九年级数学

（满分 100 分，考试时间 90 分钟）

一、选择题（本大题有 6 小题，每题 4 分，满分 24 分）

1. 如果 $5x=3y$ （x、y 均不为零），那么 $x:y$ 的值是（　　）

A. $\frac{5}{3}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{3}{8}$　　D. $\frac{5}{8}$

【答案】B

【解析】

【分析】等式两边同除以 $5y$ 即可得到答案．

【详解】解：等式两边同除以 $5y$，可得：$\frac{5x}{5y}=\frac{3y}{5y}$，即 $\frac{x}{y}=\frac{3}{5}$，

故选 B．

【点睛】本题考查比例式的性质，熟练掌握比例内项之积等于比例外项之积是解题关键．

2. 已知 Rt△ABC 中，∠C=90°，∠CAB=α，AC=7，那么 BC 为（　　）

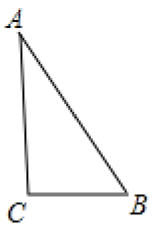
A. 7sinα　　B. 7cosα　　C. 7tanα　　D. 7cotα

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意画出图形，由锐角三角函数的定义解答即可．

【详解】



解：∵Rt△ABC 中，∠C=90°，∠CAB=α，AC=7，

∴tanα=$\frac{BC}{AC}=\frac{BC}{7}$

∴BC=7tanα．

故选 C．

【点睛】本题考查锐角三角函数的定义及运用：在直角三角形中，锐角的正弦为对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比邻边．

3. 在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在 AB、AC 上，如果 $AD=2$，$BD=3$，那么由下列条件能够判定 $DE \parallel BC$ 的是（　　）

A. $\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{2}{3}$　　B. $\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{2}{5}$　　C. $\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{2}{5}$

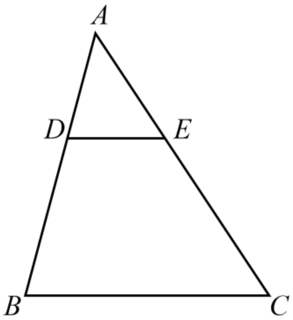
【答案】D

【解析】

【分析】利用如果一条直线截三角形的两边(或两边的延长线)所得的对应线段成比例，那么这条直线平行于三角形的第三边可对各选项进行判断即可.

【详解】解：$\because AD=2$，$BD=3$，

$\therefore \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{2}{5}$，



只有当$\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{2}{5}$时，$DE\parallel BC$，

理由是：$\because \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{2}{5}$，$\angle A=\angle A$，

$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$，

$\therefore \angle ADE=\angle B$，

$\therefore DE\parallel BC$，

而其它选项都不能推出$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$，即不能推出$\angle ADE=\angle B$或$\angle AED=\angle C$，即不能推出$DE\parallel BC$，

即选项 A、B、C 都错误，只有选项 D 正确.

故选：D.

【点睛】本题考查了平行线分线段成比例定理，熟练掌握和灵活运用相关知识是解题的关键.

4. 下列命题正确的是（　　）

A. 如果$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，那么$\vec{a}=\vec{b}$

B. 如果$\vec{a}$、$\vec{b}$都是单位向量，那么$\vec{a}=\vec{b}$

C. 如果$\vec{a}=k\vec{b}$（$k\neq 0$），那么$\vec{a}\parallel\vec{b}$

D. 如果 m＝0 或 $\vec{a}=\vec{0}$，那么 $m\vec{a}$＝0

【答案】C

【解析】

【分析】根据向量的定义和要素即可进行判断.

【详解】解：A．向量是既有大小又有方向，$|\vec{a}|=|\vec{b}|$表示有向线段的长度，$\vec{a}=\vec{b}$表示长度相等，方向相同，所以 A 选项不正确；

B．长度等于 1 的向量是单位向量，所以 B 选项不正确；

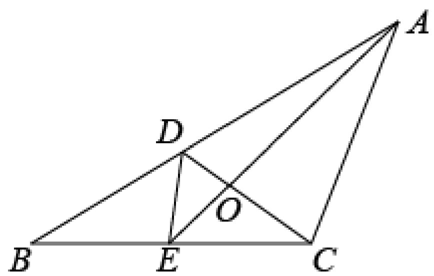
C. $\vec{a}=k\vec{b}$（$k\neq0$）$\Leftrightarrow \vec{a}\parallel\vec{b}$，所以 C 选项正确；

D．如果 m＝0 或 $\vec{a}=\vec{0}$，那么 $m\vec{a}=\vec{0}$，不正确.

