

福建省仙游第一中学 2025 年初三数学试题 4 月联考试题

考生请注意：

1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 一组数据 1, 2, 3, 3, 4, 1. 若添加一个数据 3, 则下列统计量中, 发生变化的是 ()

A. 平均数 B. 众数 C. 中位数 D. 方差

2. 下列方程中, 没有实数根的是 ()

A. $x^2 - 2x - 3 = 0$ B. $x^2 - 2x + 3 = 0$

C. $x^2 - 2x + 1 = 0$ D. $x^2 - 2x - 1 = 0$

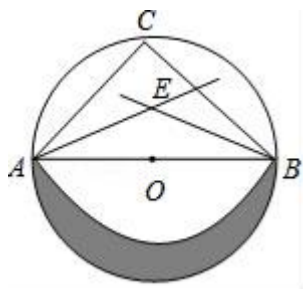
3. 某班同学毕业时都将自己的照片向全班其他同学各送一张表示留念, 全班共送 1035 张照片, 如果全班有 x 名同学, 根据题意, 列出方程为 ()

A. $x(x+1)=1035$ B. $x(x-1)=1035$ C. $\frac{1}{2}x(x+1)=1035$ D. $\frac{1}{2}x(x-1)=1035$

4. 4 的平方根是 ()

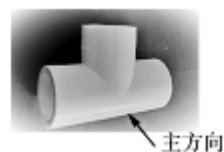
A. 16 B. 2 C. ± 2 D. $\pm \sqrt{2}$

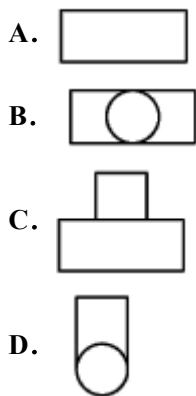
5. 如图, $\odot O$ 的直径 $AB=2$, C 是弧 AB 的中点, AE , BE 分别平分 $\angle BAC$ 和 $\angle ABC$, 以 E 为圆心, AE 为半径作扇形 EAB , π 取 3, 则阴影部分的面积为 ()



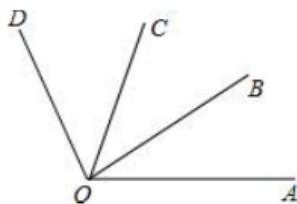
A. $\frac{13}{4}\sqrt{2} - 4$ B. $7\sqrt{2} - 4$ C. $6 - \frac{5}{4}\sqrt{2}$ D. $\frac{3\sqrt{2} - 5}{2}$

6. 如图, 两个等直径圆柱构成如图所示的 T 形管道, 则其俯视图正确的是 ()



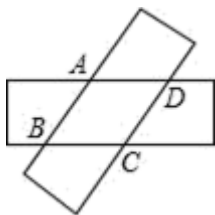


7. 如图，已知 $\angle AOC = \angle BOD = 70^\circ$ ， $\angle BOC = 30^\circ$ ，则 $\angle AOD$ 的度数为()



- A. 100° B. 110° C. 130° D. 140°

8. 如图，剪两张对边平行且宽度相同的纸条随意交叉叠放在一起，转动其中一张，重合部分构成一个四边形，则下列结论中不一定成立的是()



- A. $\angle ABC = \angle ADC$ ， $\angle BAD = \angle BCD$ B. $AB = BC$
- C. $AB = CD$ ， $AD = BC$ D. $\angle DAB + \angle BCD = 180^\circ$

9. 若一元二次方程 $x^2 - 2kx + k^2 = 0$ 的一根为 $x = -1$ ，则 k 的值为()

- A. -1 B. 0 C. 1 或 -1 D. 2 或 0

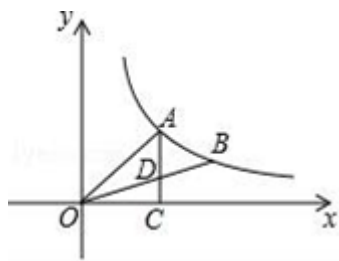
10. 根据总书记在“一带一路”国际合作高峰论坛开幕式上的演讲，中国将在未来 3 年向参与“一带一路”建设的发展中国家和国际组织提供 60000000000 元人民币援助，建设更多民生项目，其中数据 60 000 000 000 用科学记数法表示为()

- A. 0.6×10^{10} B. 0.6×10^{11} C. 6×10^{10} D. 6×10^{11}

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

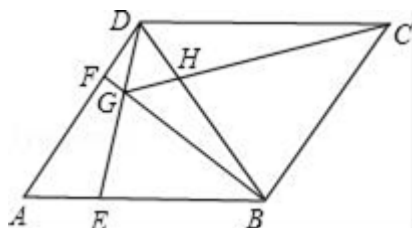
11. 一个不透明的袋中共有 5 个小球，分别为 2 个红球和 3 个黄球，它们除颜色外完全相同，随机摸出两个小球，摸出两个颜色相同的小球的概率为_____.

