

《圆：切割线定理》

知识梳理：

(1) 切割线定理：从圆外一点引圆的切线和割线，切线长是这点到割线与圆交点的两条线段长的比例中项.

几何语言：

$\because$ PT 切 $\odot O$ 于点 T, PBA 是 $\odot O$ 的割线

$\therefore$ PT 的平方 = PA $\cdot$ PB (切割线定理)

(2) 推论：从圆外一点引圆的两条割线，这一点到每条割线与圆的交点的两条线段长的积相等.

几何语言：

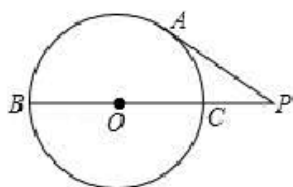
$\because$ PBA, PDC 是 $\odot O$ 的割线

$\therefore$ PD $\cdot$ PC = PA $\cdot$ PB (切割线定理推论) (割线定理)

由上可知：PT² = PA $\cdot$ PB = PC $\cdot$ PD.

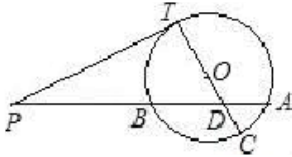
一. 选择题

1. 如图, P 是 $\odot O$ 的直径 BC 延长线上一点, PA 切 $\odot O$ 于点 A, 若 PC = 2, BC = 6, 则切线 PA 的长为 ()



A. 无限长 B. $\sqrt{10}$ C. 4 D. $\sqrt{12}$

2. 如图，PT 是 $\odot O$ 的切线，T 为切点，PBA 是割线，交 $\odot O$ 于 A、B 两点，与直径 CT 交于点 D，已知 $CD=2$ ， $AD=3$ ， $BD=4$ ，那么 PB 等于（ ）



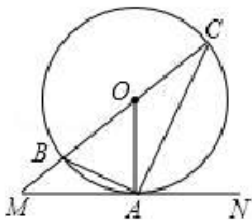
A. 6 B. $6\sqrt{15}$ C. 7 D. 20

3. 设 H 为锐角 $\triangle ABC$ 的三条高 AD、BE、CF 的交点，若 $BC=a$ ， $AC=b$ ， $AB=c$ ，则 $AH \cdot AD + BH \cdot BE + CH \cdot CF$ 等于（ ）

A. $\frac{1}{2}(ab+bc+ca)$ B. $\frac{1}{2}(a^2+b^2+c^2)$

C. $\frac{2}{3}(ab+bc+ca)$ D. $\frac{2}{3}(a^2+b^2+c^2)$

4. 如图，MN 切 $\odot O$ 于 A 点，AC 为弦，BC 为直径，那么下列命题中假命题是（ ）

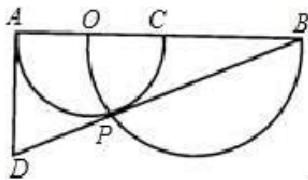


A. $\angle MAB$ 和 $\angle ABC$ 互余 B. $\angle CAN = \angle ABC$

C. $OA = \frac{1}{2}BC$ D. $MA^2 = MB \cdot BC$

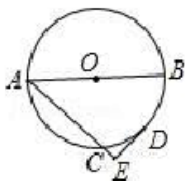
5. 如图，以 OB 为直径的半圆与半圆 O 交于点 P，A、

O、C、B 在同一条直线上，作 $AD \perp AB$ 与 BP 的延长线交于点 D，若半圆 O 的半径为 2， $\angle D$ 的余弦值是方程 $3x^2 - 10x + 3 = 0$ 的根，则 AB 的长等于（ ）



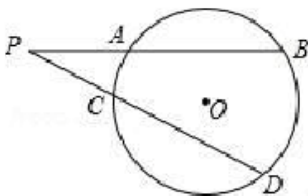
- A. $2\sqrt{10}+2$ B. $\frac{2}{3}\sqrt{10}+2$ C. 8 D. 5

6. 如图，AB 是 $\odot O$ 直径，AC 是 $\odot O$ 的弦，过弧 BC 的中点 D 作 AC 的垂线交 AC 的延长于 E，若 $DE=2$ ， $EC=1$ ，则 $\odot O$ 的直径为（ ）



- A. $2\sqrt{13}$ B. $3\sqrt{3}$ C. 5 D. 4

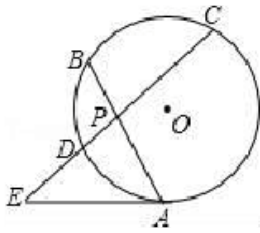
7. 如图，过点 P 作 $\odot O$ 的两条割线分别交 $\odot O$ 于点 A、B 和点 C、D，已知 $PA=3$ ， $AB=PC=2$ ，则 PD 的长是（ ）



- A. 3 B. 7.5 C. 5 D. 5.5

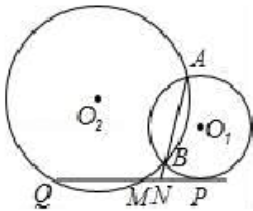
8. 如图，已知 $\odot O$ 的弦 AB、CD 相交于点 P， $PA=4\text{cm}$ ， $PB=3\text{cm}$ ， $PC=6\text{cm}$ ，EA 切 $\odot O$ 于点 A，AE 与 CD 的

