

6.4.2 正余弦定理(精练)

【题组一 余弦定理】

1. (2020·福建宁德市·高一期末)在三角形 ABC 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 其中 $a=2$, $b=2\sqrt{3}$, $B=\frac{\pi}{3}$, 则边 c 的长为_____.

【答案】4

【解析】因为 $a=2$, $b=2\sqrt{3}$, $B=\frac{\pi}{3}$, 所以 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$. $\therefore (2\sqrt{3})^2=2^2+c^2-2\cdot 2\cdot c\cdot \cos\frac{\pi}{3}$,
 $\therefore c^2-2c-8=0$. $\because c>0$. $\therefore c=4$ 故答案为: 4

2. (2020·上海高一课时练习)在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a=2\sqrt{3}, b=2\sqrt{2}, c=\sqrt{6}+\sqrt{2}$, 则 $A=$ _____.

【答案】 60°

【解析】由余弦定理的推论得 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{(2\sqrt{2})^2+(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})^2}{2\times 2\sqrt{2}\times(\sqrt{6}+\sqrt{2})}=\frac{1}{2}$,

$\because 0^\circ < A < 180^\circ$, $\therefore A=60^\circ$. 故答案为: 60°

3. (2020·长春市第二实验中学高一期中)在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a:b:c=5:7:8$, 则 $\angle B$ 的大小是_____.

【答案】 $\frac{\pi}{3}$

【解析】 $\because a:b:c=5:7:8$ 设 $a=5k$, $b=7k$, $c=8k$, 由余弦定理可得 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{1}{2}$;
 $\therefore \angle B=\frac{\pi}{3}$. 故答案为: $\frac{\pi}{3}$.

3. (2020·湖北荆门外语学校高一期中)在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 对应的边分别为 a, b, c , 若 $A=120^\circ$, $b=2$, $c=1$, 则边长 a 为()

A. $\sqrt{7}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

【答案】A

【解析】在 $\triangle ABC$ 中, $A=120^\circ$, $b=2$, $c=1$, 所以
 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=4+1-2\times 2\times 1\times \frac{1}{2}=7$,
 $\therefore a=\sqrt{7}$ 故选: A.

4. (2020·安徽高一期末)在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $b=3$, $c=2\sqrt{2}$,

$A = \frac{\pi}{4}$, 则 $a = (\quad)$

A. 5

B. $\sqrt{5}$

C. 29

D. $\sqrt{29}$

【答案】B

【解析】由余弦定理得 $a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A} = \sqrt{9 + 8 - 2 \times 3 \times 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{5}$. 故选: B

5. (2020 · 吉林长春市) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $a:b:c = 3:2:4$, 则 $\cos C = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 $-\frac{1}{4}$

【解析】在 $\triangle ABC$ 中, $a:b:c = 3:2:4$ 设 $a = 3k, b = 2k, c = 4k$

由余弦定理 $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ 代入可得 $\cos C = \frac{(3k)^2 + (2k)^2 - (4k)^2}{2 \times 3k \times 2k} = -\frac{1}{4}$

6. (2020 · 衡东县欧阳遇实验中学高一期末) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $c^2 = a^2 + b^2 - ab$, 则角 C 为 $\underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 $\frac{\pi}{3}$

【解析】在 $\triangle ABC$ 中, $c^2 = a^2 + b^2 - ab$, 所以 $ab = a^2 + b^2 - c^2$, $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{ab}{2ab} = \frac{1}{2}$,

又因为 $0 < C < \pi$, 所以 $C = \frac{\pi}{3}$. 故答案为: $\frac{\pi}{3}$

7. (2020 · 石林彝族自治县民族中学高一月考) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a = 4, b = 6, \angle C = 120^\circ$, 则 $\sin A$ 的值是 $\underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 $\frac{\sqrt{57}}{19}$

【解析】在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a = 4, b = 6, C = 120^\circ$,

则由余弦定理可得 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C = 16 + 36 - 48 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 76$,

$\therefore c = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}$,

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$, 可得 $\sin A = \frac{a \sin C}{c} = \frac{4 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2\sqrt{19}} = \frac{\sqrt{57}}{19}$. 故答案为: $\frac{\sqrt{57}}{19}$.

