

## 2023-2024 学年湖南省邵东三中高考数学全真模拟密押卷

### 注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 圆心为  $(2,1)$  且和  $x$  轴相切的圆的方程是 ( )

A.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$                       B.  $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 1$

C.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$                       D.  $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 5$

2. 已知  $\triangle ABC$  中，角  $A$ 、 $B$  所对的边分别是  $a$ 、 $b$ ，则“ $a > b$ ”是“ $A > B$ ”的 ( )

A. 充分不必要条件                              B. 必要不充分条件

C. 既不充分也不必要条件                      D. 充分必要条件

3. 已知椭圆  $C$  的中心为原点  $O$ ， $F(-2\sqrt{5}, 0)$  为  $C$  的左焦点， $P$  为  $C$  上一点，满足  $|OP| = |OF|$  且  $|PF| = 4$ ，则椭圆  $C$  的方程为 ( )

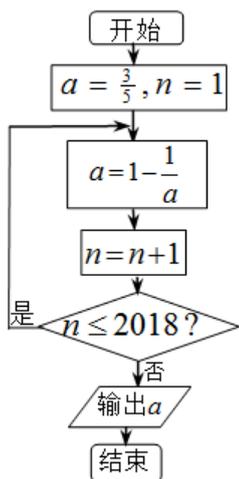
A.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{5} = 1$       B.  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$       C.  $\frac{x^2}{30} + \frac{y^2}{10} = 1$       D.  $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{25} = 1$

4. 定义在  $R$  上的偶函数  $f(x)$  满足  $f(x+2) = f(x)$ ，当  $x \in [-3, -2]$  时， $f(x) = -x - 2$ ，则 ( )

A.  $f\left(\sin\frac{\pi}{6}\right) > f\left(\cos\frac{\pi}{6}\right)$                       B.  $f(\sin 3) < f(\cos 3)$

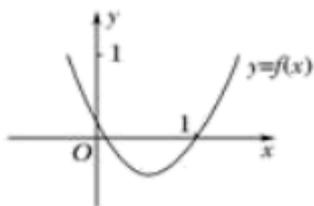
C.  $f\left(\sin\frac{4\pi}{3}\right) < f\left(\cos\frac{4\pi}{3}\right)$                       D.  $f(2020) > f(2019)$

5. 阅读如图的程序框图，运行相应的程序，则输出的  $a$  的值为 ( )



- A.  $-\frac{2}{3}$       B.  $-\frac{3}{2}$       C.  $\frac{5}{2}$       D.  $\frac{2}{5}$

6. 已知二次函数  $f(x) = x^2 - bx + a$  的部分图象如图所示, 则函数  $g(x) = e^x + f'(x)$  的零点所在区间为 ( )



- A.  $(-1, 0)$       B.  $(0, 1)$       C.  $(1, 2)$       D.  $(2, 3)$

7. 已知函数  $f(x) = \frac{e^x}{a} - x (a > 0)$ , 若函数  $y = f(x)$  的图象恒在  $x$  轴的上方, 则实数  $a$  的取值范围为 ( )

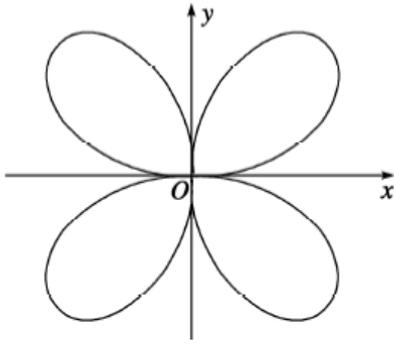
- A.  $\left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$       B.  $(0, e)$       C.  $(e, +\infty)$       D.  $\left(\frac{1}{e}, 1\right)$

8. 已知集合  $A = \left\{x \mid x < -\frac{1}{2}\right\}$ ,  $B = \{x \mid -1 < x < 0\}$  则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $\{x \mid x < 0\}$       B.  $\left\{x \mid x < -\frac{1}{2}\right\}$   
 C.  $\left\{x \mid -1 < x < -\frac{1}{2}\right\}$       D.  $\{x \mid x > -1\}$

9. 数学中的数形结合, 也可以组成世间万物的绚丽画面. 一些优美的曲线是数学形象美、对称美、和谐美的结合产物,

曲线  $C: (x^2 + y^2)^3 = 16x^2y^2$  恰好是四叶玫瑰线.