12. 如图，A、B 是双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上的两点，过 A 点作 $AC \perp x$ 轴，交 OB 于 D 点，垂足为 C. 若 D 为 OB 的中点， $\triangle ADO$ 的面积为 3，则 k 的值为_____.



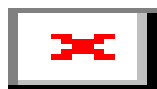
13. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB=BD$ 。点 E 、 F 分别在 AB 、 AD 上，且 $AE=DF$ 。连接 BF 与 DE 相交于点 G ，连接 CG 与 BD 相交于点 H 。下列结论：① $\triangle AED \cong \triangle DFB$ ；② $S_{\text{四边形 } BCDG} = \frac{\sqrt{3}}{4} CG^2$ ；③若 $AF=2DF$ ，则 $BG=6GF$ 。其中

正确的结论有_____。（填序号）



14. 分解因式： $2x^3 - 4x^2 + 2x =$ _____.

15. 如图所示，平行四边形 $ABCD$ 中， E 、 F 是对角线 BD 上两点，连接 AE 、 AF 、 CE 、 CF ，添加 _____ 条件，可以判定四边形 $AECF$ 是平行四边形。（填一个符合要求的条件即可）



16. 函数 $y = \frac{1}{x-3} + \sqrt{x-1}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

三、解答题（共 8 题，共 72 分）

17. （8 分）观察规律并填

$$\text{空. } (1 - \frac{1}{2^2}) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4} \quad (1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2}) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \quad (1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2}) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{8}$$

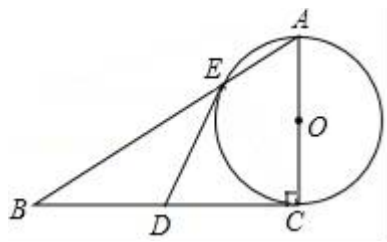
.....

$$(1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2})(1 - \frac{1}{5^2}) \dots (1 - \frac{1}{n^2}) = \text{_____} \quad (\text{用含 } n \text{ 的代数式表示, } n \text{ 是正整数, 且 } n \geq 2)$$

18. （8 分）如图，已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， D 为 BC 的中点，以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 E 。

（1）求证： DE 是 $\odot O$ 的切线；

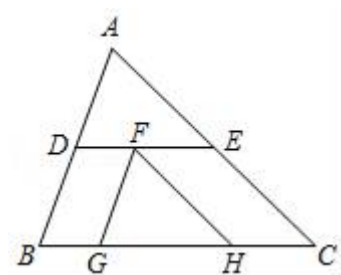
（2）若 $AE:EB=1:2$ ， $BC=6$ ，求 $\odot O$ 的半径。



19. (8分) 解方程: $\frac{x}{x+1} + \frac{2}{x-1} = 1$.

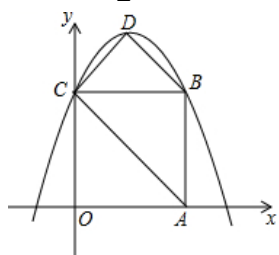
20. (8分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是边 AB 、 AC 上的点, $DE \parallel BC$, 点 F 在线段 DE 上, 过点 F 作 $FG \parallel AB$ 、 $FH \parallel AC$

分别交 BC 于点 G 、 H , 如果 $BG:GH:HC=2:4:1$. 求 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle FGH}}$ 的值.



21. (8分) 货车行驶 25 km 与轿车行驶 35 km 所用时间相同. 已知轿车每小时比货车多行驶 20 km , 求货车行驶的速度.

22. (10分) 如图, 在平面直角坐标系中, 正方形 $OABC$ 的边长为4, 顶点 A 、 C 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过 B 、 C 两点, 点 D 为抛物线的顶点, 连接 AC 、 BD 、 CD .

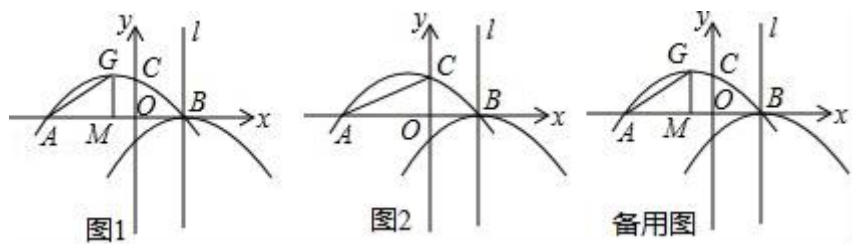


(1) 求此抛物线的解析式.

