27.1图形的相似（2）相似多边形的性质与判定

一、预习导学

相似多边形的性质

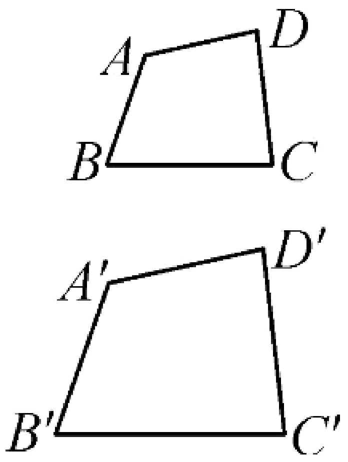
如果两个多边形相似，那么这两个多边形的对应角__相等__，对应边__成比例__.相似多边形对应边的比叫做__相似比__，记作 k.

几何语言（如图）：

$\because$ 四边形 $ABCD \sim$ 四边形 $A'B'C'D'$，

$\therefore$ $\angle A = \angle A', \angle B = \angle B', \angle C = \angle C', \angle D = \angle D'$，

且 $\dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{BC}{B'C'} = \dfrac{CD}{C'D'} = \dfrac{AD}{A'D'}$.



相似多边形的判定

如果两个多边形的对应角分别<u>相等</u>，对应边<u>成比例</u>，那么这两个多边形相似（定义）.

几何语言（如图）：

$\because$ $\angle A=\angle A',\angle B=\angle B',\angle C=\angle C',\angle D=\angle D'$,

且 $\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{BC}{B'C'}=\dfrac{CD}{C'D'}=\dfrac{AD}{A'D'}$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 相似.

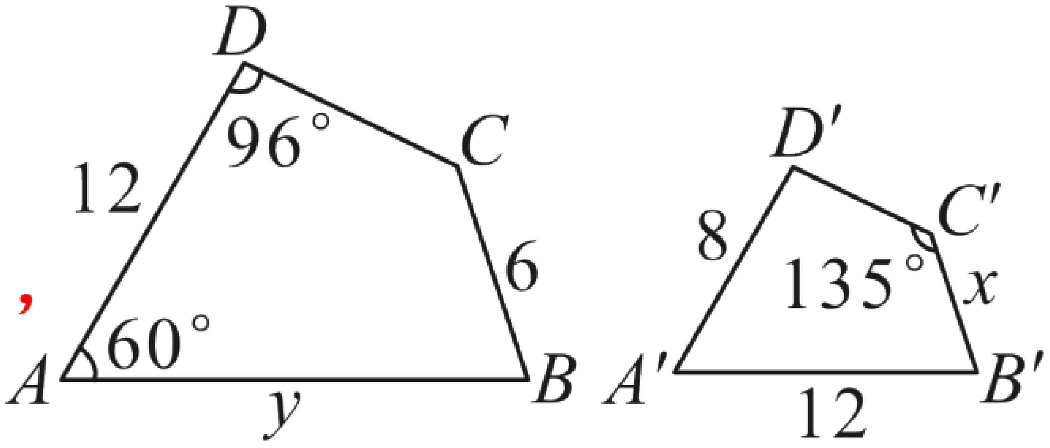
二、课堂导学

知识点1 相似多边形的性质

【例1】 如图，四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 相似.

（1）$\angle B =$ <u>69°</u>；

（2）求边 x，y 的长度.

