

2023-2024 学年广西壮族自治区桂林市第八中学高三第二学期期末调研测试数学试题

试卷

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁, 不要折暴、不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$, 其中 $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$, 若 $\forall x \in R, f(x) \leq \left| f\left(\frac{\pi}{6}\right) \right|$ 恒成立, 则函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 ()

- A. $\left[k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{6} \right] (k \in Z)$ B. $\left[k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{2\pi}{3} \right] (k \in Z)$
- C. $\left[k\pi + \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{2\pi}{3} \right] (k \in Z)$ D. $\left[k\pi, k\pi + \frac{2\pi}{3} \right] (k \in Z)$

2. 已知 $\alpha, \beta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, $\alpha \neq \beta$, 则下列是等式 $\sin \alpha - \sin \beta = \alpha - 2\beta$ 成立的必要不充分条件的是 ()

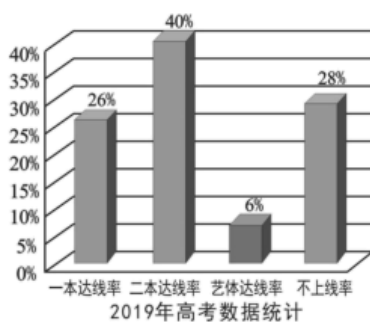
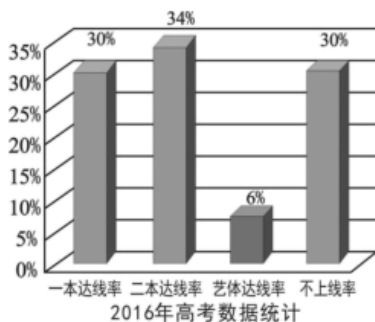
- A. $\sin \alpha > \sin \beta$ B. $\sin \alpha < \sin \beta$
- C. $\cos \alpha > \cos \beta$ D. $\cos \alpha < \cos \beta$

3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (a-1)x+4, & x \leq 7 \\ a^{x-6}, & x > 7 \end{cases}$ 是 R 上的减函数, 当 a 最小时, 若函数 $y = f(x) - kx - 4$ 恰有两个零点, 则

实数 k 的取值范围是 ()

- A. $(-\frac{1}{2}, 0)$ B. $(-2, \frac{1}{2})$
- C. $(-1, 1)$ D. $(\frac{1}{2}, 1)$

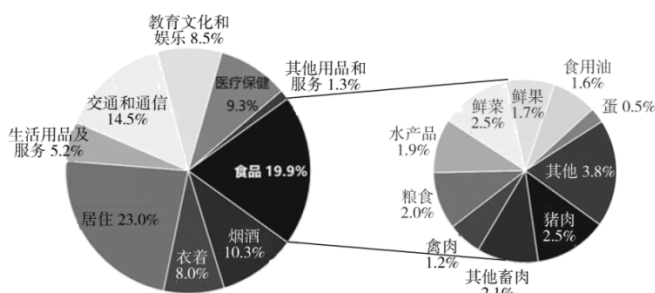
4. 某中学 2019 年的高考考生人数是 2016 年高考考生人数的 1.2 倍, 为了更好地对比该校考生的升学情况, 统计了该校 2016 年和 2019 年的高考情况, 得到如图柱状图:



则下列结论正确的是（ ）。

- A. 与 2016 年相比，2019 年不上线的人数有所增加
- B. 与 2016 年相比，2019 年一本达线人数减少
- C. 与 2016 年相比，2019 年二本达线人数增加了 0.3 倍
- D. 2016 年与 2019 年艺体达线人数相同

5. 据国家统计局发布的数据，2019 年 11 月全国 CPI （居民消费价格指数），同比上涨 4.5%， CPI 上涨的主要因素是猪肉价格的上涨，猪肉加上其他畜肉影响 CPI 上涨 3.27 个百分点。下图是 2019 年 11 月 CPI 一篮子商品权重，根据该图，下列结论错误的是（ ）



