

## 2023-2024 学年江苏省苏州市星海实验初中九年级（下）调研试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知一组数据：7，4，3，7，8，6 这组数据的中位数和众数分别是( )

- A. 7，7                      B. 7，6.5                      C. 6.5，7                      D. 5.5，7

2. 将抛物线  $y = -3x^2$  向左平移 5 个单位长度，再向上平移 6 个单位长度，所得抛物线相应的函数表达式是( )

- A.  $y = -3(x+5)^2 + 6$                       B.  $y = -3(x+5)^2 - 6$   
C.  $y = -3(x-5)^2 + 6$                       D.  $y = -3(x-5)^2 - 6$

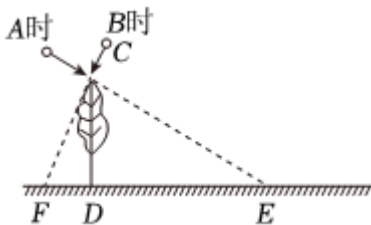
3. 在直角坐标系中，点  $P$  的坐标是  $(3, \sqrt{3})$ ，圆  $P$  的半径为 3，下列说法正确的是( )

- A.  $\odot P$  与  $x$  轴、 $y$  轴都有两个公共点  
B.  $\odot P$  与  $x$  轴、 $y$  轴都没有公共点  
C.  $\odot P$  与  $x$  轴有一个公共点，与  $y$  轴有两个公共点  
D.  $\odot P$  与  $x$  轴有两个公共点，与  $y$  轴有一个公共点

4. 已知抛物线  $y = ax^2 - 2ax + b (a > 0)$  的图象上三个点的坐标分别为  $A(3, y_1)$ ， $B(2, y_2)$ ， $C(-2, y_3)$ ，则  $y_1$ ， $y_2$ ， $y_3$  的大小关系为

- ( )  
A.  $y_3 < y_1 < y_2$                       B.  $y_2 < y_1 < y_3$                       C.  $y_1 < y_3 < y_2$                       D.  $y_1 < y_2 < y_3$

5. 如图，小明在  $A$  时测得某树的影长为  $8m$ ， $B$  时又测得该树的影长为  $2m$ ，若两次日照的光线互相垂直，则树的高度为( )



- A.  $2m$                       B.  $4m$                       C.  $6m$                       D.  $8m$

6. 若关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + 2 = 0 (a \neq 0)$  有一根为  $x = 2024$ ，则一元二次方程  $a(x-1)^2 + bx - b + 2 = 0$  必有一根为

( )

A. 2022

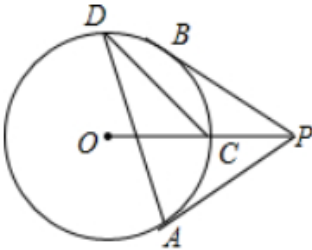
B. 2023

C. 2024

D. 2025

7. 如图，过  $\odot O$  外一点  $P$  引  $\odot O$  的两条切线  $PA$ 、 $PB$ ，切点分别是  $A$ 、 $B$ ， $OP$  交  $\odot O$  于点  $C$ ，点  $D$  是优弧  $ADB$  上不与点  $A$ 、点  $B$  重合的一个动点，连接  $AD$ 、 $CD$ ，若  $\angle APB = 76^\circ$ ，则  $\angle ADC$  的度数为

( )



A.  $26^\circ$

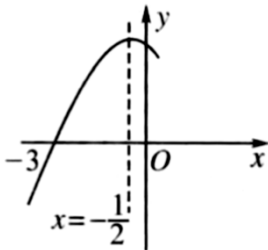
B.  $20^\circ$

C.  $16^\circ$

D.  $30^\circ$

8. 如图，抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 与  $x$  轴交于点  $(-3, 0)$ ，其对称轴为直线  $x = -\frac{1}{2}$ ，结合图象分析下列结论：①  $abc > 0$ ；②  $3a + c > 0$ ；③ 当  $x < 0$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大；④ 一元二次方程  $cx^2 + bx + a = 0$  的两根分别为  $x_1 = -\frac{1}{3}$ ， $x_2 = \frac{1}{2}$ ；⑤ 若  $m, n$  ( $m < n$ ) 为方程  $a(x + 3)(x - 2) + 3 = 0$  的两个根，则  $m > -3$  且  $n < 2$ ，其中正确的结论有

( )



A. 3个

B. 4个

C. 5个

D. 6个

二、填空题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。

9. 已知  $\frac{a}{3} = \frac{b}{5}$ ，则  $\frac{a}{a+b}$  的值为\_\_\_\_\_.