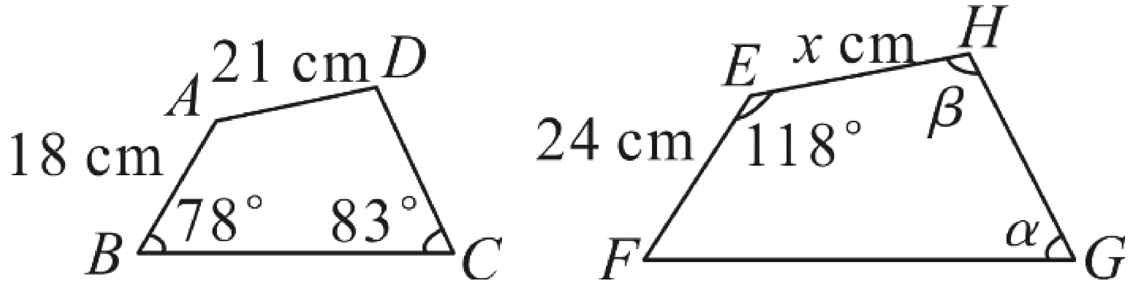


解：∵ 四边形 $ABCD \sim$ 四边形 $A'B'C'D'$，

$\therefore \frac{6}{x} = \frac{12}{8} = \frac{y}{12}$，

解得 $x = 4$，$y = 18$.

【变式1】 如图，四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 相似，求角 α ，β 的大小与 EH 的长度 x.



解：∵ 四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 相似，

∴ $\alpha=\angle C=83°$ ，$\angle F=\angle B=78°$ ，$EH:AD=EF:AB$，

∴ $x:21=24:18$，

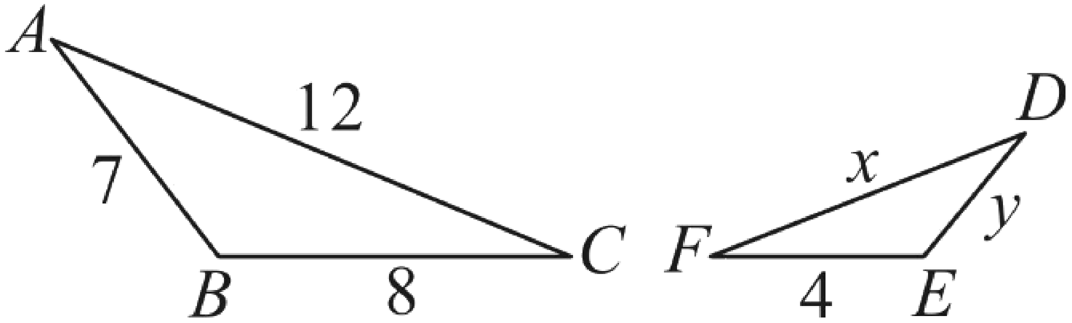
解得 $x=28$.

在四边形 $EFGH$ 中，$\beta=360°-118°-83°-78°=81°$.

知识点2 相似三角形的定义及性质

“相似”可用符号“～ ”表示，读作“相似”.相似三角形对应角_相等_，对应边_成比例_.

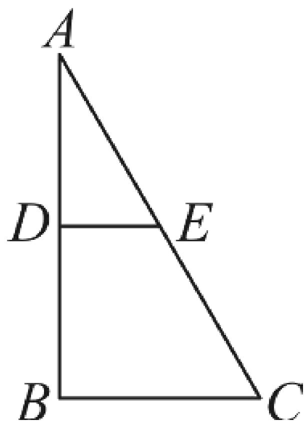
【例2】（人教九下P27习题T3）如图，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$，求未知边 DF，DE 的长度 x，y.



解：$\because \triangle ABC \sim \triangle DEF$，

$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$，即 $\frac{7}{y} = \frac{12}{x} = \frac{8}{4}$，

【变式2】 (2023·多维原创)如图，已知$\triangle ADE\sim\triangle ABC$，$\angle B=90^{\circ}$，$AB=8$，$BC=6$，$DE=3$，求$\angle ADE$及$AD$.



解：$\because\triangle ADE\sim\triangle ABC$,

$\therefore\angle ADE=\angle B=90^{\circ}$，$\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{DE}{BC}$,

$\therefore\dfrac{AD}{8}=\dfrac{3}{6}$, $\therefore AD=4$.

知识点3 相似多边形的判定

【例3】 两个矩形的边长如图.