- A. CPI 一篮子商品中所占权重最大的是居住
- B. CPI 一篮子商品中吃穿住所占权重超过 50%
- C. 猪肉在 CPI 一篮子商品中所占权重约为 2.5%
- D. 猪肉与其他畜肉在 CPI 一篮子商品中所占权重约为 0.18%

6. 已知 $a = \sqrt[4]{6}$ ， $b = \log_{\frac{5}{4}} \frac{4}{21}$ ， $c = \left(\frac{1}{3}\right)^{2.9}$ ，则（ ）

- A. $a > b > c$
- B. $a > c > b$
- C. $b > c > a$
- D. $c > a > b$

7. 正方形 $ABCD$ 的边长为 2， E 是正方形内部（不包括正方形的边）一点，且 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AC} = 2$ ，则 $(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AC})^2$ 的最小值为（ ）

- A. $\frac{23}{2}$
- B. 12
- C. $\frac{25}{2}$
- D. 13

8. 学业水平测试成绩按照考生原始成绩从高到低分为 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五个等级。某班共有 36

名学生且全部选考物理、化学两科，这两科的学业水平测试成绩如图所示．该班学生中，这两科等级均为 A 的学生有 5 人，这两科中仅有一科等级为 A 的学生，其另外一科等级为 B ，则该班（ ）

等级 科目	A	B	C	D	E
物理	10	16	9	1	0
化学	8	19	7	2	0

- A. 物理化学等级都是 B 的学生至多有 12 人
- B. 物理化学等级都是 B 的学生至少有 5 人
- C. 这两科只有一科等级为 B 且最高等级为 B 的学生至多有 18 人
- D. 这两科只有一科等级为 B 且最高等级为 B 的学生至少有 1 人

9. 已知 $\triangle ABC$ 的面积是 $\frac{1}{2}$, $AB=1, BC=\sqrt{2}$,则 $AC=$ （ ）

- A. 5
- B. $\sqrt{5}$ 或 1
- C. 5 或 1
- D. $\sqrt{5}$

10. 若函数 $f(x)=-\ln x+x+h$ ，在区间 $\left[\frac{1}{e},e\right]$ 上任取三个实数 a, b, c 均存在以 $f(a), f(b), f(c)$ 为边长的三角形，则实数 h 的取值范围是（ ）

- A. $\left(-1,\frac{1}{e}-1\right)$
- B. $\left(\frac{1}{e}-1,e-3\right)$
- C. $\left(\frac{1}{e}-1,+\infty\right)$
- D. $(e-3,+\infty)$

11. 设 α, β 为两个平面，则 $\alpha\parallel\beta$ 的充要条件是

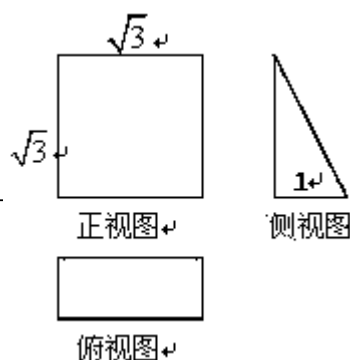
- A. α 内有无数条直线与 β 平行
- B. α 内有两条相交直线与 β 平行
- C. α, β 平行于同一条直线
- D. α, β 垂直于同一平面

12. 2019 年 10 月 17 日是我国第 6 个“扶贫日”，某医院开展扶贫日“送医下乡”医疗义诊活动，现有五名医生被分配到四所不同的乡镇医院中，医生甲被指定分配到医院 A ，医生乙只能分配到医院 A 或医院 B ，医生丙不能分配到医生甲、乙所在的医院，其他两名医生分配到哪所医院都可以，若每所医院至少分配一名医生，则不同的分配方案共有()

- A. 18 种
- B. 20 种
- C. 22 种
- D. 24 种

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 一个空间几何体的三视图及部分数据如图所示，则这个几何体的体积是_____



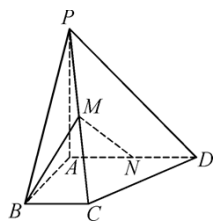
14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$ ，且 $3a_{n+1}a_n + a_{n+1} - a_n = 0$ 恒成立，则 a_6 的值为_____.

