

全国数学建模竞赛获奖论文赛程安排优化模型（02 年全国
一等奖） 14

全国数学建模竞赛获奖论文赛程安排优化模型（02 年全国
一等奖）14

赛程安排模型

赛程安排优化模型

张智勇 梁星 赖新峰

摘 要：体育竞赛在日趋紧张的现代生活中已被人们提到了越来越重要的位置。

中国申办

2008 年奥运会的成功更加提升了体育在人们生活中的份量。在对抗性强的单
循环比赛中，

赛程安排的不同，对公平性影响很大。故本文集中精力讨论的问题是如何编制
出最优的赛程

安排方案，尽量使得对每支球队来说都是公平合理的。

对于第一问，我们用计算机编程，发现在满足限制条件“每两场比赛中间相隔
场次数至

少为 1”的情形下，总的编排方案共有 240 种，并且得出如下结论：

定理 1：当参赛队数 $n \leq 5$ 时满足限制条件“每两场比赛中间都至少相隔一场”
的每种

赛程安排都具有相同的公平性。

第二问，当参赛队为偶数时，我们可以用轮转法 来编排赛程方案。并且得到
如下两个

定理。

$2k+4$

定理 2：当参赛队为 $n=2k+2$ 时，各队每两场比赛中间至少间隔 $k+2$ 场比赛的

排法是存在的。

定理 3：当参赛队为 $n=2k+1$ 时，各队每两场比赛中间相隔的场次数的上限是

$2k+4$

。

2

当参赛队为奇数时，本文给出了三种编排方法：蛇形法，轮转法^①，轮转法^②。这三种

方法中，蛇形法的操作最简单，但是它的推广性较差，只适用于当 n

5 的情形，还没有找

到当参赛队 n 多于 5 的赛程最优编排方法。轮转法^①的操作简便、规律性强，对于任意参赛

队数都可很方便地编出赛程方案，但是这种方法编排出的方案对于奇数支球队来说不是最优

方案，不过，它仅仅只比上限少 1。对于参赛球队较多时，这也是一种很好的编排方法。轮

转法^②操作性比前两种方案稍显复杂，但是对于有任意奇数支参赛队的比赛，它都能编出一

种最优的方案。对于奇数情形，本文得到如下结论：

定理 5：当参赛队为 $n=2k+1$ 时，每个队相邻两场比赛的最小间隔不可能超过

$k \geq 1$ 。

定理 6: 当参赛队为 $n = 2k + 1, k \geq 1$ 时, 各队每两场比赛中间至少间隔 $k \geq 1$ 场比赛的

排法是存在的。

除了题中给出的用“每两场比赛中间得到休整时间是否均等”这一指标来衡量比赛的公

平性外, 本模型还采用了: “各队的相邻两场比赛的场次数的和”和“方差”两个指标来衡

量赛程安排的优劣。

第 1 页 共 1 页

赛程安排模型

赛程安排优化模型

一、问题的提出

体育运动日益成为国家、地区社会生活中的重要组成部分, 体育运动赛事越来越频繁。

每项体育比赛都需要编制赛程安排, 大型比赛的赛程安排是一项繁琐的工作。

赛程安排的优

劣对各参赛队水平的发挥影响重大, 为了使比赛公正、公平, 我们在编制赛程安排时应使得

对每个参赛队尽可能平等。比赛的公平性表现在很多方面, 针对赛程安排方面, 比如, 比赛

的先后次序以及比赛期间每两场比赛间休整时间的长短对比赛影响重大。对于对抗性强、体

力消耗大比赛，比赛期间的休整对一个参赛队状态的调整至关重要。因此，充分、公正、公

平的反映各参赛队的实力，尽管我们无法做到赛程安排对每个队完全平等，然而我们应该尽

量使竞赛公平。在此背景下出现下面的问题：

现有五支球队在同一块场地上进行单循环赛，共要进行 10 场比赛。如何安排赛程使对

各队来说都尽量公平呢，下面是随便安排的一个赛程：记 5 支球队为 A，B，C，D，E，

在下表左半部分的右上三角的 10 个空格中，随手填上 1，2，，10，就得到一个赛程，即

第 1 场 A 对 B，第 2 场 B 对 C，，第 10 场 C 对 E。为方便起见将这些数字沿对角线对称地填入左下三角。

这个赛程的公平性如何呢，不妨只看看各队每两场比赛中间得到的休整时间是否均等。表

的右半部分是各队每两场比赛间相隔的场次数，显然这个赛程对 A，E 有利，对 D 则不公平。

A B C D E 每两场比赛间相隔场次数

A X 1 9 3 6 1, 2, 2

B 1 X 2 5 8 0, 2, 2

C 9 2 X 7 10 4, 1, 0

D 3 5 7 X 4 0, 0, 1

E 6 8 10 4 X 1, 1, 1

从上面的例子出发讨论以下问题：

- (1) 对于 5 支球队的比赛，给出一个各队每两场比赛中间都至少相隔一场的赛程。
- (2) n 支球队比赛时，各队每两场比赛中间相隔的场次数的上限是多少。
- (3) 在达到 (2) 的上限的条件下，给出 $n=8$ ， $n=9$ 的赛程，并说明它们的编制过程。
- (4) 除了每两场比赛间相隔场次数这一指标外，你还能给出哪些指标来衡量一个赛程的优劣，并说明 (3) 中给出的赛程达到这些指标的程度。

二、 问题分析

第 2 页 共 2 页

赛程安排模型

本题所要考虑的就是如何安排赛程，使得对参赛的各队都尽可能的公平、公正。对于第

一问，我们要解决的问题是：(1) 符合限制条件“每两场比赛中间都至少相隔一场的赛程”

