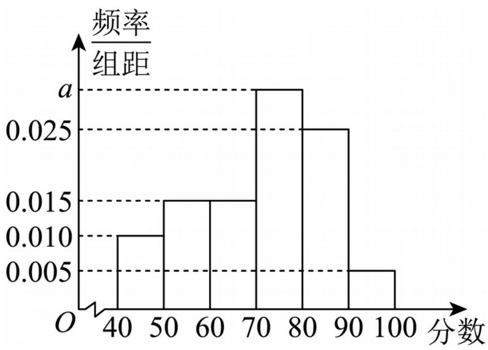
四、解答题

15．已知向量$\vec{a}=(1,1),\left|\vec{b}\right|=2\sqrt{2}$．

(1)若$\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}$，求$\vec{b}$的坐标；

(2)若$\left(5\vec{a}-2\vec{b}\right)\perp\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$，求$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角．

16．2024年1月17日，搭载天舟七号货运飞船的长征七号遥八运载火箭成功发射，我国载人航天工程2024年发射任务首战告捷．为普及航天知识，某学校开展组织学生举办了一次主题为“我爱星辰大海”的航天知识竞赛，现从中抽取200名学生，记录他们的首轮竞赛成绩并作出如图所示的频率分布直方图，根据图形，请回答下列问题：

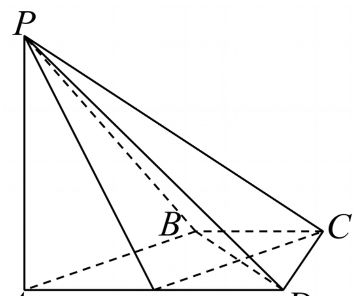


(1)求频率分布直方图中a的值．若从成绩不高于60分的同学中按分层抽样方法抽取5人成绩，求5人中成绩不高于50分的人数；

(2)用样本估计总体，利用组中值估计该校学生首轮竞赛成绩的平均数以及中位数；

(3)若学校安排甲、乙两位同学参加第二轮的复赛，已知甲复赛获优秀等级的概率为$\frac{2}{3}$，乙复赛获优秀等级的概率为$\frac{3}{4}$，甲、乙是否获优秀等级互不影响，求至少有一位同学复赛获优秀等级的概率．

17．如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$AD//BC$，$AD\perp DC$，$BC=CD=\frac{1}{2}AD=1$，E为棱AD的中点，$PA\perp$平面$ABCD$．

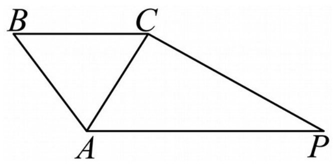


(1)求证：$AB//$平面PCE；

(2)求证：平面$PAB\perp$平面PBD；

(3)若二面角 $P-CD-A$ 的大小为 45°，求直线 PA 与平面 PBD 所成角的正弦值.

18．在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，且满足 $(2a-c)\cos B=b\cos C$．



(1)求角 B 的大小；

(2)若 $\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，且 $CD=1,AD=\sqrt{7}$，求 $\triangle ABC$ 的面积；

(3)如图，过点 A 作 BC 的平行线 AP，且 $\overrightarrow{BC}=\dfrac{7}{12}\overrightarrow{AP}$，在四边形 $ABCP$ 中，$AB=2,AP=3$，动点 E，F 分别在线段 BC，CP 上运动，且 $\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CF}=\lambda\overrightarrow{CP}$，求 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}$ 的最小值.

19．著名的费马问题是法国数学家皮埃尔·德·费马（1601－1665）于1643年提出的平面几何极值问题："已知一个三角形，求作一点，使其与此三角形的三个顶点的距离之和最小"费马问题中的所求点称为费马点，已知对于每个给定的三角形，都存在唯一的费马点，当△ABC 的三个内角均小于120°时，则使得 $\angle APB=\angle BPC=\angle CPA=120^{\circ}$ 的点 P 即为费马点．在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a,b,c，且 $\cos B=\dfrac{2a\cos A}{c}-\dfrac{\sin B}{\tan C}$．若 P 是 $\triangle ABC$ 的"费马点"，$a=2\sqrt{3},b<c$．

(1)求角 A；

(2)若 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PA}=-4$，求 $\triangle ABC$ 的周长；

(3)在（2）的条件下，设 $f(x)=4^{x}-m\cdot 2^{x}+|\overrightarrow{PA}|+|\overrightarrow{PB}|+|\overrightarrow{PC}|$，若当 $x\in[0,1]$ 时，不等式

$f(x)\geq 0$恒成立，求实数m的取值范围.

参考答案：

1．B

【分析】根据复数的除法运算及虚部概念求解.

