贵州省仁怀市2025届高三练习题四（全国卷）数学试题

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_4+a_6=8$则$a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=$（　）

A．10　　**B．16**　　**C．20**　　**D．24**

2．已知数列$\left\{\dfrac{1}{a_n}-1\right\}$是公比为$\dfrac{1}{3}$的等比数列，且$a_1>0$，若数列$\{a_n\}$是递增数列，则$a_1$的取值范围为（　　）

A．$(1,2)$　　**B．**$(0,3)$　　**C．**$(0,2)$　　**D．**$(0,1)$

3．若x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y\le 0,\\ x+y\le 2,\\ x+1\ge 0,\end{cases}$，则$z=4x+y$的取值范围为（　　）

A．$[-5,-1]$　　**B．**$[-5,5]$　　**C．**$[-1,5]$　　**D．**$[-7,3]$

4．已知四棱锥$E-ABCD$，底面***ABCD***是边长为**1**的正方形，$ED=1$，平面$ECD\perp$平面***ABCD***，当点***C***到平面***ABE***的距离最大时，该四棱锥的体积为（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{2}}{6}$　　**B．**$\dfrac{1}{3}$　　**C．**$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　**D．1**

5．已知双曲线***C***：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的焦距为**8**，一条渐近线方程为$y=\sqrt{3}x$，则***C***为（　　）

A．$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{12}=1$　　**B．**$\dfrac{x^2}{12}-\dfrac{y^2}{4}=1$

C．$\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{48}=1$　　**D．**$\dfrac{x^2}{48}-\dfrac{y^2}{16}=1$

6．方程$f(x)=f'(x)$的实数根x_0叫作函数$f(x)$的“新驻点”，如果函数$g(x)=\ln x$的“新驻点”为a，那么a满足（　　）

A．$a=1$　　**B．**$0<a<1$　　**C．**$2<a<3$　　**D．**$1<a<2$

7．已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为2，E，F，G分别是棱AD，CC_1，C_1D_1的中点，给出下列四个命题：

①$EF\perp B_1C$；

② 直线 FG 与直线 A_1D 所成角为 60°；

③ 过 E，F，G 三点的平面截该正方体所得的截面为六边形；

④ 三棱锥 $B-EFG$ 的体积为 $\frac{5}{6}$.

其中，正确命题的个数为（　　）

A. 1　　**B.** 2　　**C.** 3　　**D.** 4

8．设 i 为虚数单位，则复数 $z=\frac{2}{1-i}$ 在复平面内对应的点位于(　　)

A. 第一象限　　**B.** 第二象限　　**C.** 第三象限　　**D.** 第四象限

9．已知实数 $a=3^{\ln 3}$, $b=3+3\ln 3$, $c=(\ln 3)^3$，则 a,b,c 的大小关系是(　　)

A. $c<b<a$　　**B.** $c<a<b$　　**C.** $b<a<c$　　**D.** $a<c<b$

10．已知向量 $\vec{a}=(m,1)$, $\vec{b}=(3,m-2)$，则 $m=3$ 是 $\vec{a}//\vec{b}$ 的（　　）

A. 充分不必要条件　　**B.** 必要不充分条件

C. 既不充分也不必要条件　　**D.** 充要条件

11．已知集合 $A=\{1,3,5\}$，$B=\{1,2,3\}$，$C=\{2,3,4,5\}$，则 $(A\cap B)\cup C=$（　　）

A. $\{1,2,3,5\}$　　**B.** $\{1,2,3,4\}$　　**C.** $\{2,3,4,5\}$　　**D.** $\{1,2,3,4,5\}$

12.《聊斋志异》中有这样一首诗："挑水砍柴不堪苦，请归但求穿墙术.得诀自诩无所阻，额上坟起终不悟."在这里，我们称形如以下形式的等式具有"穿墙术"：$2\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{2\frac{2}{3}}$，$3\sqrt{\frac{3}{8}}=\sqrt{3\frac{3}{8}}$，$4\sqrt{\frac{4}{15}}=\sqrt{4\frac{4}{15}}$，$5\sqrt{\frac{5}{24}}=\sqrt{5\frac{5}{24}}$，则按照以上规律，若 $10\sqrt{\frac{10}{n}}=\sqrt{10\frac{10}{n}}$ 具有"穿墙术"，则 $n=$（　）

