

2025 届新高三新起点暑期效果联合质量检测

数学试卷

满分 150 分，考试用时 120 分钟

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。

2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3. 非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交。

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题所给的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 设集合 $M = \{x \mid -1 < x \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{x \mid (x+1)(x-2) \leq 0\}$, 则 $M \cup N =$ ()

A. $\{x \mid -1 \leq x \leq 2, x = 3\}$ B. $\{-1, 0, 1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$

2. 若复数 $z = 1 + i - 2i^3$, 则 $|z| =$ ()

A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{10}$ D. $2\sqrt{3}$

3. 在 $\triangle ABC$ 中, M 是 BC 中点且 $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{AB}|$, 则向量 \overrightarrow{AC} 在向量 \overrightarrow{CB} 上的投影向量 ()

A. $\frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}\overrightarrow{CB}$
C. $-\frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{4}\overrightarrow{CB}$

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = \frac{1}{a_{n-1}} + 1 (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*)$, 若 $a_3 = \frac{3}{2}$, 则 $a_1 =$ ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 1 D. 2

5. $\triangle ABC$ 与 $\triangle ABD$ 都是边长为 2 的正三角形, 沿公共边 AB 折叠成 60° 的二面角, 若点 A, B, C, D 在同一球 O 的球面上, 则球 O 的表面积为 ()

A. $\frac{13}{9}\pi$ B. $\frac{208\pi}{9}$ C. $\frac{52}{9}\pi$ D. $\frac{112\pi}{3}$

6. 若圆 $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 1 = 0$ 上恰有三点到直线 $y = kx$ 的距离为 2, 则 k 的值为 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 2

2

4

3

7. 若函数 $f(x) = -\frac{1}{2}ax^2 + 4x - 2\ln x$ 有两个不同的极值点, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. (0,2) B. (0,1) C. $(-\infty, 1)$ D. $(2, +\infty)$

8. 十七世纪法国数学家、被誉为业余数学家之王的皮埃尔·德·费马提出一个著名的几何问题：已知一个三角形，求作一点，使其与这个三角形的三个顶点的距离之和最小。其答案如下：当三角形的三个角均小于 120° 时，所求的点为三角形的正等角中心，即该点与三角形三个顶点的连线两两成 120° 角；当三角形有一内角大于或等于 120° 时，所求的点为三角形最大内角的顶点。在费马问题中所求的点被称为费马点。已知 a, b, c

分别是 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边，且 $a^2 - (b-c)^2 = 6, b \sin \frac{B+C}{2} = a \sin B$ ，若 P 为 $\triangle ABC$ 的费马点，

则 $\vec{PA} \cdot \vec{PB} + \vec{PB} \cdot \vec{PC} + \vec{PC} \cdot \vec{PA} =$ ()

- A. -3 B. -2 C. -6 D. $-\frac{3}{2}$

二、多项选择题（本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分）

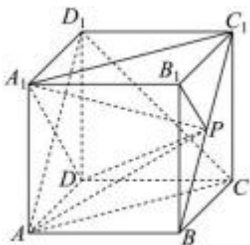
9. 设首项为 1 的数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n ，已知 $S_{n+1} = 2S_n + n - 1$ ，则下列结论正确的是 ()

- A. 数列 $\{S_n + n\}$ 为等比数列 B. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2^n - n$
 C. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2^{n-1} - 1$ D. 数列 $\{a_n + 1\}$ 为等比数列

10. 已知 $\triangle ABC$ 为斜三角形，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $c = 2a \sin B$ ，则 ()

- A. $\frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan B} = 2$ B. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 的最小值为 2
 C. 若 $C = \frac{\pi}{4}$ ，则 $a^2 + b^2 = 2\sqrt{2}ab$ D. 若 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \sqrt{6}$ ，则 $C = \frac{5\pi}{12}$

11. 如图，正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1， P 是线段 BC_1 上的动点，则下列结论正确的是 ()



- A. 三棱锥 $A_1 - APD$ 的体积为定值
 B. $A_1P \parallel$ 平面 ACD_1
 C. $AP + B_1P$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$

D. 当 A_1, C, D_1, P 四点共面时，四面体 $B_1PA_1C_1$ 的外接球的体积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$

三、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\cos C = \frac{b}{a} + \frac{c}{2a}$, $\angle BAC$ 的平分线 AD 交 BC 于点 D . 若 $AD = 1$, 则 $\triangle ABC$ 周长的最小值为_____.