10. 在一个不透明的袋子中有除颜色外均相同的 9 个白球和若干黑球，通过多次摸球试验后，发现摸到白球的频率约为 30%，估计袋中黑球有\_\_\_\_\_个.

11. 在  $Rt \triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 3BC$ ，则  $\cos B =$ \_\_\_\_\_.

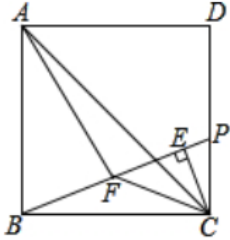
12. 已知一组数据的方差  $S^2 = \frac{1}{5}[(4-5)^2 + (7-5)^2 + (9-5)^2 + (m-5)^2 + (n-5)^2]$ ，则  $m + n$  的值为\_\_\_\_\_.

13. 已知  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $x^2 + 5x + 6 = 0$  的两个根，则  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$  的值为\_\_\_\_\_.

14. 若线段  $AB = 8cm$ ，点  $C$  是线段  $AB$  的一个黄金分割点 ( $AC > BC$ )，则  $AC$  的长为\_\_\_\_\_  $cm$  (结果保留根号).

15. 函数  $y = x^2 - 2ax - 2$  在  $-1 \leq x \leq 4$  有最小值  $-5$ ，则实数  $a$  的值是\_\_\_\_\_.

16. 在正方形  $ABCD$  中， $AB = 4$ ，点  $P$  是  $CD$  边上一动点(不与点  $D$ 、 $C$  重合)，连接  $BP$ ，过点  $C$  作  $CE \perp BP$ ，垂足为  $E$ ，点  $F$  在线段  $BP$  上，且满足  $EF = EC$ ，连接  $AF$ ，则  $AF$  的最小值为\_\_\_\_\_.



三、计算题：本大题共 2 小题，共 12 分。

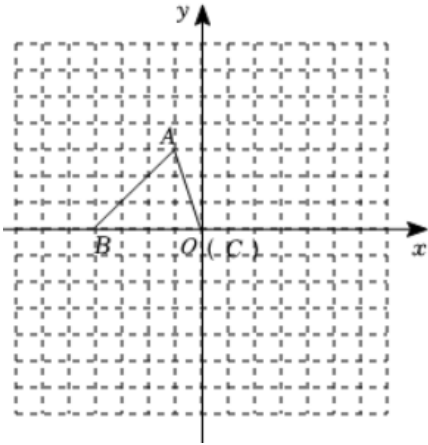
17. 解方程： $x(2x-1) = 4x-2$

18. 计算： $\tan 60^\circ - (4-\pi)^0 + 2\cos 30^\circ + (\frac{1}{4})^{-1}$ .

四、解答题：本题共 9 小题，共 72 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

19. (本小题8分)

如图，平面直角坐标系内，小正方形网格的边长为1个单位长度， $\triangle ABC$  的三个顶点的坐标分别为  $A(-1,3)$ ， $B(-4,0)$ ， $C(0,0)$ .



(1) 写出  $\triangle ABC$  的外心坐标\_\_\_\_\_；

(2) 将  $\triangle ABC$  绕原点  $O$  顺时针方向旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle A_1B_1O$ ，画出  $\triangle A_1B_1O$ ；

(3) 在(2)的基础上，求  $A$  旋转路径的长度及  $OA$  扫过的区域面积.

20. (本小题8分)

某校在课后服务中，成立了以下社团： $A$ .计算机， $B$ .围棋， $C$ .篮球， $D$ .书法每人只能加入一个社团，为了解学生参加社团的情况，从参加社团的学生中随机抽取了部分学生进行调查，并将调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图，其中图1中  $D$  所占扇形的圆心角为  $150^\circ$ .