故选：C.

【点睛】本题主要考查向量的定义和要素，准备理解相关概念是关键.

5. 如图，D、E 分别是△ABC 的边 AB、BC 上的点，且 $DE\parallel AC$，AE、CD 相交于点 O，若 $S_{\triangle DOE}$：$S_{\triangle COA}$=1：25，则 $S_{\triangle BDE}$ 与 $S_{\triangle CDE}$ 的比是（　　）



A. 1：3　　B. 1：4　　C. 1：5　　D. 1：25

【答案】B

【解析】

【详解】解：∵$DE\parallel AC$，

∴△DOE∽△COA，

又$S_{\triangle DOE}$：$S_{\triangle COA}$=1：25，

∴ $\frac{DE}{AC}=\frac{1}{5}$,

∵$DE\parallel AC$，

∴△BDE∽△BAC，

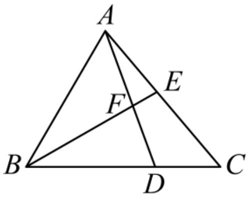
∴ $\frac{BE}{BC}=\frac{DE}{AC}=\frac{1}{5}$,

$\therefore \frac{BE}{EC}=\frac{1}{4}$,

∴$S_{\triangle BDE}$与$S_{\triangle CDE}$的比是 1：4，

故选 B．

6. 如图，D是$\triangle ABC$边BC上的一点，$\angle BAD=\angle C, \angle ABC$的平分线交边$AC$于点$E$，交$AD$于点$F$，则图中一定相似三角形有（　　）



A. 1 对　　　　B. 2 对　　　　C. 3 对　　　　D. 4 对

【答案】C

【解析】

【分析】由已知条件和有两个角对应相等的三角形相似即可完成.

【详解】在$\triangle ABC$与$\triangle DBA$中，

∵$\angle ABD$＝$\angle ABD$，$\angle BAD$＝$\angle C$，

∴$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$，

　$\triangle ABF$ 与$\triangle CBE$ 中，

∵ BF 平分$\angle ABC$，

∴$\angle ABF$＝$\angle CBE$，

又$\angle BAF$＝$\angle BCE$，

∴$\triangle ABF \backsim \triangle CBE$.

∵$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$，

∴$\angle BAC=\angle ADB$，

∵$\angle ABF$＝$\angle CBE$，

∴$\triangle ABE \backsim \triangle DBF$，

所以图形中共有 3 对相似三角形.

故选 C.

【点睛】本题考查了相似三角形的判定，角平分线的定义，根据条件寻找相似三角形是本题的难点.

二、填空题（本大题有 12 小题，每题 4 分，满 48 分）

7. 如果$x:y=5:3$，那么$\frac{x-y}{y}=$________.

【答案】$\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】根据 $x:y=5:3$ 得到 $x=\frac{5}{3}y$，把它代入后面的式子求出比值.

【详解】解：$\because x:y=5:3$，

$\therefore 3x=5y$，即 $x=\frac{5}{3}y$，

$\therefore \frac{x-y}{y}=\frac{\frac{5}{3}y-y}{y}=\frac{2}{3}$.

故答案是：$\frac{2}{3}$.

【点睛】本题主要考查了比例的性质，解题的关键是掌握比例基本的性质.

8. 如果在比例尺为 1：1000000 的地图上，A，B 两地的图上距离是 1.6 厘米，那么 A 、B 两地的实际距离是__________千米.

【答案】16

【解析】

【分析】实际距离=图上距离：比例尺，根据题意代入数据可直接得出实际距离.

【详解】解：根据题意，1.6÷$\frac{1}{1000000}$=1600000 厘米=16 千米.

即实际距离是 16 千米.

