2023年高考数学模拟试卷

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．学业水平测试成绩按照考生原始成绩从高到低分为A、B、C、D、E五个等级．某班共有36名学生且全部选考物理、化学两科，这两科的学业水平测试成绩如图所示．该班学生中，这两科等级均为A的学生有5人，这两科中仅有一科等级为A的学生，其另外一科等级为B，则该班（　　）

等级 / 科目	A	B	C	D	E
物理	10	16	9	1	0
化学	8	19	7	2	0

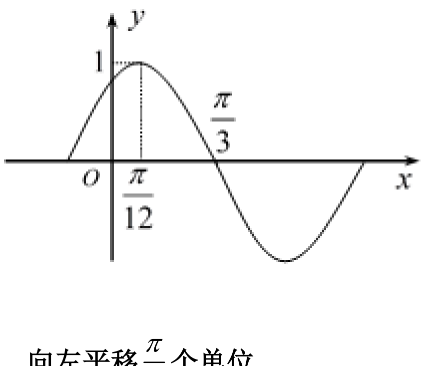
A．物理化学等级都是B的学生至多有12人

B．物理化学等级都是B的学生至少有5人

C．这两科只有一科等级为B且最高等级为B的学生至多有18人

D．这两科只有一科等级为B且最高等级为B的学生至少有1人

2．下图所示函数图象经过何种变换可以得到$y=\sin 2x$的图象（　　）



A．向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位　　　　**B**．向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位

C．向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位　　　　**D**．向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位

3．已知双曲线$\frac{x^2}{a}+y^2=1$的一条渐近线倾斜角为$\frac{5\pi}{6}$，则$a=$（　　）

A． 3　　　　**B．** $-\sqrt{3}$　　　　**C．** $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　**D．** -3

4．一个由两个圆柱组合而成的密闭容器内装有部分液体，小圆柱底面半径为r_1，大圆柱底面半径为r_2，如图**1**放置容器时，液面以上空余部分的高为h_1，如图**2**放置容器时，液面以上空余部分的高为h_2，则$\frac{h_1}{h_2}=$（　　）

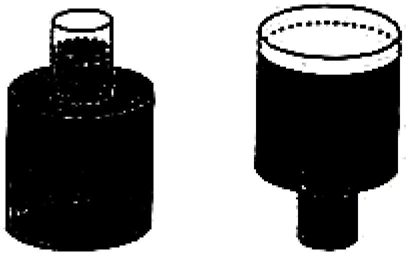


图1　　　　图2

A． $\frac{r_2}{r_1}$　　　　**B．** $\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$　　　　**C．** $\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3$　　　　**D．** $\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}$

5．已知函数$f\left(x\right)=\begin{cases}\left(a-1\right)x+4, & x\le 7\\ a^{x-6}, & x>7\end{cases}$是$R$上的减函数，当$a$最小时，若函数$y=f(x)-kx-4$恰有两个零点，则实数$k$的取值范围是（　　）

A． $(-\frac{1}{2},0)$　　　　**B．** $(-2,\frac{1}{2})$

C． $(-1,1)$　　　　**D．** $(\frac{1}{2},1)$

6．已知函数$f(x)=3x+2\cos x$，若$a=f(3^{\sqrt{2}})$，$b=f(2)$，$c=f(\log_2 7)$,则***a*，*b*，*c***的大小关系是（　　）

A． $a<b<c$　　　　**B．** $c<b<a$　　　　**C．** $b<a<c$　　　　**D．** $b<c<a$

7．椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{2}=1$的焦点为$F_1,F_2$，点$P$在椭圆上，若$|PF_2|=2$，则$\angle F_1PF_2$的大小为（　　）

A． $150°$　　　　**B．** $135°$　　　　**C．** $120°$　　　　**D．** $90°$

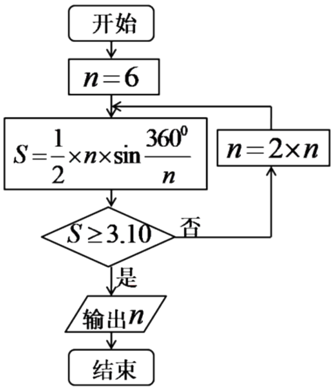
8．已知实数x,y满足$\begin{cases}x\ge y,\\ x+y-1\le 0,\\ y\ge -1,\end{cases}$则$z=x+2y$的最大值为（　　）