8. (2020 · 包头市第九中学高一期末) 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A : \sin B : \sin C = 7 : 3 : 5$, 那么这个三角形的最大

角是_____

【答案】 $\frac{2\pi}{3}$

【解析】由正弦定理， $a:b:c = \sin A:\sin B:\sin C = 7:3:5$ ，

设 $a=7k, b=3k, c=5k (k>0)$ ，

显然该三角形的最大角是角 A ，

由余弦定理，可得 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{9k^2 + 25k^2 - 49k^2}{2 \times 3k \times 5k} = -\frac{1}{2}$ ，

因为 $A \in (0, \pi)$ ，所以 $A = \frac{2\pi}{3}$ 。

故选：B.

9. (2020·广西南宁市·南宁十中高二期) 已知 a, b, c 为 $\triangle ABC$ 的三边， $B=120^\circ$ ，则

$a^2 + c^2 + ac - b^2 =$ _____.

【答案】 0

【解析】 $B=120^\circ$ ，则 $a^2 + c^2 - b^2 = 2ac \cos 120^\circ = -ac$ ，故 $a^2 + c^2 + ac - b^2 = 0$. 故答案为：0.

10. (2020·全国高一课时练习) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $a = \sqrt{2}b$ ，

$c^2 = b^2 + \sqrt{2}bc$ ，则内角 A 的大小是_____.

【答案】 45°

【解析】 $\because a = \sqrt{2}b$ ，由余弦定理 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ ， $\therefore$ 代入可得 $2b^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ 。

又 $c^2 = b^2 + \sqrt{2}bc$ ， $\therefore \cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $\therefore A = 45^\circ$ 故答案为： 45°

11. (2020·全国高一课时练习) 在 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别是角 A, B, C 所对的边，且 a, b 是方程

$x^2 - 5x + 2 = 0$ 的两个根， $C = 60^\circ$ ，则 $c =$ _____.

【答案】 $\sqrt{19}$

【解析】 a, b 是方程 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 的两个根，由韦达定理可得 $a+b=5, ab=2$ 。

由余弦定理，得 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = a^2 + b^2 - ab = (a+b)^2 - 3ab = 5^2 - 3 \times 2 = 19$ 所以 $c = \sqrt{19}$

故答案为： $\sqrt{19}$

【题组二 正弦定理】

1. (2020·四川成都市·)在 $\triangle ABC$ 中,若角 $B = \frac{\pi}{4}$, $AC = \sqrt{2}$, $AB = \sqrt{3}$,则角 $C =$ ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$

【答案】D

【解析】由正弦定理可得: $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$, 则 $\sin C = \frac{AB \sin B}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

因为 $AC < AB$, 所以 $B < C$, 故 $C = \frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$. 故选: D.

2. (2020·山西运城市·高一月考)在 $\triangle ABC$ 中, $AB = \sqrt{2}$, $BC = \sqrt{3}$, $A = 60^\circ$, 则角 C 的值为 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{3\pi}{4}$ 或 $\frac{\pi}{4}$

【答案】C

【解析】由正弦定理可得 $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A}$, 即 $\frac{\sqrt{2}}{\sin C} = \frac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}$, 解得 $\sin C = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

所以 $C = \frac{3\pi}{4}$ 或 $\frac{\pi}{4}$, 由 $BC > AB$ 得 $A > C$, 所以 $C = \frac{\pi}{4}$, 故选: C.