13. $(2x - y + 1)^5$ 的展开式中, 所有项的系数和为_____.

14. 已知 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ \cos x, & 0 < x < 2\pi \end{cases}$, 若 $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$, $x_1 < x_2 < x_3$, 则 $2x_1 + 3x_2 + 2x_3$ 的最大值为_____.

四、解答题 (本大题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (本小题 13 分)

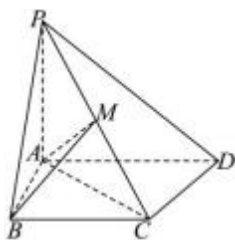
在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $b\cos C + c\cos B = 2b\sin A$, 且 $\sin A \geq \sin B$.

(1) 求角 B 的值;

(2) 若 $\cos C + \sin B = 0$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求 BC 边上的中线 AM 的长.

16. (本小题 15 分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $AD \parallel BC$, $AB \perp AD$, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AD = 10$, $BC = 2AB = 8$, M 为 PC 的中点.

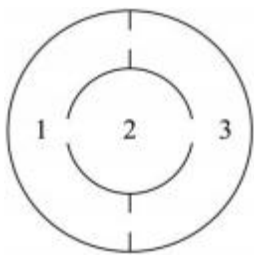


(1) 求证: 平面 $PAC \perp$ 平面 PCD ;

(2) 若 $AM \perp PC$, 求直线 BM 与平面 PCD 所成角的正弦值.

17. (本小题 15 分)

“布朗运动”是指悬浮在液体或气体中的微小颗粒所做的永不停息的无规则运动, 在如图所示的试验容器中, 容器由三个仓组成, 某粒子做布朗运动时每次会从所在仓的通道口中等可能随机选择一个到达相邻仓, 且粒子经过 n 次随机选择后到达 2 号仓的概率为 P_n , 已知该粒子的初始位置在 2 号仓.



(1) 求 P_1, P_2 ;

(2) 证明数列 $\{P_n - \frac{1}{4}\}$ 是等比数列, 并求数列 $\{P_n\}$ 的通项公式;

(3) 粒子经过 4 次随机选择后, 记粒子在 1 号仓出现的次数为 X , 求 X 的分布列与数学期望.

18. (本小题 17 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 椭圆 C 的左, 右焦点与短轴两个端点构成的四边形面积为 $2\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若直线 $l: x - my - 1 = 0 (m \neq 0)$ 与 x 轴交于点 T , 与椭圆 C 交于 P, Q 两点, 过点 P 作 x 轴的垂线交椭圆 C 于另一点 R , 求 $\triangle TQR$ 面积的最大值.

19. (本小题 17 分)

已知函数 $f(x) = a \ln x - e^{-x}, a \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 证明: $|f(x_1) - f(x_2)| < 1$.

2025 届新高三新起点暑期效果联合质量检测解析版 数学试卷

满分 150 分, 考试用时 120 分钟

注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上, 并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置.

2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.

3. 非选择题的作答: 用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内. 写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.

4. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并上交.

一、单项选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题所给的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 设集合 $M = \{x | -1 < x \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}, N = \{x | (x+1)(x-2) \leq 0\}$, 则 $M \cup N = ()$

- A. $\{x \mid -1 \leq x \leq 2, x = 3\}$ B. $\{-1, 0, 1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$

【答案】A

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/047115165046006143>