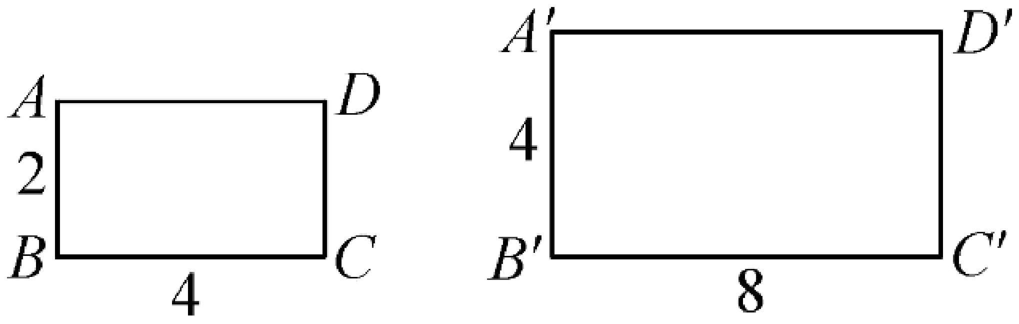
（1）求证：矩形 $ABCD$ 与矩形 $A'B'C'D'$ 相似；

解：证明：在矩形 $ABCD$ 与矩形 $A'B'C'D'$ 中，

$\because \angle A=\angle B=\angle C=\angle D=\angle A'=\angle B'=\angle C'=\angle D'=90^\circ$ ，

$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{AD}{A'D'}=\frac{1}{2}$，

$\therefore$ 矩形 $ABCD$ 与矩形 $A'B'C'D'$ 相似.

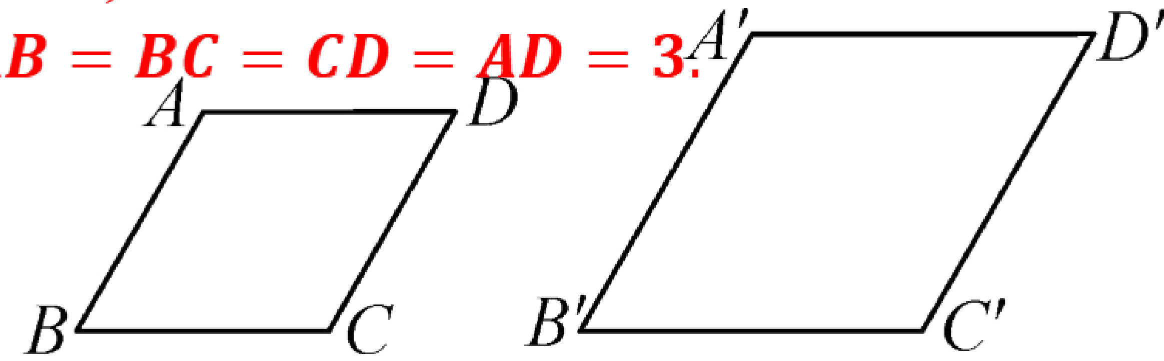


（2）写出它们的相似比.

（2）$\frac{1}{2}$.

【变式3】 如图，菱形$ABCD$的边长为3，$\angle B=\angle B'=60°$，菱形$A'B'C'D'$的边长为5.

（1）求证：菱形$ABCD$与菱形$A'B'C'D'$相似；



证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle B=60°$，

$\therefore \angle A=120°$，$\angle C=120°$，$\angle D=60°$，$AB=BC=CD=AD=3$.

$\because$ 四边形 $A'B'C'D'$ 是菱形，$\angle B'=60°$，

$\therefore \angle A'=120°$，$\angle D'=60°$，$\angle C'=120°$，

$A'B'=B'C'=C'D'=A'D'=5$，

$\therefore \angle A=\angle A'$，$\angle B=\angle B'$，$\angle C=\angle C'$，$\angle D=\angle D'$，

$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{AD}{A'D'}=\frac{3}{5}$，

$\therefore$ 菱形 $ABCD$ 与菱形 $A'B'C'D'$ 相似.

（2）菱形$ABCD$与菱形$A'B'C'D'$的相似比$k=$ $\underline{\frac{3}{5}}$.