【详解】因为$z=\frac{2}{1-\mathrm{i}}=\frac{2(1+\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=\frac{2(1+\mathrm{i})}{2}=1+\mathrm{i}$，

所以z的虚部为1.

故选：B

2．B

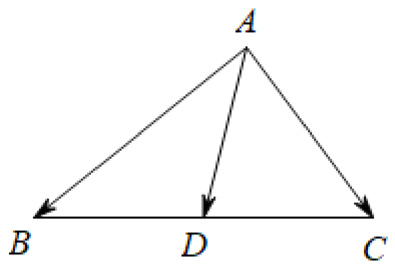
【分析】由向量加法法则求解即可.

【详解】解：因为D为$\triangle ABC$的边BC的中点，

所以，根据向量加法法则得$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AD}$，

所以$\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$.

故选：B



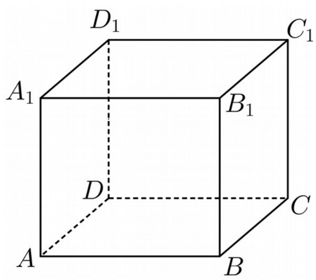
3．C

【分析】由线面垂直的性质可判断A，B；以长方体为载体进行验证可判断C；由面面垂直的判定定理可判断D.

【详解】对于A，两条平行线中的一条垂直于一个平面，则另一条也垂直于该平面，故A正确；

对于B，垂直于同一条直线的两个平面平行，故B正确；

对于C，如图，



长方体中，记$m = AA_1$，平面$ABCD$为平面α，平面A_1ADD_1为平面β，

由图可知$m \subset \beta$，故C错误；

对于D，由面面垂直的判定定理可得，故D正确；

故选：C.

4．B

【分析】分析图中数据，结合方差，极差的求法和意义，结合百分位数的求解，得到答案.

【详解】从图表可以看出甲成绩的波动情况小于乙成绩的波动情况，则甲成绩的方差小于乙成绩的方差，且甲成绩的极差小于乙成绩的极差，AD正确；

将甲成绩进行排序，又$6 \times 25\% = 1.5$，故从小到大，选择第二个成绩作为甲成绩的第25百分位数，估计值为90分，

将乙成绩进行排序，又$6 \times 75\% = 4.5$，故从小到大，选择第5个成绩成绩作为乙成绩的第75百分位数，估计值大于90分，

从而甲成绩的第25百分位数小于乙成绩的第75百分位数，B错误；

甲成绩均集中在90分左右，而乙成绩大多数集中在60分左右，故C正确.

故选：B

5．A

【分析】由三视图得原图形的形状，结构，得边长后可得周长.

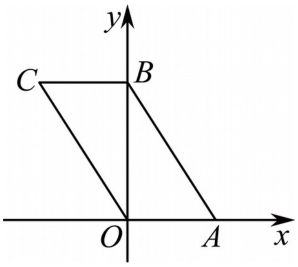
【详解】作出原图形如下图所示：

由三视图知原图形是平行四边形$OABC$，如图，$OA = O'A' = 1\text{cm}$，$OB \perp OA$，

$OB = 2O'B' = 2\sqrt{2}\text{cm}$，$AB = \sqrt{1^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2} = 3\text{cm}$，

所以平行四边形 $OABC$ 的周长是 8cm .

故选：A.



6．C

【分析】先在 $\triangle BCD$ 中，利用正弦定理求得 BC，再在直角 $\triangle ABC$ 中，利用正切函数的定义，求得 AB 的长，即可求解.

【详解】在 $\triangle BCD$ 中，$CD = 50\text{m}, \cos\angle BCD = \frac{\sqrt{5}}{5}, \cos\angle BDC = \frac{3}{5}$，

所以 $\sin\angle BCD = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \sin\angle BDC = \frac{4}{5}$

所以 $\sin\angle CBD = \sin\left(\angle BCD + \angle BDC\right) = \frac{2\sqrt{5}}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$，

由正弦定理 $\frac{CD}{\sin\angle CBD} = \frac{BC}{\sin\angle BDC}$，

可得 $BC = \frac{50 \times \frac{4}{5}}{\frac{2\sqrt{5}}{5}} = 20\sqrt{5}$，

在直角 $\triangle ABC$ 中，因为 $\tan\angle ACB = \frac{3}{4}$,

所以 $AB = BC \cdot \tan\angle ACB = 20\sqrt{5} \times \frac{3}{4} = 15\sqrt{5}(\text{m})$，

即塔高为$15\sqrt{5}\mathrm{m}$.

故选：C.

7．D

【分析】运用平面向量基本定理，得到m的值，结合向量模长计算方法，建立等式，计算最值，即可.