A. 48　　**B.** 63　　**C.** 99　　**D.** 120

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知椭圆 ***C***：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左、右焦点分别为 F_1，F_2，椭圆的焦距为 $2c$，过 ***C*** 外一点 $P(c,2c)$ 作线段 PF_1，PF_2 分别交椭圆 ***C*** 于点 ***A***、***B***，若 $|PA|=|AF_1|$，则 $\frac{|PF_2|}{|BF_2|}=$_____.

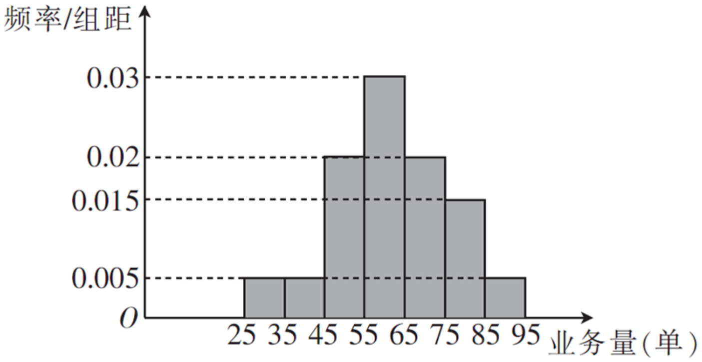
14．记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 ***n*** 项和，已知 $a_5=-2$，$S_3=a_2+3a_1$，则 $a_1=$_______.

15．（**5** 分）函数 $f(x)=\ln(1-x)+\sqrt{4+3x-x^2}$ 的定义域是____________.

16．设F_1、F_2分别为椭圆F：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$的左、右两个焦点，过$F_1$作斜率为**1**的直线，交Γ于$A$、$B$两点，则$|AF_2|+|BF_2|=$________

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）某大学开学期间，该大学附近一家快餐店招聘外卖骑手，该快餐店提供了两种日工资结算方案：方案(a)规定每日底薪**100**元，外卖业务每完成一单提成**2**元；方案(b)规定每日底薪**150**元，外卖业务的前**54**单没有提成，从第**55**单开始，每完成一单提成**5**元.该快餐店记录了每天骑手的人均业务量，现随机抽取**100**天的数据，将样本数据分为$[25,35),[35,45),[45,55),[55,65),[65,75),[75,85),[85,95]$七组，整理得到如图所示的频率分布直方图.



（**1**）随机选取一天，估计这一天该快餐店的骑手的人均日外卖业务量不少于**65**单的概率；

（**2**）从以往统计数据看，新聘骑手选择日工资方案(a)的概率为$\frac{1}{3}$，选择方案(b)的概率为$\frac{2}{3}$.若甲、乙、丙、丁四名骑手分别到该快餐店应聘，四人选择日工资方案相互独立，求至少有两名骑手选择方案(a)的概率，

（**3**）若仅从人日均收入的角度考虑，请你为新聘骑手做出日工资方案的选择，并说明理由.（同组中的每个数据用该组区间的中点值代替）

18．（12分）在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且$a=b\cos C+c\sin B$.

(1)求B的值；

(2)设$\angle BAC$的平分线AD与边BC交于点D，已知$AD=\frac{17}{7}$，$\cos A=-\frac{7}{25}$，求b的值.

19．（12分）已知函数$f(x)=xe^x+x^2+ax+b$，曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程为$4x-2y-3=0$

(1)求a，b的值；

(2)证明：$f(x)>\ln x$.