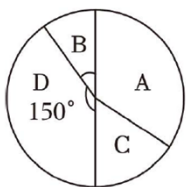


图1

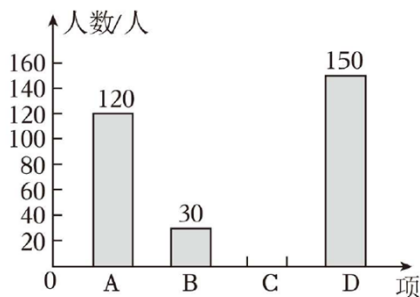


图2

请结合图中所给信息解答下列问题:

- (1)这次被调查的学生共有\_\_\_\_\_人;
- (2)请你将条形统计图补充完整;
- (3)若该校共有2160学生加入了社团,请你估计这2160名学生中有\_\_\_\_\_名学生参加了篮球社团;
- (4)在书法社团活动中,由于甲、乙、丙、丁四人平时的表现优秀,恰好四位同学中有两名是男同学,两名是女同学.现决定从这四人中任选两名参加全市书法大赛,用画树状图求恰好选中一男一女的概率.

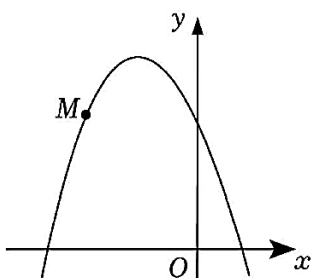
21. (本小题8分)

已知关于 $x$ 的方程 $x^2 - (k + 3)x + 3k = 0$ .

- (1)求证:无论 $k$ 取任何实数,该方程总有实数根;
- (2)若等腰三角形的三边长分别为 $a, b, c$ ,其中 $a = 1$ ,并且 $b, c$ 恰好是此方程的两个实数根,求此三角形的周长.

22. (本小题8分)

如图,已知抛物线 $y = -x^2 + mx + 3$ 经过点 $M(-2, 3)$ .



- (1)求 $m$ 的值,并求出此抛物线的顶点坐标;
- (2)当 $0 \leq y < 4$ 时, $x$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

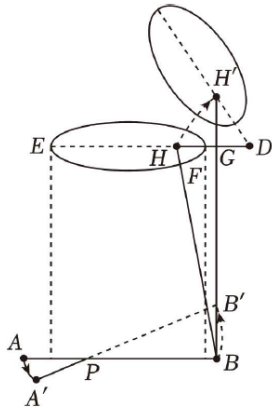
23. (本小题8分)

如图1,图2,是一款家用的垃圾桶,踏板 $AB$ (与地面平行)或绕定点 $P$ (固定在垃圾桶底部的某一位置)上下转动(转动过程中始终保持 $AP = A'P, BP = B'P$ ).通过向下踩踏点 $A$ 到 $A'$ (与地面接触点)使点 $B$ 上升到点 $B'$ ,与此同时传动杆 $BH$ 运动到 $B'H'$ 的位置,点 $H$ 绕固定点 $D$ 旋转( $DH$ 为旋转半径)至点 $H'$ ,从而使桶盖打开一个

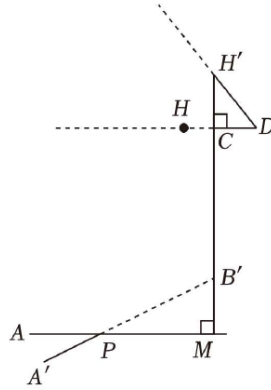
张角 $\angle HDH'$ .如图3, 桶盖打开后, 传动杆 $H'B'$ 所在的直线分别与水平直线 $AB$ 、 $DH$ 垂直, 垂足为点 $M$ 、 $C$ , 设 $H'C = B'M$ .测得 $AP = 6\text{cm}$ ,  $PB = 12\text{cm}$ ,  $DH' = 8\text{cm}$ , 要使桶盖张开的角度 $\angle HDH'$ 不小于 $60^\circ$ , 那么踏板 $AB$ 离地面的高度至少等于多少 $\text{cm}$ ? (结果精确到 $0.1\text{cm}$ )(参考数据:  $\sqrt{2} \approx 1.41$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.73$ )



(图1)



(图2)



(图3)

24. (本小题8分)

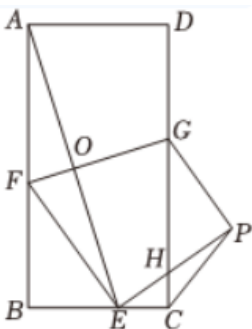
为加强劳动教育, 各校纷纷落实劳动实践基地. 某校学生在种植某种高产番茄时, 经过试验发现: ①当每平方米种植2株番茄时, 平均单株产量为8.4千克; ②在每平方米种植的株数不超过10的前提下, 以同样的栽培条件, 株数每增加1株, 平均单株产量减少0.8千克.