A． 2　　　　**B．** $\frac{3}{2}$　　　　**C．** 1　　　　**D．** 0

9．

公元**263**年左右，我国数学家刘徽发现当圆内接正多边形的边数无限增加时，多边形面积可无限逼近圆的面积，并创立了“割圆术”，利用“割圆术”刘徽得到了圆周率精确到小数点后两位的近似值3.14，这就是著名的“徽率”。如图是利用刘徽的“割圆术”思想设计的一个程序框图，则输出的n值为（　）（参考数据：

$\sqrt{3}\approx 1.732,\sin 15^0\approx 0.2588,\sin 75^0\approx 0.9659$　）



A．48　　**B．36**　　**C．24**　　**D．12**

10．已知随机变量X服从正态分布$N(1,4)$，$P(X>2)=0.3$，$P(X<0)=$（　　）

A．0.2　　**B．**0.3　　**C．**0.7　　**D．**0.8

11．设i为虚数单位，z为复数，若$\frac{|z|}{z}+i$为实数m，则$m=$（　　）

A．-1　　**B．**0　　**C．**1　　**D．**2

12．设全集$U=\{x\in Z|(x+1)(x-3)\leq 0\}$，集合$A=\{0,1,2\}$，则$C_U A=$(　)

A．$\{-1,3\}$　　**B．**$\{-1,0\}$　　**C．**$\{0,3\}$　　**D．**$\{-1,0,3\}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．某中学数学竞赛培训班共有**10**人，分为甲、乙两个小组，在一次阶段测试中两个小组成绩的茎叶图如图所示，若甲组**5**名同学成绩的平均数为**81**，乙组**5**名同学成绩的中位数为**73**，则***x*-*y***的值为________.

甲		乙
	6	7
7　2	7	0　y
6　x	8	5
0	9	1

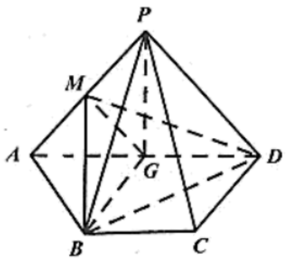
14．圆$C:(x+1)^2+(y-2)^2=4$关于直线$y=2x-1$的对称圆的方程为_____.

15．在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1,a_{n+1}=2n-a_n$，则数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n=$_____.

16．已知函数$f(x)=a\ln(2x)-e^{\frac{2x}{e}}$有且只有一个零点，则实数$a$的取值范围为__________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）如图，已知四边形 $ABCD$ 的直角梯形，$AD\parallel BC$，$AD\perp DC$，$AD=4$，$DC=BC=2$，G 为线段 AD 的中点，$PG\perp$ 平面 $ABCD$，$PG=2$，M 为线段 AP 上一点（M 不与端点重合).



（1）若 $AM=MP$，

（ⅰ）求证：$PC\parallel$平面 BMG；

（ⅱ）求平面 PAD 与平面 BMD 所成的锐二面角的余弦值；

（2）否存在实数 λ 满足 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AP}$，使得直线 PB 与平面 BMG 所成的角的正弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{5}$，若存在，确定的 λ 值，若不存在，请说明理由.

18.（12 分）已知函数 $f(x)=ax-\ln x-1(a\in R)$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性并指出相应单调区间；

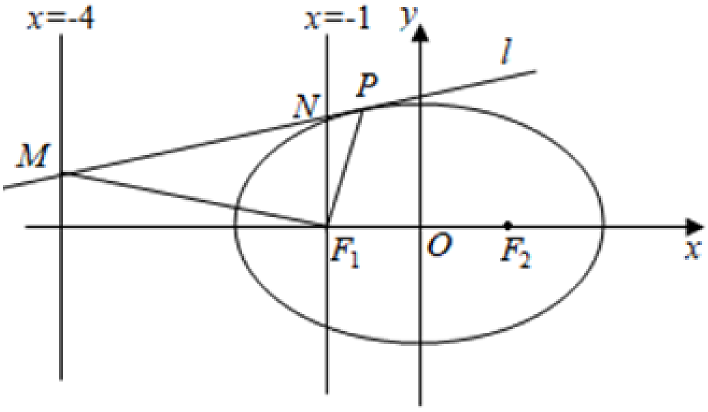
（2）若 $g(x)=\frac{1}{2}x^2-x-1-f(x)$，设 $x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$ 是函数 $g(x)$ 的两个极值点，若 $a\geq\frac{3}{2}$，且 $g\left(x_1\right)-g\left(x_2\right)\geq k$ 恒成立，求实数 k 的取值范围.