【详解】$\overline{AP}=\overline{AC}+\overline{CP}=\overline{AC}+k\overline{CD}=\overline{AC}+k\left(\overline{AD}-\overline{AC}\right)$ $=\overline{AC}+k\left(\frac{2}{3}\overline{AB}-\overline{AC}\right)$

$=\frac{2k}{3}\overline{AB}+\left(1-k\right)\overline{AC}=m\overline{AC}+\frac{1}{2}\overline{AB}$，得到$1-k=m,\frac{2k}{3}=\frac{1}{2}$，所以$m=\frac{1}{4}$，结合

ΔABC的面积为$2\sqrt{3}$，得到$\frac{1}{2}\left|\overline{AC}\right|\cdot\left|\overline{AB}\right|\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$,得到$\left|\overline{AC}\right|\cdot\left|\overline{AB}\right|=8$，所以

$\left|\overline{AP}\right|=\sqrt{\frac{1}{16}\left|\overline{AC}\right|^2+\frac{1}{4}\left|\overline{AB}\right|^2+\frac{1}{8}\cdot\left|\overline{AC}\right|\cdot\left|\overline{AB}\right|}=\sqrt{1+\frac{1}{16}\left|\overline{AC}\right|^2+\frac{16}{\left|\overline{AC}\right|^2}}\geq\sqrt{3}$，故选D.

【点睛】考查了平面向量基本定理，考查了基本不等式的运用，难度偏难.

8．A

【分析】过点B作$BF\perp AD$，得到动点P的轨迹是以E为圆心，以BE为半径且圆心角为$\angle P_1EP_2$的圆弧，在$\triangle ABC$所在平面建立平面直角坐标系，求得直线BE和AC的方程，联立方程组，求得$F\left(\frac{3}{4},\frac{3}{4}\right)$，得到$\left|EF\right|$的长，进而求得$\angle P_1EP_2=\frac{\pi}{6}$，结合弧长公式，即可求解.

【详解】如图（1）所示，过点B作$BF\perp AD$，分别交AD,AC于点E,F，

则动点P在平面ADC上的射影轨迹为线段EF，

设当P与P_1重合时，有$P_1E\perp EF$；当P与P_2重合时，有$P_2F\perp EF$，

则由$PE=BE$为定长，可知动点P的轨迹是以E为圆心，以BE为半径且圆心角为$\angle P_1EP_2$的圆弧，如图（1）所示，

在$\triangle ABC$所在平面建立如图（2）所示的平面直角坐标系，

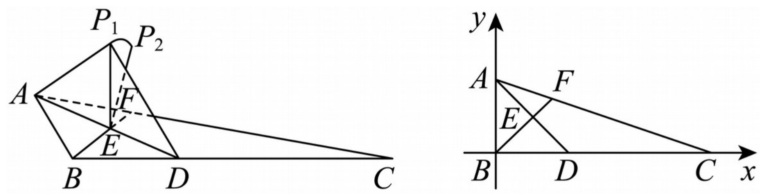
则$A(0,1)$，$D(1,0)$，$C(3,0)$，$E\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$，直线$BE:y=x$，直线$AC:y=-\frac{1}{3}x+1$，

联立方程组$\begin{cases}y=x\\y=-\frac{1}{3}x+1\end{cases}$，解得$x=\frac{3}{4},y=\frac{3}{4}$，即$F\left(\frac{3}{4},\frac{3}{4}\right)$，则$|EF|=\frac{\sqrt{2}}{4}$，

又由$|BE|=\frac{\sqrt{2}}{2}$，可得$\cos\angle P_2EF=\frac{|EF|}{|BE|}=\frac{1}{2}$，所以$\angle P_2EF=\frac{\pi}{3}$，$\angle P_1EP_2=\frac{\pi}{6}$，

所以动点P的轨迹长度为$\frac{\sqrt{2}\pi 2}{2}\cdot\frac{}{6}=\frac{\sqrt{}}{12}\pi$．

故选：A．



图(1)　　　　图(2)

【点睛】方法点睛：求解立体几何中的动态问题与存在性问题的策略：

1、解答方法：一般是根据线面平行，线面垂直的判定定理和性质定理，结合圆或圆锥曲线的定义推断出动点的轨迹，有时也可以利用向量的坐标运算求出动点的轨迹方程；

2、对于线面位置关系的存在性问题，首先假设存在，然后在该假设条件下，利用线面位置关系的相关定理、性质进行推理论证，寻找假设满足的条件，若满足则肯定假设，若得出矛盾的结论，则否定假设；

3、对于探索性问题用向量法比较容易入手，一般先假设存在，设出空间点的坐标，转化为代数方程是否有解的问题，若有解且满足题意则存在，若有解但不满足题意或无解则不存在，同时，用已知向量来表示未知向量，一定要结合图形，以图形为指导思想是解答此类问题的关键.