(1)求平均单株产量 $y$ (千克)与每平方米种植的株数 $x$ ( $x$ 为整数, 且 $2 \leq x < 10$ )之间的函数关系式;

(2)已知学校劳动基地共有10平方米的空地用于种植这种番茄. 问: 当每平方米种植多少株时, 该学校劳动基地能获得最大的产量? 最大产量为多少千克?

25. (本小题8分)

如图, 在矩形 $ABCD$ 中,  $AB = 2BC$ ,  $F$ 、 $G$ 分别为 $AB$ 、 $DC$ 边上的动点, 连接 $GF$ , 沿 $GF$ 将四边形 $AFGD$ 翻折至四边形 $EFGP$ , 点 $E$ 落在 $BC$ 上,  $EP$ 交 $CD$ 于点 $H$ , 连接 $AE$ 交 $GF$ 于点 $O$ .

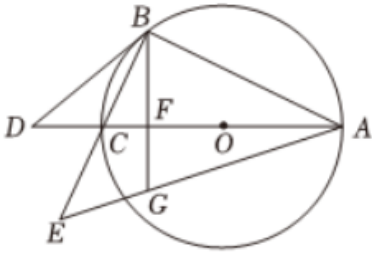


(1)求证:  $AE = 2GF$ ;

(2)连接 $CP$ ，若 $\cos\angle CGP = \frac{4}{5}$ ， $GF = 2\sqrt{10}$ ，求 $CE$ 的长.

26. (本小题8分)

如图，点 $D$ 是 $\odot O$ 直径 $AC$ 延长线上的点，点 $B$ 在圆上，且 $BD^2 = DC \cdot DA$ ， $\tan\angle BAC = \frac{1}{2}$ ，延长 $BC$ 至点 $E$ ，使 $CE = BC$ ，过点 $B$ 作 $BF \perp AC$ 于点 $F$ ，交 $AE$ 于点 $G$ .



(1)求证： $BD$ 与 $\odot O$ 相切；

(2)求 $\frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle BEG}}$ 的值.

27. (本小题8分)

如图1，在平面直角坐标系中，直线 $y = -8x + 8$ 与 $x$ 轴、 $y$ 轴分别交于 $A$ 、 $C$ 两点，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 $A$ 、 $C$ 两点，与 $x$ 轴的另一交点为 $B$ .

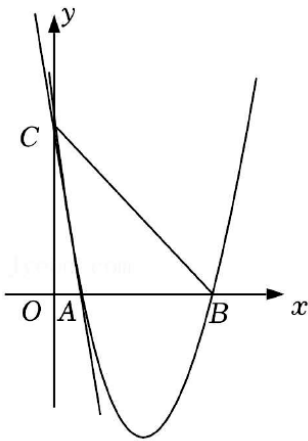


图1

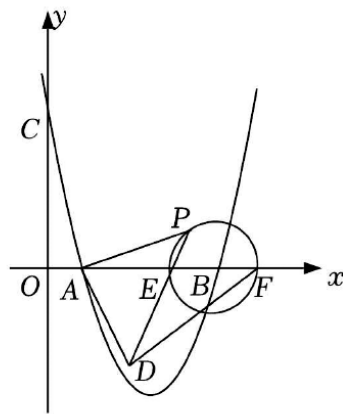


图2

(1)抛物线解析式为\_\_\_\_\_；

(2)若点 $M$ 为 $x$ 轴下方抛物线上一动点， $MN \perp x$ 轴交 $BC$ 于点 $N$ ，当点 $M$ 运动到某一位置时，线段 $MN$ 的长度最大，求此时点 $M$ 的坐标及线段 $MN$ 的长度；

(3)如图2, 以 $B$ 为圆心、3为半径的 $\odot B$ 与 $x$ 轴交于 $E$ 、 $F$ 两点( $F$ 在 $E$ 右侧), 若点 $P$ 是 $\odot B$ 上一动点, 连接 $PA$ , 以 $PA$ 为腰作等腰 $Rt \triangle PAD$ , 使 $\angle PAD = 90^\circ$ ( $P$ 、 $A$ 、 $D$ 三点为逆时针顺序), 连接 $ED$ ,  $FD$ .求 $ED$ 长度的取值范围.