20．（12分）已知直线$x+y=1$过椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点，且交椭圆于**A**，**B**两点，线段**AB**的中点是

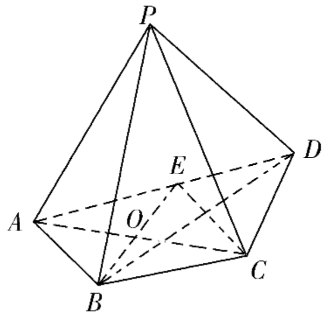
$M\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$，

（1）求椭圆的方程；

（2）过原点的直线 *l* 与线段 *AB* 相交（不含端点）且交椭圆于 *C*，*D* 两点，求四边形 $ACBD$ 面积的最大值.

21.（12 分）如图所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 PCD，底面 ***ABCD*** 满足 ***AD*∥*BC***，

$AP=AB=BC=\frac{1}{2}AD=2$，$\angle ABC=90°$，***E*** 为 ***AD*** 的中点，***AC*** 与 ***BE*** 的交点为 ***O***.



（1）设 *H* 是线段 *BE* 上的动点，证明：三棱锥 $H-PCD$ 的体积是定值；

（2）求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积；

（3）求直线 *BC* 与平面 *PBD* 所成角的余弦值.

22.（10 分）已知在平面直角坐标系 xOy 中，直线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=2-t\\y=2+t\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的非负半轴为极轴且取相同的单位长度建立极坐标系，曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho=\cos\theta\left(\rho\cos\theta+2\right)$.

（1）求曲线 C_1 与直线 C_2 的直角坐标方程；

（2）若曲线 C_1 与直线 C_2 交于 A,B 两点，求 $|AB|$ 的值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．C

【解析】

根据等差数列性质得到$a_4+a_6=8=2a_5$，再计算得到答案.

【详解】

已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_4+a_6=8=2a_5\Rightarrow a_5=4$

$a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=5a_5=20$

故答案选 C

本题考查了等差数列的性质，是数列的常考题型.

2．D

【解析】

先根据已知条件求解出$\{a_n\}$的通项公式，然后根据$\{a_n\}$的单调性以及$a_1>0$得到a_1满足的不等关系，由此求解出a_1的取值范围.

【详解】

由已知得$\dfrac{1}{a_n}-1=\left(\dfrac{1}{a_1}-1\right)\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$，则$a_n=\dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{a_1}-1\right)\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}+1}$.

因为$a_1>0$，数列$\{a_n\}$是单调递增数列，

所以$a_{n+1}>a_n>0$，则$\dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{a_1}-1\right)\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n}+1}>\dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{a_1}-1\right)\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}+1}$，

化简得$0<\left(\dfrac{1}{a_1}-1\right)\dfrac{1}{3}<\dfrac{1}{a_1}-1$，所以$0<a_1<1$.

故选：D.

本题考查数列通项公式求解以及根据数列单调性求解参数范围，难度一般.已知数列单调性，可根据a_n,a_{n+1}之间的大小关系分析问题.

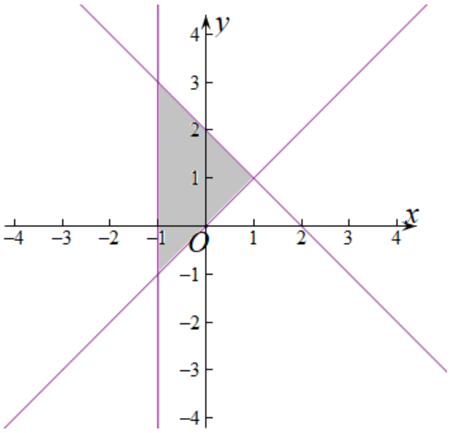
3．B

【解析】

根据约束条件作出可行域，找到使直线 $y=-4x+z$ 的截距取最值得点，相应坐标代入 $z=4x+y$ 即可求得取值范围.