(2) 求此抛物线顶点 D 的坐标和四边形 $ABCD$ 的面积.

23. (12分) 如图1, 抛物线 $y_1 = ax^2 - \frac{1}{2}x + c$ 与 x 轴交于点 A 和点 $B(1, 0)$, 与 y 轴交于点 $C(0, \frac{3}{4})$, 抛物线 y_1 的

顶点为 G , $GM \perp x$ 轴于点 M . 将抛物线 y_1 平移后得到顶点为 B 且对称轴为直线 l 的抛物线 y_2 .



(1) 求抛物线 y_1 的解析式；

(1) 如图 1，在直线 l 上是否存在点 T ，使 $\triangle TAC$ 是等腰三角形？若存在，请求出所有点 T 的坐标；若不存在，请说明理由；

(3) 点 P 为抛物线 y_1 上一动点，过点 P 作 y 轴的平行线交抛物线 y_1 于点 Q ，点 Q 关于直线 l 的对称点为 R ，若以 P ， Q ， R 为顶点的三角形与 $\triangle AMG$ 全等，求直线 PR 的解析式。

24. 已知关于 x 的方程 $x^2 - (m+2)x + (2m-1) = 0$ 。求证：方程恒有两个不相等的实数根；若此方程的一个根是 1，请求出方程的另一个根，并求以此两根为边长的直角三角形的周长。

参考答案

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1、D

【解析】

A. $\because$ 原平均数是： $(1+2+3+3+4+1) \div 6=3$;

添加一个数据 3 后的平均数是： $(1+2+3+3+4+1+3) \div 7=3$;

$\therefore$ 平均数不发生变化.

B. $\because$ 原众数是：3;

添加一个数据 3 后的众数是：3;

$\therefore$ 众数不发生变化;

C. $\because$ 原中位数是：3;

添加一个数据 3 后的中位数是：3;

$\therefore$ 中位数不发生变化;

D. $\because$ 原方差是：
$$\frac{(3-1)^2 + (3-2)^2 + (3-3)^2 \times 2 + (3-4)^2 + (3-5)^2}{6} = \frac{5}{3};$$

添加一个数据 3 后的方差是：
$$\frac{(3-1)^2 + (3-2)^2 + (3-3)^2 \times 3 + (3-4)^2 + (3-5)^2}{7} = \frac{10}{7};$$

$\therefore$ 方差发生了变化.

故选 D.

点睛：本题主要考查的是众数、中位数、方差、平均数的，熟练掌握相关概念和公式是解题的关键.

2、B

【解析】

分别计算四个方程的判别式的值，然后根据判别式的意义确定正确选项.

【详解】

解：A、 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times (-3) = 16 > 0$ ，方程有两个不相等的两个实数根，所以 A 选项错误;

B、 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 3 = -8 < 0$ ，方程没有实数根，所以 B 选项正确;

C、 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 = 0$ ，方程有两个相等的两个实数根，所以 C 选项错误;

D、 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times (-1) = 8 > 0$ ，方程有两个不相等的两个实数根，所以 D 选项错误.

故选：B.

本题考查根的判别式：一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta=b^2-4ac$

$-4ac$ 有如下关系：当 $\Delta > 0$ 根时，方程有两个不相等的两个实数根；当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的两个实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根.

3、B

【解析】

试题分析：如果全班有 x 名同学，那么每名同学要送出 $(x-1)$ 张，共有 x 名学生，那么总共送的张数应该是 $x(x-1)$ 张，即可列出方程.

$\because$ 全班有 x 名同学，

$\therefore$ 每名同学要送出 $(x-1)$ 张；

又 $\because$ 是互送照片，

$\therefore$ 总共送的张数应该是 $x(x-1) = 1$.

故选 B

考点：由实际问题抽象出一元二次方程.

4、C

【解析】

试题解析： $\because (\pm 2)^2 = 4$,

$\therefore 4$ 的平方根是 ± 2 ,

故选 C.

考点：平方根.