15. 曲线 $f(x) = 4x - e^x$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为_____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ， S 为 $\triangle ABC$ 的面积，若 $c = 2a \cos B$ ， $S = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{4}c^2$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状为_____， C 的大小为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图，在四棱锥 $PABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $\angle ABC = \angle BAD = 90^\circ$ ， $AD = AP = 4$ ， $AB = BC = 2$ ， M 为 PC 的中点。



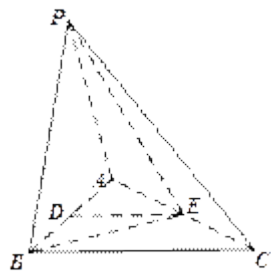
(1) 求异面直线 AP ， BM 所成角的余弦值；

(2) 点 N 在线段 AD 上，且 $AN = \lambda$ ，若直线 MN 与平面 PBC 所成角的正弦值为 $\frac{4}{5}$ ，求 λ 的值。

18. (12 分) 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， $PA = PB = AB = 2$ ， $BC = 3$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，平面 $PAB \perp$ 平面 ABC ， D 、 E 分别为 AB 、 AC 中点。

(1) 求证： $AB \perp PE$ ；

(2) 求二面角 $A-PB-E$ 的大小。



19. (12分) (本小题满分12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 连接椭圆四个顶点形成的四边形面积为 $4\sqrt{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 过点 $A(1, 0)$ 的直线与椭圆 C 交于点 M, N , 设 P 为椭圆上一点, 且 $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = t\overrightarrow{OP} (t \neq 0)$ O 为坐标原点, 当 $|\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}| < \frac{4\sqrt{3}}{3}$ 时, 求 t 的取值范围.

20. (12分) 设函数 $f(x) = ax - (a+1)\ln(x+1)$.

(1) $a=1$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $a > 0$ 时, 设 $f(x)$ 的最小值为 $g(a)$, 若 $g(a) < t$ 恒成立, 求实数 t 的取值范围.

21. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{1}{2}$, 且过点 $(1, \frac{3}{2})$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 过左焦点 F_1 的直线 l 与椭圆 C 交于不同的 A, B 两点, 若 $\angle AF_2B = \frac{\pi}{2}$, 求直线 l 的斜率 k .

22. (10分) 设函数 $f(x) = me^x - x^2 + 3$, 其中 $m \in R$.

(I) 当 $f(x)$ 为偶函数时, 求函数 $h(x) = xf(x)$ 的极值;

(II) 若函数 $f(x)$ 在区间 $[-2, 4]$ 上有两个零点, 求 m 的取值范围.

参考答案

一、选择题: 本题共12小题, 每小题5分, 共60分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、A

【解析】

$\forall x \in R, f(x) \leq \left| f\left(\frac{\pi}{6}\right) \right| \Rightarrow f(x)_{\max} = \left| f\left(\frac{\pi}{6}\right) \right| = 1$, 从而可得 $\varphi = \frac{\pi}{6}$, $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$, 再解不等式

$$2k\pi - \frac{\pi}{2} \leq 2x + \frac{\pi}{6} \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}) \text{ 即可.}$$

【详解】

$$\text{由已知, } f(x)_{\max} = \left| f\left(\frac{\pi}{6}\right) \right| = \left| \sin\left(\frac{\pi}{3} + \varphi\right) \right| = 1$$

$$\sin\left(\varphi + \frac{\pi}{3}\right) = \pm 1, \varphi \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \text{ 所以 } \varphi = \frac{\pi}{6},$$

$$f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right), \text{ 由 } 2k\pi - \frac{\pi}{2} \leq 2x + \frac{\pi}{6} \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}),$$

$$\text{解得, } k\pi - \frac{\pi}{3} \leq x \leq k\pi + \frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z}).$$

故选: A.

【点睛】

本题考查求正弦型函数的单调区间, 涉及到恒成立问题, 考查学生转化与化归的思想, 是一道中档题.