给出下列结论：①曲线  $C$  经过 5 个整点（即横、纵坐标均为整数的点）；②曲线  $C$  上任意一点到坐标原点  $O$  的距离都不超过 2；③曲线  $C$  围成区域的面积大于  $4\pi$ ；④方程  $(x^2 + y^2)^3 = 16x^2y^2 (xy < 0)$  表示的曲线  $C$  在第二象限和第四象限其中正确结论的序号是( )

- A. ①③                  B. ②④                  C. ①②③                  D. ②③④

10. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ ,  $F_1, F_2$  为其左、右焦点, 直线  $l$  过右焦点  $F_2$ , 与双曲线  $C$  的右支交于  $A, B$  两点,

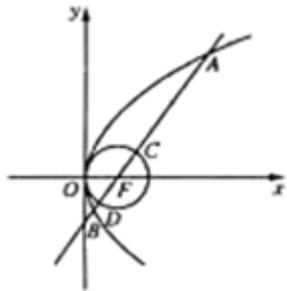
且点  $A$  在  $x$  轴上方, 若  $|AF_2| = 3|BF_2|$ , 则直线  $l$  的斜率为( )

- A. 1                      B. -2                      C. -1                      D. 2

11. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 3x - 10 < 0\}$ , 集合  $B = \{x | -1 \leq x < 6\}$ , 则  $A \cap B$  等于( )

- A.  $\{x | -1 < x < 5\}$                       B.  $\{x | -1 \leq x < 5\}$   
C.  $\{x | -2 < x < 6\}$                       D.  $\{x | -2 < x < 5\}$

12. 如图, 抛物线  $M: y^2 = 8x$  的焦点为  $F$ , 过点  $F$  的直线  $l$  与抛物线  $M$  交于  $A, B$  两点, 若直线  $l$  与以  $F$  为圆心, 线段  $OF$  ( $O$  为坐标原点) 长为半径的圆交于  $C, D$  两点, 则关于  $|AC| \cdot |BD|$  值的说法正确的是( )



- A. 等于 4                  B. 大于 4                  C. 小于 4                  D. 不确定

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0)$ , 曲线  $y = f(x)$  与直线  $y = 1$  相交, 若存在相邻两个交点间的距离为  $\frac{\pi}{3}$ , 则  $\omega$  可取到的最大值为\_\_\_\_\_.

14. 函数  $f(x) = e^x - e^{1-x} - b|2x-1|$  在  $(0,1)$  内有两个零点, 则实数  $b$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 若  $(2-x)^7 = a_0 + a_1(1+x) + a_2(1+x)^2 + \dots + a_7(1+x)^7$ , 则  $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_6 + a_7 = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $a_6 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 已知点  $P$  是直线  $l: x = y + 1$  上的动点, 点  $Q$  是抛物线  $C: y = x^2$  上的动点. 设点  $M$  为线段  $PQ$  的中点,  $O$  为原点, 则  $|OM|$  的最小值为\_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 若函数  $f(x) = e^x - ae^{-x} - mx$  ( $m \in R$ ) 为奇函数, 且  $x = x_0$  时  $f(x)$  有极小值  $f(x_0)$ .

(1) 求实数  $a$  的值与实数  $m$  的取值范围;

(2) 若  $f(x_0) \geq -\frac{2}{e}$  恒成立, 求实数  $m$  的取值范围.

18. (12 分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线  $l$  的参数方程为 
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}t, \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t + 2, \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
 在以坐标原点  $O$  为极

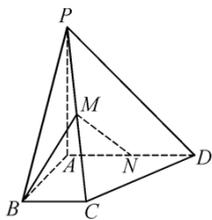
点,  $x$  轴的正半轴为极轴, 且与直角坐标系长度单位相同的极坐标系中, 曲线  $C$  的极坐标方程是

$$\rho = 4\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right).$$

(1) 求直线  $l$  的普通方程与曲线  $C$  的直角坐标方程;

(2) 若直线  $l$  与曲线  $C$  相交于两点  $A, B$ , 求线段  $AB$  的长.