## 答案和解析

### 1. 【答案】C

【解析】解：将这组数据重新排列为3、4、6、7、7、8，

所以这组数据的中位数为6.5，众数为7.

故选：C.

### 2. 【答案】A

【解析】解：将抛物线 $y = -3x^2$ 向左平移5个单位长度，得到的解析式为： $y = -3(x + 5)^2$ ，

再向上平移6个单位长度，得到的解析式为： $y = -3(x + 5)^2 + 6$ ，

故所得抛物线相应的函数表达式是： $y = -3(x + 5)^2 + 6$ .

故选：A.

### 3. 【答案】D

【解析】解： $\because P(3, \sqrt{3})$ ，圆P的半径为3，

$\therefore$ 以P为圆心，以3为半径的圆与x轴的位置关系是相交，与y轴的位置关系是相切，

$\therefore$ 该圆与x轴的交点有2个，与y轴的交点有1个.

故选：D.

### 4. 【答案】B

【解析】解： $y = ax^2 - 2ax - b (a > 0)$ ，

对称轴是直线 $x = -\frac{-2a}{2a} = 1$ ，

即二次函数的开口向上，对称轴是直线 $x = 1$ ，

即在对称轴的右侧y随x的增大而增大，

A点关于直线 $x = 1$ 的对称点是 $D(-1, y_1)$ ，B点关于直线 $x = 1$ 的对称点是 $E(0, y_2)$ ，

$\therefore -2 < -1 < 0$ ，

$\therefore y_3 > y_1 > y_2$ ，

故选：B.

### 5. 【答案】B

【解析】【分析】

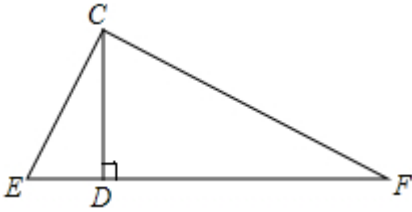
本题通过投影的知识结合三角形的相似，求解高的大小；是平行投影性质在实际生活中的应用.



根据题意，画出示意图，易得： $Rt \triangle ECD \sim Rt \triangle CFD$ ，进而可得 $\frac{ED}{DC} = \frac{DC}{FD}$ ；即 $DC^2 = ED \cdot FD$ ，代入数据可得答案。

**【解答】**

解：根据题意得：



树高为 $CD$ ，且 $\angle ECF = 90^\circ$ ， $ED = 2m$ ， $FD = 8m$ ，

$$\because \angle E + \angle ECD = \angle E + \angle CFD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ECD = \angle CFD,$$

$$\therefore Rt \triangle EDC \sim Rt \triangle CDF,$$

$$\therefore \frac{ED}{DC} = \frac{DC}{FD},$$

$$\text{即 } DC^2 = ED \cdot FD,$$

$$\because ED = 2m, DF = 8m,$$

$$\therefore DC^2 = 16,$$

$$\therefore DC = 4m;$$

故选  $B$ 。

**6. 【答案】**  $D$

**【解析】**解：对于一元二次方程 $a(x-1)^2 + bx - b + 2 = 0$ ，

设 $t = x - 1$ ，

$$\text{所以 } at^2 + bt + 2 = 0,$$

而关于 $x$ 的一元二次方程 $ax^2 + bx + 2 = 0 (a \neq 0)$ 有一根为 $x = 2024$ ，

所以 $at^2 + bt + 2 = 0$ 有一个根为 $t = 2024$ ，

$$\text{则 } x - 1 = 2024 \Rightarrow x = 2025,$$

所以 $a(x-1)^2 + b(x-1) + 3 = 0$ 必有一根为 $x = 2025$ 。

故选： $D$ 。

**7. 【答案】**  $A$

**【解析】**解：如图，连接 $OB$ 、 $OA$ 。

∵ PA、PB 是 ⊙O 的切线，

$$\therefore \angle PBO = \angle PAO = 90^\circ$$

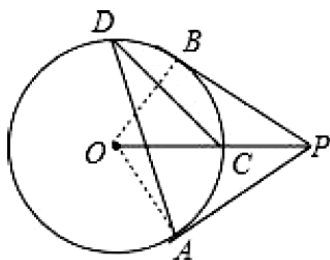
由四边形的内角和定理，得

$$\angle BOA = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 76^\circ = 104^\circ,$$