2、D

【解析】

构造函数 $h(x) = \sin x - x$, $f(x) = \sin x - 2x$, 利用导数分析出这两个函数在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上均为减函数, 由

$\sin \alpha - \sin \beta = \alpha - 2\beta$ 得出 $\sin \alpha - \alpha = \sin \beta - 2\beta$, 分 $\alpha = 0$ 、 $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ 、 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 三种情况讨论, 利用放缩

法结合函数 $y = h(x)$ 的单调性推导出 $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta < 0$ 或 $0 < \beta < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 再利用余弦函数的单调性可得出结论.

【详解】

构造函数 $h(x) = \sin x - x$, $f(x) = \sin x - 2x$,

$$\text{则 } h'(x) = \cos x - 1 < 0, \quad f'(x) = \cos x - 2 < 0,$$

所以, 函数 $y = f(x)$ 、 $y = h(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上均为减函数,

当 $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ 时, 则 $h(x) > h(0) = 0$, $f(x) > f(0) = 0$; 当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时, $h(x) < 0$, $f(x) < 0$.

由 $\sin \alpha - \sin \beta = \alpha - 2\beta$ 得 $\sin \alpha - \alpha = \sin \beta - 2\beta$.

①若 $\alpha = 0$, 则 $\sin \beta - 2\beta = 0$, 即 $f(\beta) = 0 \Rightarrow \beta = 0$, 不合乎题意;

②若 $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$, 则 $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$, 则 $h(\alpha) = \sin \alpha - \alpha = \sin \beta - 2\beta > \sin \beta - \beta = h(\beta)$,

此时, $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta < 0$,

由于函数 $y = \cos x$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 上单调递增, 函数 $y = \sin x$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 上单调递增, 则 $\sin \alpha < \sin \beta$,

$$\cos \alpha < \cos \beta;$$

③若 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 则 $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$, 则 $h(\alpha) = \sin \alpha - \alpha = \sin \beta - 2\beta < \sin \beta - \beta = h(\beta)$,

此时 $0 < \beta < \alpha < \frac{\pi}{2}$,

由于函数 $y = \cos x$ 在区间 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递减, 函数 $y = \sin x$ 在区间 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增, 则 $\sin \alpha > \sin \beta$,

$$\cos \alpha < \cos \beta.$$

综上所述, $\cos \alpha < \cos \beta$.

故选: D.

【点睛】

本题考查函数单调性的应用, 构造新函数是解本题的关键, 解题时要注意对 α 的取值范围进行分类讨论, 考查推理能力, 属于中等题.

3、A

【解析】

首先根据 $f(x)$ 为 R 上的减函数, 列出不等式组, 求得 $\frac{1}{2} \leq a < 1$, 所以当 a 最小时, $a = \frac{1}{2}$, 之后将函数零点个数转化为函数图象与直线交点的个数问题, 画出图形, 数形结合得到结果.