故答案为：16.

【点睛】本题考查了比例线段的知识，注意掌握比例线段的定义及比例尺，并能够灵活运用，同时要注意单位的转换.

9. 若 Q 是线段 MN 延长线上一点，已知 $\overrightarrow{MN}=\vec{a}$，$\overrightarrow{QN}=\vec{b}$，则 $\overrightarrow{MQ}=$____.（用含 $\vec{a}$ 、$\vec{b}$ 表示）

【答案】$\vec{a}-\vec{b}$

【解析】

【分析】根据向量的线性运算法则进行计算即可.

【详解】解：$\because \overrightarrow{QN}=\vec{b}$，

$\therefore \overrightarrow{NQ}=-\overrightarrow{QN}=-\vec{b}$，

又 $\overrightarrow{MN}=\vec{a}$，

$\therefore \overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NQ}=\vec{a}-\vec{b}$

故答案为：$\vec{a}-\vec{b}$

【点睛】本题主要考查了向量的线性运算，熟练掌握运算法则是解答本题的关键.

10. 设点 P 是线段 AB 的黄金分割点$(AP<BP)$，$AB=2$ 厘米，那么线段 BP 的长是__________厘米.

【答案】$(\sqrt{5}-1)$##$(-1+\sqrt{5})$

【解析】

【分析】根据黄金分割点的定义可知 $BP^2=AB\cdot AP$，由此列出一元二次方程，即可求解.

【详解】解：$\because$ 点 P 是线段 AB 的黄金分割点，$AP<BP$，

$\therefore BP^2=AB\cdot AP$，即 $BP^2=AB\cdot\left(AB-BP\right)$，

令 $BP=x$，则 $x^2=2\times\left(2-x\right)$

即 $x^2+2x-4=0$，

$\because \Delta=2^2-4\times1\times\left(-4\right)=20>0$，

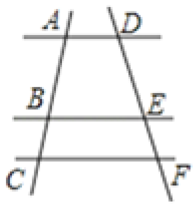
$\therefore x_1=\dfrac{-2+\sqrt{2^2-4\times1\times\left(-4\right)}}{2}=\sqrt{5}-1$，$x_2=\dfrac{-2-\sqrt{2^2-4\times1\times\left(-4\right)}}{2}=-1-\sqrt{5}$（舍）

$\therefore$线段 BP 的长是 $(\sqrt{5}-1)$ 厘米.

故答案为：$(\sqrt{5}-1)$.

【点睛】本题考查黄金分割点、解一元二次方程，根据黄金分割点的定义列出一元二次方程是解题的关键.

11. 如图，直线 $AD\parallel BE\parallel CF$，$BC=\dfrac{2}{3}AB$，$DE=6$，那么 EF 的值是________ .



【答案】4.

【解析】

【详解】$\because$AD∥BE∥CF，$BC=\dfrac{2}{3}AB$，

$\therefore \dfrac{DE}{EF}=\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{3}{2}$，

即 $\frac{6}{EF}=\frac{3}{2}$，

解得 EF=4.

故答案为 4.

点睛：本题利用平行线分线段成比例：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例.

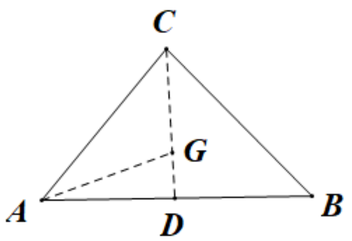
12. 已知点 G 是等腰直角三角形 ABC 的重心，$AC=BC=6$，那么 AG 的长为______.