$$\therefore \angle OPB = \angle OPA, \angle OPB + \angle POB = 90^\circ, \angle OPA + \angle POA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle POB = \angle POA = 52^\circ.$$

$$\therefore \angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC = 26^\circ, \text{ 故选: } A.$$



### 8. 【答案】A

【解析】解：∵ 抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  与  $x$  轴交于点  $(-3, 0)$ ，其对称轴为直线  $x = -\frac{1}{2}$

∴ 抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  与  $x$  轴交于点  $(-3, 0)$  和  $(2, 0)$ ，且  $a = b$

由图象知： $a < 0, c > 0, b < 0$

∴  $abc > 0$ ，故结论①正确；

∵ 抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  与  $x$  轴交于点  $(-3, 0)$

$$\therefore 9a - 3b + c = 0$$

$$\therefore a = b, c = -6a$$

∴  $3a + c = -3a > 0$ ，故结论②正确；

∵ 当  $x < -\frac{1}{2}$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大；当  $-\frac{1}{2} < x < 0$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小，∴ 结论③错误；

$$\therefore cx^2 + bx + a = 0, c > 0$$

$$\therefore \frac{c}{a}x^2 + \frac{b}{a}x + 1 = 0$$

∵ 抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  与  $x$  轴交于点  $(-3, 0)$  和  $(2, 0)$

$$\therefore ax^2 + bx + c = 0 \text{ 的两根是 } -3 \text{ 和 } 2$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 1, \frac{c}{a} = -6$$

∴  $\frac{c}{a}x^2 + \frac{b}{a}x + 1 = 0$  即为： $-6x^2 + x + 1 = 0$ ，解得  $x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{2}$ ；，故结论④正确；

∵ 抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  与  $x$  轴交于点  $(-3, 0)$  和  $(2, 0)$ ,

$$\therefore y = ax^2 + bx + c = a(x + 3)(x - 2)$$

∵  $m, n (m < n)$  为方程  $a(x + 3)(x - 2) + 3 = 0$  的两个根

∴  $m, n (m < n)$  为方程  $a(x + 3)(x - 2) = -3$  的两个根

∴  $m, n (m < n)$  为函数  $y = a(x + 3)(x - 2)$  与直线  $y = -3$  的两个交点的横坐标结合图象得:  $m < -3$  且  $n > 2$ , 故结论⑤错误;

故选: A.

9. 【答案】  $\frac{3}{8}$

【解析】解: 设  $\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = k$ , 则  $a = 3k, b = 5k$ ,

$$\text{所以 } \frac{a}{a+b} = \frac{3k}{3k+5k} = \frac{3k}{8k} = \frac{3}{8},$$

故答案为:  $\frac{3}{8}$ .

10. 【答案】 21

【解析】解: 由题意可得, 总的可能有:  $9 \div 30\% = 30, 30 - 9 = 21$ ,

故答案为: 21.

11. 【答案】  $\frac{1}{3}$

【解析】解: 设  $BC$  为  $x$ , 则  $AB = 3x$ ,

由勾股定理得,  $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 2\sqrt{2}x$ ,

$$\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{3},$$

故答案为:  $\frac{1}{3}$ .

12. 【答案】 5

【解析】解: 由题意知, 这组数据为 4, 7, 9,  $m, n$ , 其平均数为 5,

$$\text{则 } \frac{1}{5} \times (4 + 7 + 9 + m + n) = 5,$$

$$\therefore m + n = 5,$$

故答案为: 5.

13. 【答案】  $-\frac{5}{6}$

【解析】解: 根据根与系数的关系得  $x_1 + x_2 = -5, x_1 x_2 = 6$ ,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/057163111042006056>