延长线交于点 E，若 $AE = 2\sqrt{5}\text{cm}$ ，则 PE 的长为（ ）



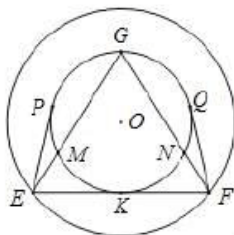
- A. 4cm B. 3cm C. 5cm D. $\sqrt{2}$ cm

9. 如图， $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A、B 两点，PQ 切 $\odot O_1$ 于点 P，交 $\odot O_2$ 于点 Q、M，交 AB 的延长线于点 N. 若 $MN=1$ ， $MQ=3$ ，则 NP 等于（ ）



- A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3

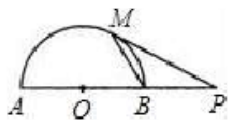
10. 同心圆 O 中，大圆的弦 EF 切小圆于 K，EP 切小圆于 P，FQ 切小圆于 Q，G 为小圆 $\widehat{PQ}$ 上一点，GE、GF 分别交小圆于 M、N 两点，下列四个结论：① $EM = MG$ ；② $FQ^2 = FN \cdot NG$ ；③ $EP = FQ$ ；④ $FN \cdot FG = EM \cdot EG$. 正确的结论为（ ）



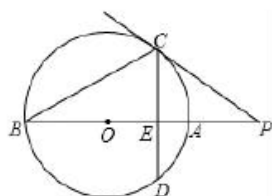
- A. ①③ B. ②③ C. ③④ D. ②④

二. 填空题

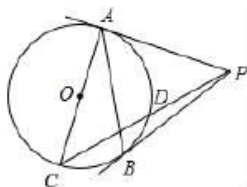
11. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, P 点在 AB 的延长线上, PM 切 $\odot O$ 于点 M . 若 $OA=a$, $PM=\sqrt{3}a$, 那么 $\triangle PMB$ 的周长是 .



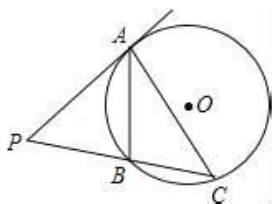
12. 已知: 如图, PC 切 $\odot O$ 于点 C , 割线 PAB 经过圆心 O , 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , $PC=4$, $PB=8$, 则 PA = , $\sin \angle P$ = , CD = .



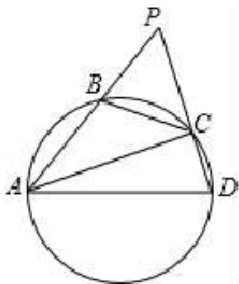
13. 如图, PA 、 PB 与 $\odot O$ 分别相切于点 A 、点 B , AC 是 $\odot O$ 的直径, PC 交 $\odot O$ 于点 D , 已知 $\angle APB=60^\circ$, $AC=2$, 那么 CD 的长为 .



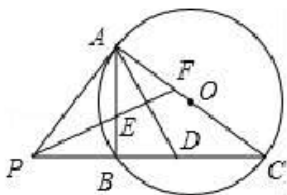
14. 如图, PA 切 $\odot O$ 于点 A , 割线 PBC 交 $\odot O$ 于点 B 、 C , 若 $PA=6$, $PB=4$, 弧 AB 的度数为 60° , 则 BC = , $\angle PCA$ = 度, $\angle PAB$ = 度.



15. 如图，已知 $ABCD$ 是一个半径为 R 的圆内接四边形， $AB=12$ ， $CD=6$ ，分别延长 AB 和 DC ，它们相交于点 P ，且 $BP=8$ ， $\angle APD=60^\circ$ ，则 $R=$.



16. 如图， AC 为 $\odot O$ 的直径， PA 是 $\odot O$ 的切线，切点为 A ， PBC 是 $\odot O$ 的割线， $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于 D 点， PF 交 AC 于 F 点，交 AB 于 E 点，要使 $AE=AF$ ，则 PF 应满足的条件是 (只需填一个条件).



17. 由 $\odot O$ 外一点 F 作 $\odot O$ 的两条切线，切点分别为 B 、 D ， AB 是 $\odot O$ 的直径，连接 AD 、 BD ，线段 OF 交 $\odot O$ 于 E ，交 BD 于 C ，连接 DE 、 BE 。有下列序号为①~④的四个结论：

① $BE=DE$ ； ② $\angle EBD=\angle EDB$ ； ③ $DE \parallel AB$ ； ④ $BD^2=2AD \cdot FC$

其中正确的结论有 . (把你认为正确结论的序

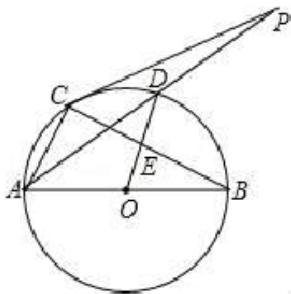
18. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，BE是角平分线， $DE \perp BE$ 交AB于D， $\odot O$ 是 $\triangle BDE$ 的外接圆.