【答案】$2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】根据等腰直角三角形的性质，求出 CD 的长，然后根据重心的性质可知 $DG=\frac{1}{3}CD$，最后由勾股定理可求得 AG 的长

【详解】连接 CG 并延长交 AB 于点 D，



$\therefore CD$ 是等腰直角三角形 ABC 斜边的中线

$$\therefore CD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\sqrt{AC^2+BC^2}=\frac{1}{2}\times\sqrt{36+36}=3\sqrt{2}$$

$\because$点 G 是等腰直角三角形 ABC 的重心，

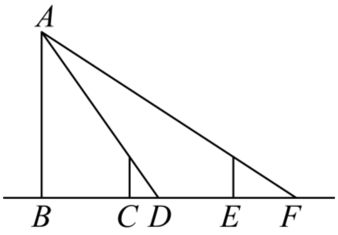
$\therefore DG=\frac{1}{3}CD=\sqrt{2}$，且 $AD=CD=3\sqrt{2}$

在 Rt$\triangle ADG$ 中，根据勾股定理得：

$$AG=\sqrt{AD^2+DG^2}=\sqrt{18+2}=2\sqrt{5}$$

【点睛】本题考查的等腰直角三角形的性质，重心的性质，熟知重心的性质是解题的关键

13. 如图，小红晚上由路灯 A 下的 B 处走到 C 处时，测得影子 CD 的长为 1 米，继续往走 2.5 米到达 E 处时，测得影子 EF 的长为 2 米，已知小明的身高是 1.5 米，那么路灯 A 离地面的高度 AB 的长为__________米.



【答案】5.25

【解析】

【分析】由 $\frac{身高}{影长}=\frac{路灯的高度}{路灯的影长}$，可得 $\frac{1.5}{1}=\frac{AB}{BD}$， $\frac{1.5}{2}=\frac{AB}{BF}$，解得， $AB=1.5BD$， $AB=\frac{1.5}{2}BF$，

则 $BF=2BD$，由 $BD=BF-BD=DF=CE-CD+EF=3.5$，代入可求 AB .

【详解】解：$\because \frac{身高}{影长}=\frac{路灯的高度}{路灯的影长}$，

$\therefore \frac{1.5}{1}=\frac{AB}{BD}$， $\frac{1.5}{2}=\frac{AB}{BF}$，

解得， $AB=1.5BD$， $AB=\frac{1.5}{2}BF$，

$\therefore BF=2BD$，

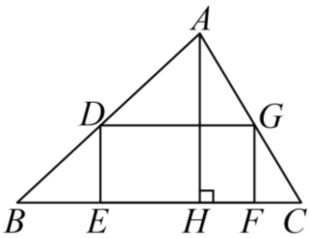
$\because BF-BD=BD=DF=CE-CD+EF=2.5-1+2=3.5$，

$\therefore AB=1.5\times3.5=5.25$，

故答案为：5.25 .

【点睛】本题考查了相似三角形的应用．解题的关键在于熟练掌握：$\frac{身高}{影长}=\frac{路灯的高度}{路灯的影长}$.

14. 如图，四边形 $DEFG$ 是 $\triangle ABC$ 的内接矩形，其中 D 、G 分别在边 AB 、AC 上，点 E 、F 在边 BC 上，$DG=2DE$， AH 是 $\triangle ABC$ 的高， $BC=20$， $AH=15$，那么矩形 $DEFG$ 的周长是__________.



【答案】36

【解析】

【分析】根据四边形 $DEFG$ 是 $\triangle ABC$ 的内接矩形，可得 $DG\parallel EF$， $\angle KDE=\angle DEH=90^\circ$，证明四边形 $DEHK$ 是的矩形，可推导出 $KH=DE$，AK 是 $\triangle ADG$ 的高，根据相似三角形的性质可得 $\frac{DG}{BC}=\frac{AK}{AH}$，

代入数据可得结论．

【详解】解：设 AH 交 DG 于点 K，

$\because AH$ 是 $\triangle ABC$ 的高，

$\therefore \angle AHB=90^\circ$，

$\because$四边形 $DEFG$ 是 $\triangle ABC$ 的内接矩形，

$\therefore DG \parallel EF$， $\angle KDE=\angle DEH=90^\circ$，

$\therefore$四边形 $DEHK$ 是矩形，

$\therefore \angle DKH=90^\circ$， $KH=DE$，

$\therefore \angle AKD=180^\circ-\angle DKH=180^\circ-90^\circ=90^\circ$，即 AK 是 $\triangle ADG$ 的高，