【详解】

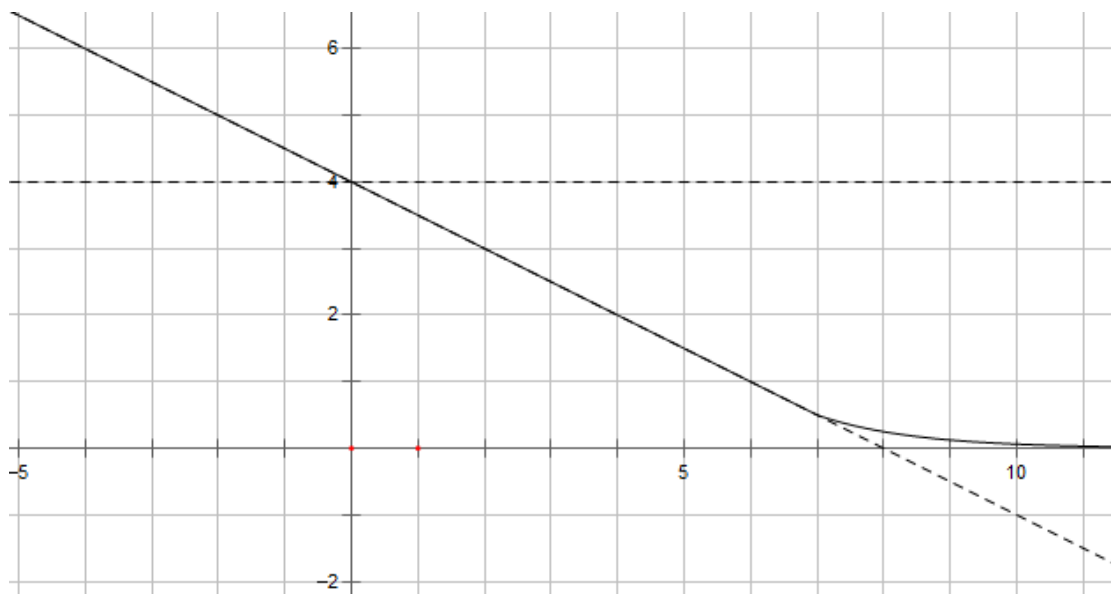
由于 $f(x)$ 为 R 上的减函数, 则有
$$\begin{cases} a-1 < 0 \\ 0 < a < 1 \\ a \leq 7(a-1)+4 \end{cases}, \text{ 可得 } \frac{1}{2} \leq a < 1,$$

所以当 a 最小时, $a = \frac{1}{2}$,

函数 $y = f(x) - kx - 4$ 恰有两个零点等价于方程 $f(x) = kx + 4$ 有两个实根,

等价于函数 $y = f(x)$ 与 $y = kx + 4$ 的图像有两个交点.

画出函数 $f(x)$ 的简图如下, 而函数 $y = kx + 4$ 恒过定点 $(0, 4)$,



数形结合可得 k 的取值范围为 $-\frac{1}{2} < k < 0$.

故选：A.

【点睛】

该题考查的是有关函数的问题，涉及到的知识点有分段函数在定义域上单调减求参数的取值范围，根据函数零点个数求参数的取值范围，数形结合思想的应用，属于中档题目.

4、A

【解析】

设 2016 年高考总人数为 x ，则 2019 年高考人数为 $1.2x$ ，通过简单的计算逐一验证选项 A、B、C、D.

【详解】

设 2016 年高考总人数为 x ，则 2019 年高考人数为 $1.2x$ ，2016 年高考不上线人数为 $0.3x$ ，

2019 年不上线人数为 $1.2x \times 0.28 = 0.336x > 0.3x$ ，故 A 正确；

2016 年高考一本人数 $0.3x$ ，2019 年高考一本人数 $1.2x \times 0.26 = 0.312x > 0.3x$ ，故 B 错误；

2019 年二本达线人数 $1.2x \times 0.4 = 0.48x$ ，2016 年二本达线人数 $0.34x$ ，增加了

$\frac{0.48x - 0.34x}{0.34x} \approx 0.41$ 倍，故 C 错误；

2016 年艺体达线人数 $0.06x$ ，2019 年艺体达线人数 $1.2x \times 0.06 = 0.072x$ ，故 D 错误.

故选：A.

【点睛】

本题考查柱状图的应用，考查学生识图的能力，是一道较为简单的统计类的题目.

5、D

【解析】

A.从第一个图观察居住占 23%，与其他比较即可. B. CPI 一篮子商品中吃穿住所占 $23\%+8\%+19.9\%=50.9\%$ ，再判断. C. 食品占 19.9%，再看第二个图，分清 2.5%是在 CPI 一篮子商品中，还是在食品中即可. D. 易知猪肉与其他畜肉在 CPI 一篮子商品中所占权重约为 $2.1\%+2.5\%=4.6\%$.