-

- (1) 求证: $OE = \frac{1}{2}AC$;

(2) 求证: $\frac{DF}{AF} = \frac{BD^2}{AC^2}$;

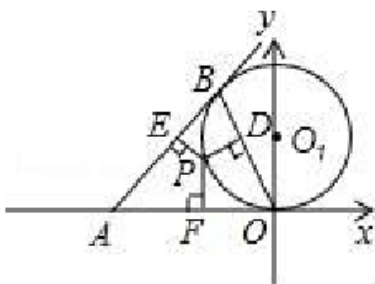
(3) 当 $AC=6$, $AB=10$ 时, 求切线 PC 的长.



20. 如图, OB 是以 (O, a) 为圆心, a 为半径的 $\odot O_1$ 的弦, 过 B 点作 $\odot O_1$ 的切线, P 为劣弧 $\widehat{OB}$ 上的任一点, 且过 P 作 OB 、 AB 、 OA 的垂线, 垂足分别是 D 、 E 、 F .

(1) 求证: $PD^2 = PE \cdot PF$;

(2) 当 $\angle BOP = 30^\circ$ ，P 点为 $\widehat{OB}$ 的中点时，求 D、E、F、P 四个点的坐标及 $S_{\triangle DEF}$.



参考答案

一. 选择题

1. 解: $\because PC=2, BC=6,$

$$\therefore PB=8,$$

$$\because PA^2 = PC \cdot PB = 16,$$

$$\therefore PA=4.$$

故选: C.

2. 解: $\because TD \cdot CD = AD \cdot BD, CD=2, AD=3, BD=4,$

$$\therefore TD=6,$$

$$\because PT^2 = PD^2 - TD^2,$$

$$\therefore PT^2 = PB \cdot PA = (PD - BD)(PD + AD),$$

$$\therefore PD=24,$$

$$\therefore PB = PD - BD = 24 - 4 = 20.$$

故选: D.

3. 解: $AH \cdot AD = AC \cdot AE = AC \cdot AB \cdot \cos \angle BAE = \frac{1}{2} (b^2 + c^2 - a^2),$

同理 $BH \cdot BE = \frac{1}{2} (a^2 + c^2 - b^2), CH \cdot CF = \frac{1}{2} (a^2 + b^2 - c^2),$

故 $AH \cdot AD + BH \cdot BE + CH \cdot CF = \frac{1}{2} (a^2 + b^2 + c^2).$

故选: B.

4. 解： $\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径，
 $\therefore \angle BAC = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle MAB + \angle CAN = 90^\circ$ ；
 $\because MN$ 切 $\odot O$ 于 A ，
 $\therefore MA^2 = MB \cdot MC$ ，（故 D 错误）
 $\angle CAN = \angle CBA$ ，（故 B 正确）
 $\therefore \angle MAB + \angle CBA = 90^\circ$ ；（故 A 正确）
 $\because OA$ 是 $\odot O$ 的半径， BC 是 $\odot O$ 的直径，
 $\therefore BC = 2OA$ ；（故 C 正确）
 故选：D.

5. 解： $\because 3x^2 - 10x + 3 = 0$ ，
 $\therefore x = 3$ （不合题意，舍去）或 $x = \frac{1}{3}$.
 $\therefore \cos D = AD : BD = 1 : 3$ ，
 设 $AD = x$ ，则 $BD = 3x$.
 $\therefore AB = \sqrt{(3x)^2 - x^2} = 2\sqrt{2}x$ ， $BC = 2\sqrt{2}x - 4$.
 $\therefore (2x)^2 = (2\sqrt{2}x - 4) \cdot 2\sqrt{2}x$.
 $\therefore x = 0$ （舍去），或 $x = 2\sqrt{2}$.
 $\therefore AB = 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 8$.
 故选：C.

6. 解： 连接 OD ，
 $\because$ 点 D 是弧 BC 的中点，

$\therefore OD \perp BC$, $\angle OFC = 90^\circ$, AB 是直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$, $DE \perp AE$,

$\therefore \angle E = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $CFDE$ 是矩形,

$\therefore \angle ODE = 90^\circ$,

$\therefore ED$ 是圆的切线.

作 $OG \perp AC$, 则 $OG = CF = ED = 2$.

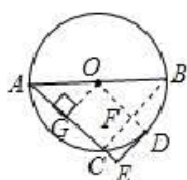
$\therefore DE^2 = EC \cdot AE$,

$\therefore AE = 4$, $AC = 3$, $AG = \frac{3}{2}$,

$\therefore AO = \frac{5}{2}$,

$\therefore AB = 5$.

故选: C.



7. 解: $\because PA = 3$, $AB = PC = 2$,

$\therefore PB = 5$,

$\therefore PA \cdot PB = PC \cdot PD$,

$\therefore PD = 7.5$,

故选: B.

8. 解: $\because PA \cdot PB = PC \cdot PD$, $PA = 4\text{cm}$, $PB = 3\text{cm}$, PC

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/058014106052006055>