$\because DG \parallel EF$， $DG=2DE$， $BC=20$， $AH=15$，

$\therefore \triangle ADG \backsim \triangle ABC$，

$\therefore \dfrac{DG}{BC}=\dfrac{AK}{AH}=\dfrac{AH-KH}{AH}=\dfrac{AH-DE}{AH}$，

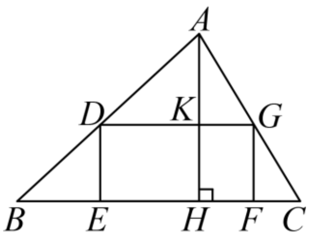
$\therefore \dfrac{2DE}{20}=\dfrac{15-DE}{15}$，

解得： $DE=6$，

$\therefore DG=2DE=2\times 6=12$，

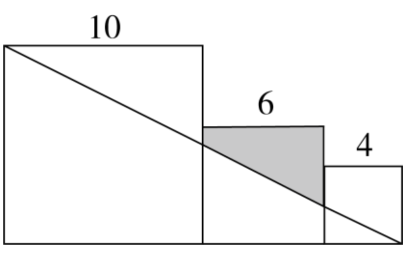
$\therefore$四边形 $DEFG$ 的周长是： $2\times\left(6+12\right)=36$．

故答案为： 36．



【点睛】本题考查相似三角形的判定和性质，矩形的判定和性质．掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键．

15. 边长分别为 10，6，4 的三个正方形拼接在一起，它们的底边在同一直线上（如图），则图中阴影部分的面积为_______．

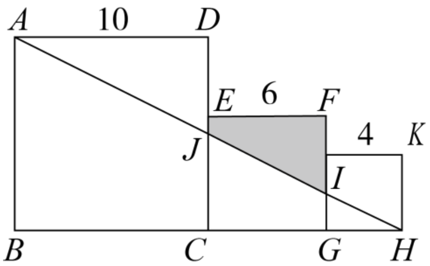


【答案】15

【解析】

【分析】根据正方形的性质及相似三角形的性质可进行求解．

【详解】解：如图，



由题意可知 $AD=DC=10,CG=CE=GF=6,\angle CEF=\angle EFG=90^{\circ}$， $GH=4$，

$\therefore CH=10=AD$，

$\because \angle D=\angle DCH=90^{\circ},\angle AJD=\angle HJC$，

$\therefore \triangle ADJ\cong\triangle HCJ\left(\mathrm{AAS}\right)$，

$\therefore CJ=DJ=5$，

$\therefore EJ=1$，

$\because GI/\!/CJ$，

$\therefore \triangle HGI\backsim\triangle HCJ$，

$\therefore \dfrac{GI}{CJ}=\dfrac{GH}{CH}=\dfrac{2}{5}$，

$\therefore GI=2$，

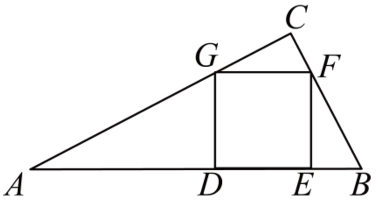
$\therefore FI=4$，

$\therefore S_{梯形EJIF}=\dfrac{1}{2}\left(EJ+FI\right)\cdot EF=15$；

故答案为 15．

【点睛】本题主要考查正方形的性质及相似三角形的性质与判定，熟练掌握正方形的性质及相似三角形的性质与判定是解题的关键．

16. 如图已知在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^{\circ}$，$AB=5$， $\cot B=\dfrac{1}{2}$，正方形 $DEFG$ 的顶点 G、F 分别在边 AC、BC 上，点 D、E 在斜边 AB 上，那么正方形 $DEFG$ 的边长为__________．



【答案】$\frac{10}{7}$

【解析】

【分析】由正方形 $DEFG$，设 $DE=DG=EF=x$，由 $\angle A+\angle AGD=90^\circ=\angle A+\angle B$，可得 $\angle AGD=\angle B$，则 $\cot\angle AGD=\cot B=\frac{1}{2}$，即 $\frac{DG}{AD}=\frac{BE}{EF}=\frac{1}{2}$，$\frac{x}{AD}=\frac{BE}{x}=\frac{1}{2}$，解得，$AD=2x$，$BE=\frac{1}{2}x$，根据 $AB=AD+DE+BE=5$，代值计算求解即可.