19.（12 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 过点 $\left(1,\frac{3}{2}\right)$，过坐标原点 O 作两条互相垂直的射线与椭圆 C 分别交于 M，N 两点.

（1）证明：当 a^2+9b^2 取得最小值时，椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

（2）若椭圆 C 的焦距为 2，是否存在定圆与直线 MN 总相切？若存在，求定圆的方程；若不存在，请说明理由.

20.（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中,已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左、右焦点分别为 F_1、F_2,且点 F_1、F_2 与椭圆 C 的上顶点构成边长为 2 的等边三角形.



（1）求椭圆 C 的方程；

（2）已知直线 l 与椭圆 C 相切于点 P ,且分别与直线 $x=-4$ 和直线 $x=-1$ 相交于点 M 、 N ．试判断 $\frac{|MF_1|}{|MF_2|}$ 是否为定值,并说明理由．

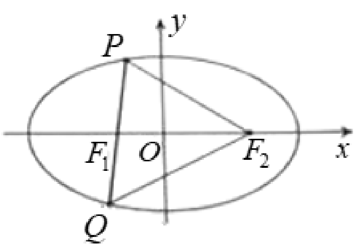
21．（12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1=a$ （实数 a 为常数）， $a_2=2,S_n$ 是其前 n 项和， $S_n=\frac{n(a_n-a_1)}{2}$ 且数列 $\{b_n\}$ 是等比数列， $b_1=2,a_4$ 恰为 S_4 与 b_2-1 的等比中项．

（1）证明：数列 $\{a_n\}$ 是等差数列；

（2）求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（3）若 $c_1=\frac{3}{2}$ ，当 $n\geq 2$ 时 $c_n=\frac{1}{b_{n-1}+1}+\frac{1}{b_{n-1}+2}+\cdots+\frac{1}{b_n}$ ， $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n ，求证：对任意 $n\geq 2$ ，都有 $12T_n\geq 6n+13$ ．

22．（10 分）如图，已知椭圆 E 的右焦点为 $F_2(1,0)$ ， P ， Q 为椭圆上的两个动点， $\triangle PQF_2$ 周长的最大值为 8.



（Ⅰ）求椭圆 E 的标准方程；

（Ⅱ）直线 l 经过 F_2 ，交椭圆 E 于点 A ， B ，直线 m 与直线 l 的倾斜角互补，且交椭圆 E 于点 M ， N ， $|MN|^2=4|AB|$ ，求证：直线 m 与直线 l 的交点 T 在定直线上．

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**D**

【解析】

根据题意分别计算出物理等级为A，化学等级为B的学生人数以及物理等级为B，化学等级为A的学生人数，结合表格中的数据进行分析，可得出合适的选项.

【详解】

根据题意可知，36名学生减去5名全A和一科为A另一科为B的学生$10-5+8-5=8$人（其中物理A化学B的有5人，物理B化学A的有3人），

表格变为：

	A	B	C	D	E
物理	$10-5-5=0$	$16-3=13$	9	1	0
化学	$8-5-3=0$	$19-5=14$	7	2	0

对于 **A** 选项，物理化学等级都是B的学生至多有13人，**A** 选项错误；

对于 **B** 选项，当物理C和D，化学都是B时，或化学C和D，物理都是B时，物理、化学都是B的人数最少，至少为$13-7-2=4$（人），**B** 选项错误；

对于 **C** 选项，在表格中，除去物理化学都是B的学生，剩下的都是一科为B且最高等级为B的学生，

因为都是B的学生最少4人，所以一科为B且最高等级为B的学生最多为$13+9+1-4=19$（人），

C 选项错误；

对于 **D** 选项，物理化学都是B的最多13人，所以两科只有一科等级为B且最高等级为B的学生最少$14-13=1$（人），**D** 选项正确.

故选：**D.**

【点睛】

本题考查合情推理，考查推理能力，属于中等题.