19. (12 分) 如图, 在四棱锥  $PABCD$  中,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $\angle ABC = \angle BAD = 90^\circ$ ,  $AD = AP = 4$ ,  $AB = BC = 2$ ,  $M$  为  $PC$  的中点.



(1) 求异面直线  $AP, BM$  所成角的余弦值;

(2) 点  $N$  在线段  $AD$  上, 且  $AN = \lambda$ , 若直线  $MN$  与平面  $PBC$  所成角的正弦值为  $\frac{4}{5}$ , 求  $\lambda$  的值.

20. (12 分) 设  $a, b, c, d$  都是正数, 且  $x = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $y = \sqrt{c^2 + d^2}$ . 求证:  $xy \geq \sqrt{(ac+bd)(ad+bc)}$ .

21. (12 分) 已知函数  $f(x) = x^3 - x^2 - (a-16)x$ ,  $g(x) = a \ln x$ ,  $a \in R$ . 函数  $h(x) = \frac{f(x)}{x} - g(x)$  的导函数  $h'(x)$

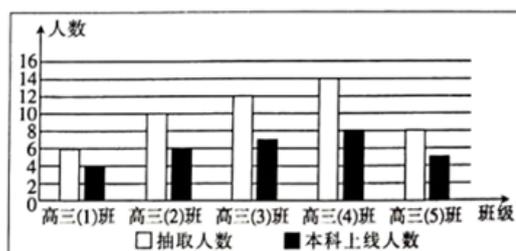
在  $\left[\frac{5}{2}, 4\right]$  上存在零点.

(1) 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若存在实数  $a$ , 当  $x \in [0, b]$  时, 函数  $f(x)$  在  $x = 0$  时取得最大值, 求正实数  $b$  的最大值;

(3) 若直线  $l$  与曲线  $y = f(x)$  和  $y = g(x)$  都相切, 且  $l$  在  $y$  轴上的截距为  $-12$ , 求实数  $a$  的值.

22. (10分) 某省新课改后某校为预测 2020 届高三毕业班的本科上线情况, 从该校上一届高三(1)班到高三(5)班随机抽取 50 人, 得到各班抽取的人数和其中本科上线人数, 并将抽取数据制成下面的条形统计图.



(1) 根据条形统计图, 估计本届高三学生本科上线率.

(2) 已知该省甲市 2020 届高三考生人数为 4 万, 假设以 (1) 中的本科上线率作为甲市每个考生本科上线的概率.

(i) 若从甲市随机抽取 10 名高三学生, 求恰有 8 名学生达到本科线的概率 (结果精确到 0.01);

(ii) 已知该省乙市 2020 届高三考生人数为 3.6 万, 假设该市每个考生本科上线率均为  $p(0 < p < 1)$ , 若 2020 届高三本科上线人数乙市的均值不低于甲市, 求  $p$  的取值范围.

可能用到的参考数据: 取  $0.36^4 = 0.0168$ ,  $0.16^4 = 0.0007$ .

## 参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、A

【解析】

求出所求圆的半径, 可得出所求圆的标准方程.

【详解】

圆心为  $(2, 1)$  且和  $x$  轴相切的圆的半径为 1, 因此, 所求圆的方程为  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ .

故选: A.

【点睛】

本题考查圆的方程的求解，一般求出圆的圆心和半径，考查计算能力，属于基础题。

2、D

【解析】

由大边对大角定理结合充分条件和必要条件的定义判断即可。

【详解】

$\triangle ABC$  中，角  $A$ 、 $B$  所对的边分别是  $a$ 、 $b$ ，由大边对大角定理知“ $a > b$ ” $\Rightarrow$ “ $A > B$ ”，