3. (2020·滦南县第一中学高一期末)在 $\triangle ABC$ 中,若 $A = 60^\circ$, $BC = \sqrt{3}$, $AC = \sqrt{2}$, 则角 B 的大小为 ()

- A. 30° B. 45° C. 135° D. 45° 或 135°

【答案】B

【解析】在 $\triangle ABC$ 中,由正弦定理可知: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\sin B} \Rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

因为 $B \in (0, 180^\circ)$, 所以 $B = 45^\circ$ 或 135° 因为 $BC > AC$, 所以 $A > B$, 因此 $B = 45^\circ$, 故选: B

4. (2020·江西赣州市·高一期末)在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $A = 30^\circ$, $B = 45^\circ$, $a = 2$, 则 b 等于 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. $4\sqrt{2}$

【答案】B

【解析】 $\because A=30^\circ, B=45^\circ, a=2, \therefore$ 由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$ ，可得 $b=\frac{a \cdot \sin B}{\sin A}=\frac{2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}=2\sqrt{2}$ 。

故选：B。

5. (2020 • 扬州市江都区大桥高级中学高一月考) 设 $\triangle ABC$ 的内角A,B,C所对的边分别为a,b,c，若

$a=3, b=\sqrt{3}, A=\frac{\pi}{3}$ ，则B=()

- A. $\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

【解析】由正弦定理得 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$ ， $\therefore \sin B=\frac{b \sin A}{a}=\frac{\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{3}=\frac{1}{2}$ 。

又 $b < a$ ， $\therefore B$ 为锐角， $\therefore B=\frac{\pi}{6}$ 。故选B。

6. (2020 • 扬州市江都区大桥高级中学高一期中) $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=5, BC=6$ ，则此三角形的外接圆半径是()

- A. 4 B. $\frac{7}{2}$ C. $\frac{25}{8}$ D. $\frac{25}{9}$

【答案】C

【解析】在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=5, BC=6$ ，

由余弦定理得： $\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB \cdot AC}=\frac{5^2+5^2-6^2}{2 \times 5 \times 5}=\frac{7}{25}$ ，所以 $\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\frac{24}{25}$ ，

由正弦定理得： $2R=\frac{BC}{\sin A}=\frac{6}{\frac{24}{25}}=\frac{25}{4}$ ，所以 $R=\frac{25}{8}$ ，此三角形的外接圆半径是 $\frac{25}{8}$ 故选：C

7. (2020 • 湖南省长沙县第九中学高一期末) 在 $\triangle ABC$ 中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c。若

$B=45^\circ, c=2\sqrt{2}, b=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，则A=_____。

【答案】 15° 或 75°

【解析】因为 $B=45^\circ, c=2\sqrt{2}, b=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，

由正弦定理 $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ 得: $\sin C = \frac{c \sin B}{b} = \frac{2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{4\sqrt{3}}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

因为 $0^\circ < C < 180^\circ$, 所以 $C = 60^\circ$ 或 120° , 所以 $A = 75^\circ$ 或 15° , 故答案为: 15° 或 75° .

8. (2020 · 上海市进才中学高一期中) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $b = 2\sqrt{2}$, $B = \frac{\pi}{4}$, $\sin A = \frac{1}{3}$, 则 $a =$ _____.

【答案】 $\frac{4}{3}$

【解析】 因为在 $\triangle ABC$ 中, $b = 2\sqrt{2}$, $B = \frac{\pi}{4}$, $\sin A = \frac{1}{3}$,

由正弦定理可得 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$, 所以 $a = \frac{b \sin A}{\sin B} = \frac{2\sqrt{2} \times \frac{1}{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4}{3}$. 故答案为: $\frac{4}{3}$.

9. (2020 · 灵丘县豪洋中学高一期末) 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角之比为 $A:B:C = 4:1:1$, $AC = \sqrt{3}$, 那么最大边长等于 _____.

【答案】 3

【解析】 因为 $\triangle ABC$ 的三个内角之比为 $A:B:C = 4:1:1$, 所以 $A = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$, $B = \frac{\pi}{6}$, BC 为最大边,

由正弦定理得 $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{\sqrt{3}}{\sin \frac{\pi}{6}} = 2\sqrt{3}$, 所以 $BC = 2\sqrt{3} \sin A = 2\sqrt{3} \sin \frac{2\pi}{3} = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$.

故答案为: 3.