2、**D**

【解析】

根据函数图像得到函数的一个解析式为$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，再根据平移法则得到答案.

【详解】

设函数解析式为$f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)+b$，

根据图像：$A=1,b=0$，$\frac{T}{4}=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{4}$，故$T=\pi$，即$\omega=2$，

$f\left(\frac{\pi}{12}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{6}+\varphi\right)=1$，$\varphi=\frac{\pi}{3}+2k\pi,k\in Z$，取$k=0$，得到$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，

函数向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位得到$y=\sin 2x$.

故选：D.

【点睛】

本题考查了根据函数图像求函数解析式，三角函数平移，意在考查学生对于三角函数知识的综合应用.

3、**D**

【解析】

由双曲线方程可得渐近线方程，根据倾斜角可得渐近线斜率，由此构造方程求得结果.

【详解】

由双曲线方程可知：$a<0$，渐近线方程为：$y=\pm\frac{1}{\sqrt{-a}}x$，

Q一条渐近线的倾斜角为$\frac{5\pi}{6}$，$\therefore -\frac{1}{\sqrt{-a}}=\tan\frac{5\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，解得：$a=-3$.

故选：D.

【点睛】

本题考查根据双曲线渐近线倾斜角求解参数值的问题，关键是明确直线倾斜角与斜率的关系；易错点是忽略方程表示双曲线对于a的范围的要求.

4、**B**

【解析】

根据空余部分体积相等列出等式即可求解.

【详解】

在图**1**中，液面以上空余部分的体积为$\pi r_1^2 h_1$；在图**2**中，液面以上空余部分的体积为$\pi r_2^2 h_2$.因为$\pi r_1^2 h_1=\pi r_2^2 h_2$

，所以$\frac{h_1}{h_2}=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$．

故选：**B**

【点睛】

本题考查圆柱的体积，属于基础题.

5、**A**

【解析】

首先根据$f\left(x\right)$为R上的减函数，列出不等式组，求得$\frac{1}{2}\le a<1$，所以当a最小时，$a=\frac{1}{2}$，之后将函数零点个数转化为函数图象与直线交点的个数问题，画出图形，数形结合得到结果.

【详解】

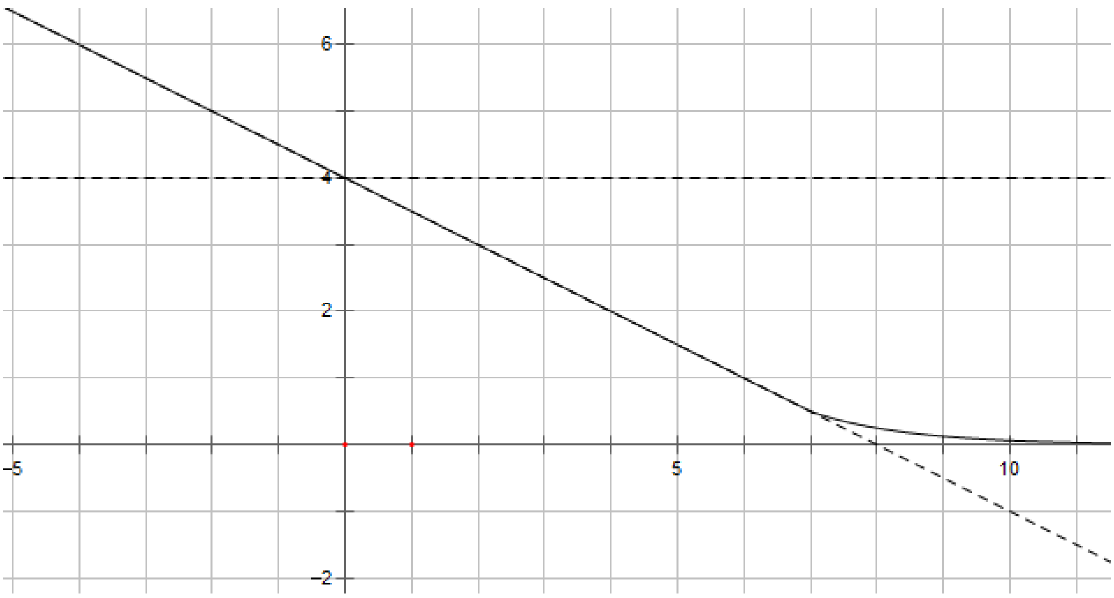
由于$f\left(x\right)$为R上的减函数，则有$\begin{cases} a-1<0 \\ 0<a<1 \\ a\le 7\left(a-1\right)+4 \end{cases}$，可得$\frac{1}{2}\le a<1$，

所以当a最小时，$a=\frac{1}{2}$，

函数$y=f\left(x\right)-kx-4$恰有两个零点等价于方程$f\left(x\right)=kx+4$有两个实根，

等价于函数$y=f\left(x\right)$与$y=kx+4$的图像有两个交点.