“ $A > B$ ” $\Rightarrow$ “ $a > b$ ”。

因此，“ $a > b$ ”是“ $A > B$ ”的充分必要条件。

故选：D。

【点睛】

本题考查充分条件、必要条件的判断，考查三角形的性质等基础知识，考查逻辑推理能力，是基础题。

3、B

【解析】

由题意可得  $c = 2\sqrt{5}$ ，设右焦点为  $F'$ ，由  $|OP| = |OF| = |OF'|$  知，

$\angle PFF' = \angle FPO$ ， $\angle OF'P = \angle OPF'$ ，

所以  $\angle PFF' + \angle OF'P = \angle FPO + \angle OPF'$ ，

由  $\angle PFF' + \angle OF'P + \angle FPO + \angle OPF' = 180^\circ$  知，

$\angle FPO + \angle OPF' = 90^\circ$ ，即  $PF \perp PF'$ 。

在  $Rt\triangle PFF'$  中，由勾股定理，得  $|PF'| = \sqrt{FF'^2 - PF^2} = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - 4^2} = 8$ ，

由椭圆定义，得  $|PF| + |PF'| = 2a = 4 + 8 = 12$ ，从而  $a = 6$ ，得  $a^2 = 36$ ，

于是  $b^2 = a^2 - c^2 = 36 - (2\sqrt{5})^2 = 16$ ，

所以椭圆的方程为  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ 。

故选 B。

点睛：椭圆的定义：到两定点距离之和为常数的点的轨迹，当和大于两定点间的距离时，轨迹是椭圆，当和等于两定点间的距离时，轨迹是线段（两定点间的连线段），当和小于两定点间的距离时，轨迹不存在。

4、B

【解析】

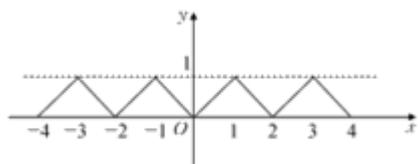
根据函数的周期性以及  $x \in [-3, -2]$  的解析式，可作出函数  $f(x)$  在定义域上的图象，由此结合选项判断即可。

【详解】

由  $f(x+2) = f(x)$ , 得  $f(x)$  是周期函数且周期为 2,

先作出  $f(x)$  在  $x \in [-3, -2]$  时的图象, 然后根据周期为 2 依次平移,

并结合  $f(x)$  是偶函数作出  $f(x)$  在  $R$  上的图象如下,



选项 A,  $0 < \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} < \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\pi}{6} < 1$ ,

所以  $f\left(\sin \frac{\pi}{6}\right) < f\left(\cos \frac{\pi}{6}\right)$ , 选项 A 错误;

选项 B, 因为  $\frac{3\pi}{4} < 3 < \pi$ , 所以  $0 < \sin 3 < \frac{\sqrt{2}}{2} < -\cos 3 < 1$ ,

所以  $f(\sin 3) < f(-\cos 3)$ , 即  $f(\sin 3) < f(\cos 3)$ , 选项 B 正确;

选项 C,  $\sin \frac{4\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \cos \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2}, 1 > -\sin \frac{4\pi}{3} > -\cos \frac{4\pi}{3} > 0$ ,

所以  $f\left(-\sin \frac{4\pi}{3}\right) > f\left(-\cos \frac{4\pi}{3}\right)$ , 即  $f\left(\sin \frac{4\pi}{3}\right) > f\left(\cos \frac{4\pi}{3}\right)$ ,

选项 C 错误;

选项 D,  $f(2020) = f(0) < f(1) = f(2019)$ , 选项 D 错误.

故选: B.

### 【点睛】

本题考查函数性质的综合运用, 考查函数值的大小比较, 考查数形结合思想, 属于中档题.

5、C

### 【解析】

根据给定的程序框图, 计算前几次的运算规律, 得出运算的周期性, 确定跳出循环时的  $n$  的值, 进而求解  $a$  的值, 得到答案.

### 【详解】

由题意,  $a = \frac{3}{5}, n = 1$ ,

第 1 次循环,  $a = -\frac{2}{3}, n = 2$ , 满足判断条件;

第 2 次循环,  $a = \frac{5}{2}, n = 3$ , 满足判断条件;

第3次循环,  $a = \frac{3}{5}, n = 4$ , 满足判断条件;

L L

可得  $a$  的值满足以3项为周期的计算规律,

所以当  $n = 2019$  时, 跳出循环, 此时  $n$  和  $n = 3$  时的值对应的  $a$  相同, 即  $a = \frac{5}{2}$ .