的编排方案总共有多少种，(2) 给出一种最优的并且容易编排的赛程方案。

赛程要求每两场比赛中间都至少相隔一场的赛程，且公平性仅依据各队每两场比赛中间得到的休整时间是否均等来衡量。

第二问，当参赛球队是 2、3、4 支时，每两场比赛中间相隔场次数的上限显然是 0，

即一定存在某个队连续比赛的情况出现。当参赛球队数 n 增加时，上限数会逐渐按某种关系

随之增加，这种关系是这个题目的关键。这种关系一旦找到，第三问就迎刃而解。

第四问，仅用各队每两场比赛中间得到的休整时间是否均等这一个指标不能全面反映比

赛公平性，还需要其他的指标来更全面的度量。

三、模型的假设

1(假设任意一场比赛都是在条件完全相同的球场上进行比赛，不会因场地的条件的不

同而造成不公平的情形发生；并且每支球队对场地的适应性均是一样的。

2(假设相邻两场比赛间隔的时间是相同的。

3(假设比赛不会因为天气等原因而取消。

4(假设循环赛开赛到每支球队首次出场之间的时间间隔的长短不影响比赛的公平性，

每支球队的最后一场比赛到赛程结束之间的时间间隔长短也不影响比赛的公平性。

5(假设每场比赛中队员的体力消耗均等。

四、模型的建立与求解

第一问：

n 支球队进行单循环比赛，比赛的总场次数为

C_n^2 ；那么显然 5 支球队进行

单循环比赛，比赛的总场次数为

$C_5^2 = 10$ ；那么显然 5 支球队进行

$n-2$

$2 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

单循环比赛，比赛的总场次数为 $C_5^2=10$ 。

2

A, B, C, D, E 五支球队进行比赛，无论哪两支球队先进行比赛，都是等价的。不失一般

性，假设 A, B 两支球队先行比赛，由于每两场比赛中间都至少相隔一场比赛，因此第二场

比赛中的球队只能是 C, D, E 三支球队中的两支；同样地，不妨假设是 C, D 两支球队进行

比赛，第三场比赛中的球队只能是 A, D, E 三支中的两支，依此类推。运用 MATLAB 软件

编程求解出符合条件总的比赛场数为 240（程序见附录 1），从中挑选一种方案即可。

根据上述分析，第一场 A, B 先行比赛，第二场由剩下的 C, D, E 三支球队中的任意两

第 3 页 共 3 页

赛程安排模型

支球队，共有三种选择：CD、DE、CE。对于选择 CD，第一场比赛只能由 A, B, E 中

的任意两支球队（除 AB 外）。根据这种思路，我们用计算机穷举，发现只有两种基本的方

案（如下表）：

方案一

A B C D E 每两场比赛间相隔场次数

A X 1 6 9 3 1 , 2 , 2

B 1 X 4 7 10 2 , 2 , 2

C 6 4 X 2 8 1 , 1, 1

D 9 7 2 X 5 2 , 1, 1

E 3 10 8 5 X 1 , 2 , 1

方案二

A B C D E 每两场比赛间相隔场次数

A X 1 7 10 4 2 , 2 , 2