5、A

【解析】

$\because O$ 的直径 $AB = 2$,

$\therefore \angle C = 90^\circ$,

$\because C$ 是弧 AB 的中点，

$\therefore \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BC}$,

$\therefore AC = BC$,

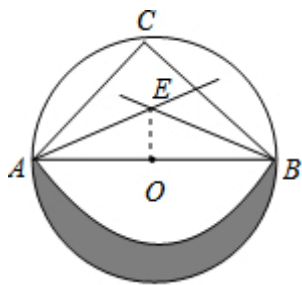
$\therefore \angle CAB = \angle CBA = 45^\circ$,

$\because AE, BE$ 分别平分 $\angle BAC$ 和 $\angle ABC$,

$\therefore \angle EAB = \angle EBA = 22.5^\circ$,

$\therefore \angle AEB = 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle BAC + \angle CBA) = 135^\circ$,

连接 EO ,



$$\because \angle EAB = \angle EBA,$$

$$\therefore EA = EB,$$

$$\because OA = OB,$$

$$\therefore EO \perp AB,$$

$\therefore EO$ 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 内切圆半径,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} (AB + AC + BC) \cdot EO = \frac{1}{2} AC \cdot BC,$$

$$\therefore EO = \sqrt{2} - 1,$$

$$\therefore AE^2 = AO^2 + EO^2 = 1^2 + (\sqrt{2} - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{2},$$

$$\therefore \text{扇形 EAB 的面积} = \frac{135\pi(4 - 2\sqrt{2})}{360} = \frac{9(2 - \sqrt{2})}{4}, \quad \triangle ABE \text{ 的面积} = \frac{1}{2} AB \cdot EO = \sqrt{2} - 1,$$

$$\therefore \text{弓形 AB 的面积} = \text{扇形 EAB 的面积} - \triangle ABE \text{ 的面积} = \frac{22 - 13\sqrt{2}}{4},$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = \frac{1}{2} O \text{ 的面积} - \text{弓形 AB 的面积} = \frac{3}{2} - \left(\frac{22 - 13\sqrt{2}}{4} \right) = \frac{13\sqrt{2}}{4} - 4,$$

故选: A.

6、B

【解析】

试题分析: 三视图就是主视图(正视图)、俯视图、左视图的总称. 从物体的前面向后面投射所得的视图称主视图(正视图)——能反映物体的前面形状; 从物体的上面向下面投射所得的视图称俯视图——能反映物体的上面形状; 从物体的左面向右面投射所得的视图称左视图——能反映物体的左面形状. 故选 B

考点: 三视图

7、B

【解析】

分析: 根据 $\angle AOC$ 和 $\angle BOC$ 的度数得出 $\angle AOB$ 的度数, 从而得出答案.

详解: $\because \angle AOC = 70^\circ, \quad \angle BOC = 30^\circ, \quad \therefore \angle AOB = 70^\circ - 30^\circ = 40^\circ,$

$\therefore \angle AOD = \angle AOB + \angle BOD = 40^\circ + 70^\circ = 110^\circ$ ，故选 B.

点睛：本题主要考查的是角度的计算问题，属于基础题型．理解各角之间的关系是解题的关键．

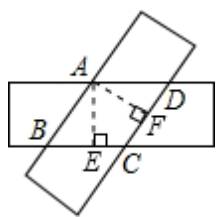
8、D

【解析】

首先可判断重叠部分为平行四边形，且两条纸条宽度相同；再由平行四边形的等积转换可得邻边相等，则四边形 $ABCD$ 为菱形．所以根据菱形的性质进行判断．

【详解】

解：



Q 四边形 $ABCD$ 是用两张等宽的纸条交叉重叠地放在一起而组成的图形，

$\therefore AB \parallel CD$ ， $AD \parallel BC$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形（对边相互平行的四边形是平行四边形）；

过点 D 分别作 BC ， CD 边上的高为 AE ， AF ．则

$AE = AF$ （两纸条相同，纸条宽度相同）；

Q 平行四边形 $ABCD$ 中， $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD}$ ，即 $BC \times AE = CD \times AF$ ，

$\therefore BC = CD$ ，即 $AB = BC$ ．故 B 正确；

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 为菱形（邻边相等的平行四边形是菱形）．

$\therefore \angle ABC = \angle ADC$ ， $\angle BAD = \angle BCD$ （菱形的对角相等），故 A 正确；

$AB = CD$ ， $AD = BC$ （平行四边形的对边相等），故 C 正确；

如果四边形 $ABCD$ 是矩形时，该等式成立．故 D 不一定正确．

故选：D．

本题考查了菱形的判定与性质．注意：“邻边相等的平行四边形是菱形”，而非“邻边相等的四边形是菱形”．

9、A

【解析】

把 $x = -1$ 代入方程计算即可求出 k 的值．

【详解】

解：把 $x = -1$ 代入方程得： $1 + 2k + k^2 = 0$ ，

解得： $k = -1$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/048127122111006133>