【详解】

画出可行域，如图所示：



由图可知，当直线 $z=4x+y$ 经过点 $A\left(-1,-1\right)$ 时，z 取得最小值-5；经过点 $B\left(1,1\right)$ 时，z 取得最大值 5，故

$-5\leq z\leq 5$.

故选：B

本题考查根据线性规划求范围，属于基础题.

4．B

【解析】

过点 *E* 作 $EH\perp CD$，垂足为 *H*，过 *H* 作 $HF\perp AB$，垂足为 *F*，连接 *EF*.因为 $CD//$ 平面 *ABE*，所以点 *C* 到平面 *ABE* 的距离等于点 *H* 到平面 *ABE* 的距离 h.设 $\angle CDE=\theta(0<\theta\leq\frac{\pi}{2})$，将 h 表示成关于 θ 的函数，再求函数的最值，即可得答案.

【详解】

过点 *E* 作 $EH\perp CD$，垂足为 *H*，过 *H* 作 $HF\perp AB$，垂足为 *F*，连接 *EF*.

因为平面 $ECD\perp$ 平面 *ABCD*，所以 $EH\perp$ 平面 *ABCD*，

所以 $EH\perp HF$.

因为底面 *ABCD* 是边长为 1 的正方形，$HF//AD$，所以 $HF=AD=1$.

因为 $CD//$ 平面 *ABE*，所以点 *C* 到平面 *ABE* 的距离等于点 *H* 到平面 *ABE* 的距离.

易证平面 $EFH\perp$ 平面 *ABE*，

所以点 *H* 到平面 *ABE* 的距离，即为 *H* 到 *EF* 的距离 h.

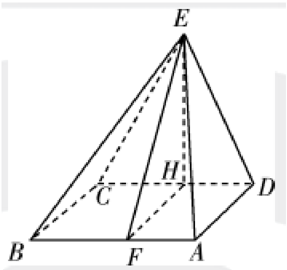
不妨设 $\angle CDE=\theta(0<\theta\leq\frac{\pi}{2})$，则 $EH=\sin\theta$，$EF=\sqrt{1+\sin^2\theta}$.

因为 $S_{\triangle EHF}=\frac{1}{2}\cdot EF\cdot h=\frac{1}{2}\cdot EH\cdot FH$，所以 $h\cdot\sqrt{1+\sin^2\theta}=\sin\theta$，

所以 $h=\frac{\sin\theta}{\sqrt{1+\sin^2\theta}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\sin^2\theta}+1}}\le\frac{\sqrt{2}}{2}$，当 $\theta=\frac{\pi}{2}$ 时，等号成立.

此时 EH 与 ED 重合，所以 $EH=1$，$V_{E-ABCD}=\frac{1}{3}\times 1^2\times 1=\frac{1}{3}$.

故选：B.



本题考查空间中点到面的距离的最值，考查函数与方程思想、转化与化归思想，考查空间想象能力和运算求解能力，求解时注意辅助线及面面垂直的应用.

5．A

【解析】

由题意求得 c 与 $\frac{b}{a}$ 的值，结合隐含条件列式求得 a^2，b^2，则答案可求.

【详解】

由题意，$2c=8$，则 $c=4$，

又 $\frac{b}{a}=\sqrt{3}$，且 $a^2+b^2=c^2$，

解得 $a^2=4$，$b^2=12$.

∴双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$.

故选：A.

本题考查双曲线的简单性质，属于基础题.

