

## 第 04 讲 基本不等式及其应用

### 目录

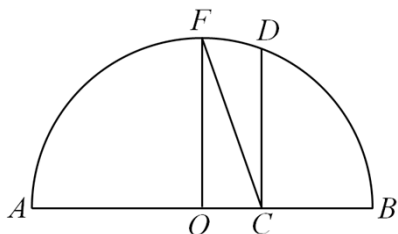
01 模拟基础练	2
题型一：基本不等式及其应用	2
题型二：直接法求最值	3
题型三：常规凑配法求最值	3
题型四：化为单变量法	3
题型五：双换元求最值	3
题型六：“1”的代换求最值	4
题型七：齐次化求最值	4
题型八：利用基本不等式证明不等式	4
题型九：利用基本不等式解决实际问题	5
题型十：与 $a+b$ 、平方和、 $ab$ 有关问题的最值	6
题型十一：三角换元法	7
题型十二：多次运用基本不等式	8
题型十三：待定系数法	8
题型十四：多元均值不等式	8
题型十五：万能 K 法	9
题型十六：与基本不等式有关的恒(能)成立问题	9
题型十七：基本不等式与其他知识交汇的最值问题	9
题型十八：整体配凑法	10
02 重难创新练	10
真题实战练	12

# 01

## // 模拟基础练 //

### 题型一：基本不等式及其应用

1. (2024 · 高三 · 安徽芜湖 · 期末) 《几何原本》第二卷中的几何代数法 (以几何方法研究代数问题) 成了后世西方数学家处理问题的重要依据, 通过这一原理, 很多代数的定理都能够通过图形实现证明, 并称之为无字证明. 现有如图所示的图形, 点  $F$  在半圆  $O$  上, 且  $OF \perp AB$ , 点  $C$  在直径  $AB$  上运动. 作  $CD \perp AB$  交半圆  $O$  于点  $D$ . 设  $AC = a$ ,  $BC = b$ , 则由  $FC \geq CD$  可以直接证明的不等式为 ( )



A.  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} (a > 0, b > 0)$

B.  $a^2 + b^2 \geq 2ab (a > 0, b > 0)$

C.  $\frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} (a > 0, b > 0)$

D.  $\sqrt{ab} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} (a > 0, b > 0)$

2. 下列运用基本不等式求最值, 使用正确的个数是 ( )

① 已知  $ab \neq 0$ , 求  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$  的最小值; 解答过程:  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2\sqrt{\frac{a}{b} \times \frac{b}{a}} = 2$ ;

② 求函数  $y = \frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}$  的最小值; 解答过程: 可化得  $y = \sqrt{x^2+4} + \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} \geq 2$ ;

③ 设  $x > 1$ , 求  $y = x + \frac{2}{x-1}$  的最小值; 解答过程:  $y = x + \frac{2}{x-1} \geq 2\sqrt{\frac{2x}{x-1}}$ ,

当且仅当  $x = \frac{2}{x-1}$  即  $x = 2$  时等号成立, 把  $x = 2$  代入  $2\sqrt{\frac{2x}{x-1}}$  得最小值为 4.

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

3. 下列不等式一定成立的是 ( )

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/056202011013010204>