画出函数$f\left(x\right)$的简图如下，而函数$y=kx+4$恒过定点$\left(0,4\right)$，



数形结合可得k的取值范围为$-\frac{1}{2}<k<0$．

故选：**A.**

【点睛】

该题考查的是有关函数的问题，涉及到的知识点有分段函数在定义域上单调减求参数的取值范围，根据函数零点个数求参数的取值范围，数形结合思想的应用，属于中档题目.

6、**D**

【解析】

根据题意，求出函数的导数，由函数的导数与函数单调性的关系分析可得 $f(x)$ 在 R 上为增函数，又由

$2=\log_2 4<\log_2 7<3<3^{\sqrt{2}}$，分析可得答案.

【详解】

解：根据题意，函数 $f(x)=3x+2\cos x$，其导数函数 $f'(x)=3-2\sin x$，

则有 $f'(x)=3-2\sin x>0$ 在 R 上恒成立，

则 $f(x)$ 在 R 上为增函数；

又由 $2=\log_2 4<\log_2 7<3<3^{\sqrt{2}}$，

则 $b<c<a$；

故选：D.

【点睛】

本题考查函数的导数与函数单调性的关系，涉及函数单调性的性质，属于基础题.

7、**C**

【解析】

根据椭圆的定义可得 $|PF_1|=4$，$|F_1F_2|=2\sqrt{7}$，再利用余弦定理即可得到结论.

【详解】

由题意，$|F_1F_2|=2\sqrt{7}$，$|PF_1|+|PF_2|=6$，又 $|PF_2|=2$，则 $|PF_1|=4$，

由余弦定理可得 $\cos\angle F_1PF_2=\dfrac{|PF_1|^2+|PF_2|^2-|F_1F_2|^2}{2|PF_1|\cdot|PF_2|}=\dfrac{16+4-28}{2\times2\times4}=-\dfrac{1}{2}$.

故 $\angle F_1PF_2=120^\circ$.

故选：C.

【点睛】

本题考查椭圆的定义，考查余弦定理，考查运算能力，属于基础题.

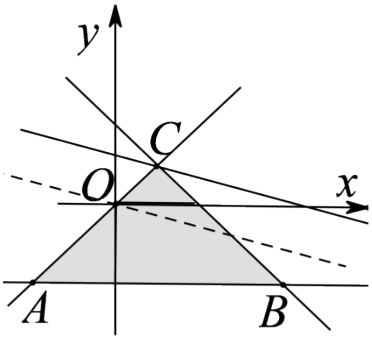
8、**B**

【解析】

作出可行域，平移目标直线即可求解.

【详解】

解：作出可行域：



由 $z=x+2y$ 得，$y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}z$

由图形知，$y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}z$ 经过点时，其截距最大，此 z 时最大

$\begin{cases} y=x \\ x+y-1=0 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$，$C\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

当 $\begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 时，$z_{\max}=\frac{1}{2}+2\times\frac{2}{2}=\frac{3}{2}$

故选：**B**

【点睛】

考查线性规划，是基础题.

9、**C**

【解析】

由 $n=6$ 开始，按照框图，依次求出 **s**，进行判断。

【详解】

$n=6\Rightarrow \mathrm{s}=\frac{1}{2}\times 6\sin 60^{0}\approx 2.598,\mathrm{n}=12\Rightarrow \mathrm{s}=\frac{1}{2}\times 12\sin 30^{0}=3,$

$\mathrm{n}=24\Rightarrow \mathrm{s}=\frac{1}{2}\times 24\sin 15^{0}\approx 3.1058$，故选 **C.**

【点睛】

框图问题，依据框图结构，依次准确求出数值，进行判断，是解题关键。

10、**B**