6．D

【解析】

由题设中所给的定义，方程 $f(x)=f'(x)$ 的实数根 x_0 叫做函数 $f(x)$ 的“新驻点”，根据零点存在定理即可求出 a 的大致范围

【详解】

解：由题意方程 $f(x)=f^{'}(x)$ 的实数根 x_0 叫做函数 $f(x)$ 的“新驻点”，

对于函数 $g(x)=lnx$，由于 $g'(x)=\dfrac{1}{x}$，

$\therefore lnx=\dfrac{1}{x}$，

设 $h(x)=lnx-\dfrac{1}{x}$，该函数在 $(0,+\infty)$ 为增函数，

$\therefore h(1)=-1<0$，　$h(2)=ln2-\dfrac{1}{2}=ln2-ln\sqrt{e}>0$，

$\therefore h(x)$ 在 $(1,2)$ 上有零点，

故函数 $g(x)=lnx$ 的“新驻点”为 a，那么 $1<a<2$

故选：D.

本题是一个新定义的题，理解定义，分别建立方程解出 a 存在范围是解题的关键，本题考查了推理判断的能力，属于基础题..

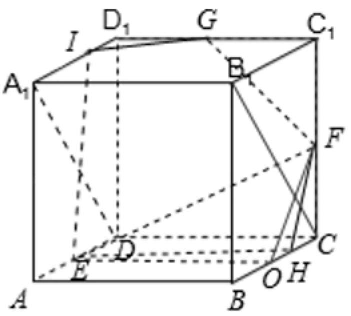
7．C

【解析】

画出几何体的图形，然后转化判断四个命题的真假即可.

【详解】

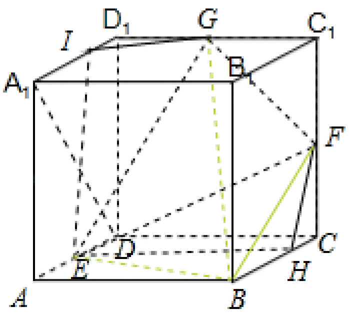
如图；



连接相关点的线段，O 为 BC 的中点，连接 EFO，因为 F 是中点，可知 $B_1C\perp OF$，$EO\perp B_1C$，可知 $B_1C\perp$ 平面 EFO，即可证明 $B_1C\perp EF$，所以①正确；

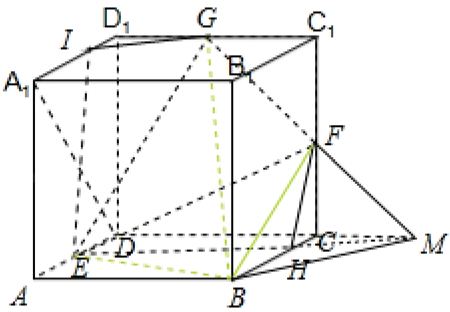
直线 FG 与直线 A_1D 所成角就是直线 A_1B 与直线 A_1D 所成角为 $60°$；正确；

过 E，F，G 三点的平面截该正方体所得的截面为五边形；如图：



是五边形 $EHFGI$ ．所以③不正确；

如图：



三棱锥 $B-EFG$ 的体积为：

由条件易知 F 是 GM 中点，

所以 $V_{B-EFG}=V_{B-EFM}=V_{F-BEM}$，

而 $S_{BEM}=S_{梯形ABMD}-S_{\Delta ABE}-S_{\Delta EDM}=\dfrac{2+3}{2}\times 2-\dfrac{1}{2}\times 2\times 1-\dfrac{1}{2}\times 3\times 1=\dfrac{5}{2}$，

$V_{F-EBM}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{5}{2}\times 1=\dfrac{5}{6}$．所以三棱锥 $B-EFG$ 的体积为 $\dfrac{5}{6}$，④正确；

故选：C．

本题考查命题的真假的判断与应用，涉及空间几何体的体积，直线与平面的位置关系的应用，平面的基本性质，是中档题．

8．A

【解析】

利用复数的除法运算化简 z，求得 z 对应的坐标，由此判断对应点所在象限．

【详解】

$\because z=\dfrac{2}{1-i}=\dfrac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)}=1+i$，$\therefore$ 对应的点的坐标为 $(1,1)$，位于第一象限．

故选：A.

本小题主要考查复数除法运算，考查复数对应点所在象限，属于基础题．

9．B