【详解】

- A. CPI 一篮子商品中居住占 23%，所占权重最大的，故正确.
B. CPI 一篮子商品中吃穿住所占 $23\%+8\%+19.9\%=50.9\%$ ，权重超过 50%，故正确.
C. 食品占 19.9%，分解后后可知猪肉是占在 CPI 一篮子商品中所占权重约为 2.5%，故正确.
D. 猪肉与其他畜肉在 CPI 一篮子商品中所占权重约为 $2.1\%+2.5\%=4.6\%$ ，故错误.

故选：D

【点睛】

本题主要考查统计图的识别与应用，还考查了理解辨析的能力，属于基础题.

6、B

【解析】

先将三个数通过指数，对数运算变形 $a = \sqrt[4]{6} = 6^{\frac{1}{4}} > 6^0 = 1$ ， $b = \log_{\frac{5}{4}} \frac{4}{21} < \log_{\frac{5}{4}} 1 = 0$ ， $0 < c = \left(\frac{1}{3}\right)^{2.9} < \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$ 再判断.

【详解】

因为 $a = \sqrt[4]{6} = 6^{\frac{1}{4}} > 6^0 = 1$ ， $b = \log_{\frac{5}{4}} \frac{4}{21} < \log_{\frac{5}{4}} 1 = 0$ ， $0 < c = \left(\frac{1}{3}\right)^{2.9} < \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$ ，

所以 $a > c > b$ ，

故选：B.

【点睛】

本题主要考查指数、对数的大小比较，还考查推理论证能力以及化归与转化思想，属于中档题.

7、C

【解析】

分别以直线 AB 为 x 轴，直线 AD 为 y 轴建立平面直角坐标系，设 $E(x, y)$ ，根据 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AC} = 2$ ，可求 $x + y = 1$ ，而 $(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AC})^2 = (x + 2)^2 + (y + 2)^2$ ，化简求解.

【详解】

解 建立以 A 为原点，以直线 AB 为 x 轴，直线 AD 为 y 轴的平面直角坐标系. 设 $E(x, y)$ ， $x \in (0, 2)$ ， $y \in (0, 2)$ ，则

$\vec{AE} = (x, y)$, $\vec{AC} = (2, 2)$, 由 $\vec{AE} \cdot \vec{AC} = 2$, 即 $2x + 2y = 2$, 得 $x + y = 1$. 所以

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AC})^2 &= (x + 2)^2 + (y + 2)^2 = x^2 + y^2 + 4(x + y) + 8 \\&= 2x^2 - 2x + 13 = 2(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{25}{2}, \text{ 所以当 } x = \frac{1}{2} \text{ 时, } (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AC})^2 \text{ 的最小值为 } \frac{25}{2}.\end{aligned}$$

故选：C.

【点睛】

本题考查向量的数量积的坐标表示，属于基础题.

8、D

【解析】

根据题意分别计算出物理等级为*A*，化学等级为*B*的学生人数以及物理等级为*B*，化学等级为*A*的学生人数，结合表格中的数据分析，可得出合适的选项.

【详解】

根据题意可知，36名学生减去5名全*A*和一科为*A*另一科为*B*的学生10−5+8−5=8人（其中物理*A*化学*B*的有5人，物理*B*化学*A*的有3人），

表格变为：

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
物理	10−5−5=0	16−3=13	9	1	0
化学	8−5−3=0	19−5=14	7	2	0

对于A选项，物理化学等级都是*B*的学生至多有13人，A选项错误；

对于B选项，当物理*C*和*D*，化学都是*B*时，或化学*C*和*D*，物理都是*B*时，物理、化学都是*B*的人数最少，至少为13−7−2=4（人），B选项错误；

对于C选项，在表格中，除去物理化学都是*B*的学生，剩下的都是一科为*B*且最高等级为*B*的学生，因为都是*B*的学生最少4人，所以一科为*B*且最高等级为*B*的学生最多为13+9+1−4=19（人），

C选项错误；

对于D选项，物理化学都是*B*的最多13人，所以两科只有一科等级为*B*且最高等级为*B*的学生最少14−13=1（人），D选项正确.

故选：D.

【点睛】

本题考查合情推理，考查推理能力，属于中等题.

9、B

【解析】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/048060016030006134>