10. (2020 · 黑龙江鹤岗市) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a = 2\sqrt{2}$, $A = 45^\circ$, $B = 30^\circ$, 解三角形.

【答案】 $C = 105^\circ$, $b = 2$, $c = \sqrt{6} + \sqrt{2}$.

【解析】 $C = 180^\circ - A - B = 105^\circ$, $\sin C = \sin(A+B) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$, 由正弦定理得:

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$, $\therefore b = \frac{a \sin B}{\sin A} = 2$, $c = \frac{a \sin C}{\sin A} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$.

11. (2020 · 北京丰台区 · 高一期末) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a = 3$, $b = 5$, $C = 120^\circ$, 求 c 和 $\sin A$ 的值.

【答案】 $c=7$ ； $\sin A = \frac{3\sqrt{3}}{14}$

【解析】 因为 $a=3$ ， $b=5$ ， $C=120^\circ$ ， 由余弦定理可得，

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 9 + 25 - 2 \times 3 \times 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 49,$$

$$\therefore c=7, \text{ 由正弦定理可得, } \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}, \therefore \sin A = \frac{a \sin C}{c} = \frac{3 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{7} = \frac{3\sqrt{3}}{14}.$$

【题组三 正余弦定理综合运用】

1. (2020·四川省成都市盐道街中学高一期中) $\triangle ABC$ 中，边 a ， b ， c 的对角分别是 A ， B ， C ，若 $b=2a \sin B$ ，则角 $A=$ _____

【答案】 30° 或 150°

【解析】 在 $\triangle ABC$ 中，由正弦定理知 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ 则 $\sin A = \frac{a \cdot \sin B}{b} = \frac{a \cdot \sin B}{2a \cdot \sin B} = \frac{1}{2}$ ，

因为角 A 是 $\triangle ABC$ 的内角，所以 $0^\circ < A < 180^\circ$ ，所以角 A 等于 30° 或 150° 。故选：D.

2. (2020·山东滨州市·高一期末) 已知 a ， b ， c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A ， B ， C 的对边，且 $b \cos C + c \cos B = a \sin A$ ，则 $A=$ _____.

【答案】 $\frac{\pi}{2}$

【解析】 $\because b \cos C + c \cos B = a \sin A$ ， $\therefore \sin B \cos C + \sin C \cos B = \sin(B+C) = \sin A = \sin^2 A$ ，

$\because \sin A \neq 0$ ， $\therefore \sin A = 1$ ， $\therefore$ 由于 A 为三角形内角，可得 $A = \frac{\pi}{2}$ 。故答案为： $\frac{\pi}{2}$ 。

3. (2020·天津市滨海新区大港太平村中学高一期末) 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A ， B ， C 的对边分别是 a ， b ， c ，若 $a^2 = 2b^2$ ， $\sin C = \sqrt{3} \sin B$ ，则 $\cos A=$ _____.

【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【解析】 $\because \sin C = \sqrt{3} \sin B$ ，根据正弦定理： $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ ， $\therefore c = \sqrt{3}b$ ，

根据余弦定理： $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ ，又 $a^2 = 2b^2$ ，

故可联立方程：
$$\begin{cases} c = \sqrt{3}b \\ a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ a^2 = 2b^2 \end{cases}$$
，解得： $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。故答案为： $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

4. (2020·贵州毕节市·高一期末) $\triangle ABC$ 内角 A ， B ， C 的对边分别为 a ， b ， c ，若

$$b^2 + a^2 - c^2 = 2ac, \sin B = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ 则 } C = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 $\frac{\pi}{6}$

【解析】 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $b^2 + a^2 - c^2 = 2ac$ ，
整理得 $b^2 + a^2 - c^2 = 2ab \cos C = 2ac$ ，所以 $b \cos C = c$ ，

由正弦定理得 $\sin B \cos C = \sin C$ ，整理得 $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan C$ ，因为 $C \in (0, \pi)$ ，所以 $B = \frac{\pi}{6}$ ，