B 1 X 3 8 6 1 , 2 , 1

C 7 7 X 5 9 1 , 1,

1

D 10 8 5 X 2 2 , 2 , 1

E 4 6 9 2 X 1 , 1, 2

对于每种基本的方案， A 、 B 、 C、 D 、 E 五支球队可任取五种不同间隔场数中的一

种，共有 5 ～种，故总的比赛场数为 240 种，与计算机枚举结果相同。

我们可以发现，两种基本方案的每两场比赛间相隔场数，总有一个队的每两场比赛间相

隔场数都为 2 ；有两个队的每两场比赛间相隔场数为两个 1 和一个 2 ；有一个队的每两场比

赛间相隔场数为两个 2 和一个 1；有一个队的每两场比赛间相隔场数都为 1。

由此可得如下

结论：

定理 1: 当参赛队数 $n \geq 5$ 时满足限制条件“每两场比赛中间都至少相隔一场”的每种赛

程安排具有相同的公平性。

如果采用编程枚举的方法来得出其中的一种方案，这种方法的实际操作性不强，不容易

实现。下面针对 $n = 5$ 给出一种操作性强的“蛇行编排法”，具体程序见附录 2。

首先，5 个参赛队抽签，再按如下方式排序列

12345，12345，13524，13524

最后顺序将每两个相邻的球队进行比赛就得出一个满足要求的赛程安排。如下表：

五支球队赛程安排

第 4 页 共 4 页

赛程安排模型

A B C D E 每两场比赛间相隔场次数

A X 1 6 8,

1, 2, 1

B 1 X 4 10 7 2, 2, 2

C 6 4 X, 9 1, 1, 2

D 8 10 2 X 5 2, 2, 1

E 3 7 9 5 X 1, 1, 1

第二问

对于参赛队为 n 的一般情形，讨论各队每两场比赛中间相隔的场次数的上限。我们对 n

为奇数和偶数两种情形分开讨论。

、 n 为偶数的情形

我们给出一种赛程安排的方法——轮转法^[1]，其编排思路如下：

先将“1”号固定在左上角，其他各号按大小顺序沿逆时针方向依次捉对排列，这样排

出第一轮的对阵情况；然后，“

1”号固定左上角不动，其他各号每轮按逆时针方向转动一

个号位，从而排出以后各轮的全部对阵情况。以 6 支参赛球队为例，其竞赛次序及编排方法

如下表：

6 支参赛球队的竞赛次序及编排方法

第一轮 第二轮 第三轮 第四
轮 第五轮

1?6 1?5 1?4 1?3 1?2
2 ?5 6 ?4 5 ?3 4 ?2 3 ?6
3 ?4 2 ?3 6 ?2 5 ?6 4 ?5

其中每个参赛队比赛期间的间隔分布如下：

参赛队 1 2 3 4 5 6
间隔分布 2,2,2,2 3,1,1,3 2,1,1,3 1,1,3,3
1,3,3,2 3,3,2,1

我们利用 MATLAB软件编程实现轮转法^[1](程序见附录 3)。从程序运行结果发现这种

编排方法的上限 m 与参赛队数存在如下关系：

参赛队数 n 4 6 8 10,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/056221240021010223>