故选: C.

【点睛】

本题主要考查了循环结构的程序框图的计算与输出问题, 其中解答中认真审题, 得出程序运行时的计算规律是解答的关键, 着重考查了推理与计算能力.

6、B

【解析】

由函数  $f(x)$  的图象可知,  $0 < f(0) = a < 1$ ,  $f(1) = 1 - b + a = 0$ , 所以  $1 < b < 2$ .

又  $f'(x) = 2x - b$ , 所以  $g(x) = e^x + 2x - b$ , 所以  $g'(x) = e^x + 2 > 0$ , 所以  $g(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增,

又  $g(0) = 1 - b < 0$ ,  $g(1) = e + 2 - b > 0$ ,

根据函数的零点存在性定理可知, 函数  $g(x)$  的零点所在的区间是  $(0, 1)$ ,

故选 B.

7、B

【解析】

函数  $y = f(x)$  的图象恒在  $x$  轴的上方,  $\frac{e^x}{a} - x > 0$  在  $(0, +\infty)$  上恒成立. 即  $\frac{e^x}{a} > x$ , 即函数  $y = \frac{e^x}{a}$  的图象在直线  $y = x$

上方, 先求出两者相切时  $a$  的值, 然后根据  $a$  变化时, 函数  $y = \frac{e^x}{a}$  的变化趋势, 从而得  $a$  的范围.

【详解】

由题  $\frac{e^x}{a} - x > 0$  在  $(0, +\infty)$  上恒成立. 即  $\frac{e^x}{a} > x$ ,

$y = \frac{e^x}{a}$  的图象永远在  $y = x$  的上方,

设  $y = \frac{e^x}{a}$  与  $y = x$  的切点  $(x_0, y_0)$ , 则  $\begin{cases} \frac{e^{x_0}}{a} = 1 \\ \frac{e^{x_0}}{a} = x_0 \end{cases}$ , 解得  $a = e$ ,

易知  $a$  越小,  $y = \frac{e^x}{a}$  图象越靠上, 所以  $0 < a < e$ .

故选: B.

【点睛】

本题考查函数图象与不等式恒成立的关系, 考查转化与化归思想, 首先函数图象转化为不等式恒成立, 然后不等式恒成立再转化为函数图象, 最后由极限位置直线与函数图象相切得出参数的值, 然后得出参数范围.

8、C

【解析】

由题意和交集的运算直接求出  $A \cap B$ .

【详解】

$$\because \text{集合 } A = \left\{ x \mid x < -\frac{1}{2} \right\}, B = \{ x \mid -1 < x < 0 \}$$

$$\therefore A \cap B = \left\{ x \mid -1 < x < -\frac{1}{2} \right\}.$$

故选:C.

【点睛】

本题考查了集合的交集运算.集合进行交并补运算时, 常借助数轴求解.注意端点处是实心圆还是空心圆.

9、B

【解析】

利用基本不等式得  $x^2 + y^2 \leq 4$ , 可判断②;  $x^2 + y^2 = 4$  和  $(x^2 + y^2)^3 = 16x^2y^2$  联立解得  $x^2 = y^2 = 2$  可判断①③;

由图可判断④.

【详解】

$$(x^2 + y^2)^3 = 16x^2y^2 \leq 16 \left( \frac{x^2 + y^2}{2} \right)^2,$$

解得  $x^2 + y^2 \leq 4$  (当且仅当  $x^2 = y^2 = 2$  时取等号), 则②正确;

将  $x^2 + y^2 = 4$  和  $(x^2 + y^2)^3 = 16x^2y^2$  联立, 解得  $x^2 = y^2 = 2$ ,

即圆  $x^2 + y^2 = 4$  与曲线  $C$  相切于点  $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ,  $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ,  $(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ ,  $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ ,

则①和③都错误; 由  $xy < 0$ , 得④正确.

故选: B.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/048024103030006057>