详解】解：∵正方形 $DEFG$，

∴ $\angle ADG=\angle BEF=90^\circ$，$DE=DG=EF$，

设 $DE=DG=EF=x$，

∵ $\angle A+\angle AGD=90^\circ=\angle A+\angle B$，

∴ $\angle AGD=\angle B$，

∴ $\cot\angle AGD=\cot B=\frac{1}{2}$，即 $\frac{DG}{AD}=\frac{BE}{EF}=\frac{1}{2}$，

∴ $\frac{x}{AD}=\frac{BE}{x}=\frac{1}{2}$，解得，$AD=2x$，$BE=\frac{1}{2}x$，

∵ $AB=AD+DE+BE=5$，

∴ $2x+x+\frac{1}{2}x=5$，解得，$x=\frac{10}{7}$，

故答案为：$\frac{10}{7}$.

【点睛】本题考查了正方形的性质，余切，一元一次方程的应用．解题的关键在于正确表示余切，确定线段之间的数量关系．

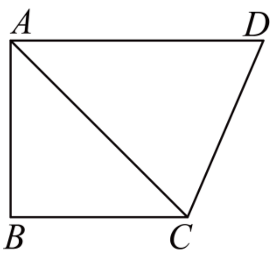
17. 新定义：将一个凸四边形分成一个等腰三角形和一个等腰直角三角形的对角线叫做这个四边形的“等腰直角线”．已知一个直角梯形的“等腰直角线”等于 4，它的面积是__________.

【答案】$4+4\sqrt{2}$ 或 12

【解析】

【分析】分两种情况，结合勾股定理，即可求解．

【详解】解：如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，$AD=AC=4$，

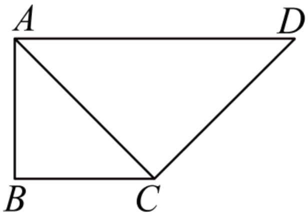


$\therefore AB^2+BC^2=2AB^2=AC^2=16$，

$\therefore AB=2\sqrt{2}$，

$\therefore$梯形$ABCD$的面积为$\frac{1}{2}(BC+AD)\times AB=\frac{1}{2}(2\sqrt{2}+4)\times 2\sqrt{2}=4+4\sqrt{2}$；

如图，在梯形$ABCD$中，$AD\parallel BC$，$\triangle ABC$是等腰直角三角形，$CD=AC=4$，



$\therefore \angle BAD=\angle B=90°$，$\angle BAC=45°$，

$\therefore \angle CAD=\angle D=45°$，

$\therefore \angle ACD$=90°，

$\therefore \triangle ACD$是等腰直角三角形，

$\therefore AD=\sqrt{2}AC=4\sqrt{2}$，

$\therefore$梯形$ABCD$的面积为$\frac{1}{2}(BC+AD)\times AB=\frac{1}{2}(2\sqrt{2}+4\sqrt{2})\times 2\sqrt{2}=12$；

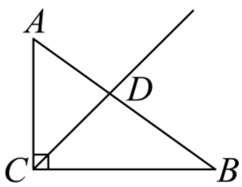
如图，在梯形$ABCD$中，$AD\parallel BC$，$\triangle ABC$是等腰直角三角形，$CD=AC=4$；

综上所述，它的面积为$4+4\sqrt{2}$或12.

故答案为：$4+4\sqrt{2}$或12

【点睛】本题主要考查了勾股定理，等腰直角三角形，梯形，利用分类讨论思想解答是解题的关键.

18. 如图，在Rt$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，CD是$\triangle ABC$的角平分线，$AC:BC=3:4$．将Rt$\triangle ABC$绕点A旋转，如果点C落在射线CD上，点B落在点E处，连接DE，那么$\angle AED$的正切值为__________.



【答案】$\frac{3}{7}$

【解析】

【分析】设点C落在射线CD上的点C'处，设$AC=3x$，$BC=4x$，根据角平分线的性质和旋转的性质可得$90°=\angle EAB=\angle CAC'$，进而得到$AC'\parallel BC$，即可求解.