故答案为： $\frac{\pi}{6}$ 。

5. (2020 · 安徽滁州市) 已知 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边，且 $a \cos B + b \cos A = 3c \cos C$ ，则 $\cos C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $\frac{1}{3}$

【解析】 $\because a \cos B + b \cos A = 3c \cos C$ $\therefore$ 利用余弦定理可得

$$a \times \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} + b \times \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = 3c \times \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}, \text{ 整理可得: } a^2 + b^2 - c^2 = \frac{2ab}{3},$$

$$\therefore \text{由余弦定理可得: } \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{2ab}{3 \cdot 2ab} = \frac{1}{3}. \text{ 故答案为 } \frac{1}{3}.$$

6. (2020 · 云南省云天化中学高一期末) 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，已知 $b \sin A - \sqrt{3} a \cos B = 2b - \sqrt{3} c$ ，则 $A = \underline{\hspace{2cm}}$

【答案】 $\frac{\pi}{6}$

【解析】解： $\because b \sin A - \sqrt{3} a \cos B = 2b - \sqrt{3} c$ ，

$$\therefore \text{由正弦定理可得: } \sin B \sin A - \sqrt{3} \sin A \cos B = 2 \sin B - \sqrt{3} \sin C,$$

$$\therefore \sin B \sin A - \sqrt{3} \sin A \cos B = 2 \sin B - \sqrt{3} \sin C = 2 \sin B - \sqrt{3} (\sin A \cos B + \cos A \sin B),$$

$$\therefore \sin B \sin A = 2 \sin B - \sqrt{3} \cos A \sin B,$$

$$\text{又 } \because \sin B \neq 0, \therefore \sin A + \sqrt{3} \cos A = 2, \therefore 2 \sin \left(A + \frac{\pi}{3} \right) = 2, \text{ 可得 } A + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z},$$

$$\text{又 } A \in (0, \pi), \therefore A = \frac{\pi}{6}$$

7. (2020·安徽蚌埠市·高一期末)在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边长分别为 a, b, c .若 $a \cos B = b \cos A$,则 $\triangle ABC$ 的形状是()

- A. 锐角三角形 B. 等腰三角形 C. 直角三角形 D. 等边三角形

【答案】B

【解析】根据题意 $a \cos B = b \cos A$ 及正弦定理得

$$\sin A \cos B = \cos A \sin B, \text{ 即 } \sin A \cos B - \cos A \sin B = 0,$$

所以 $\sin(A-B)=0$, 结合三角形内角的取值范围得到 $B=A$, 所以三角形 $\triangle ABC$ 是等腰三角形故选: B.

8. (2020·全国高一课时练习)在 $\triangle ABC$ 中,三边上的高依次为 $\frac{1}{13}, \frac{1}{5}, \frac{1}{11}$, 则 $\triangle ABC$ 为()

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 以上均有可能

【答案】C

【解析】设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\frac{1}{13}, \frac{1}{5}, \frac{1}{11}$ 分别为边 a, b, c 上的高.

因为 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}a \times \frac{1}{13} = \frac{1}{2}b \times \frac{1}{5} = \frac{1}{2}c \times \frac{1}{11}$, 所以可设 $a=13k, b=5k, c=11k (k>0)$.

$$\text{由余弦定理, 得 } \cos A = \frac{(5k)^2 + (11k)^2 - (13k)^2}{2 \times 5k \times 11k} = -\frac{23}{110} < 0, \text{ 则 } A \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right),$$

所以 $\triangle ABC$ 为钝角三角形, 故选:C.

9. (2020·四川成都市·双流中学高一开学考试)设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对边的长分别为 a, b, c , 则下列命题正确的是().

- (1) 若 $a^2 + b^2 < c^2$, 则 $C > \frac{\pi}{2}$. (2) 若 $ab = c^2$, 则 $C \geq \frac{\pi}{3}$.
(3) 若 $a^3 + b^3 = c^3$, 则 $C < \frac{\pi}{2}$. (4) 若 $a+b=2c$, 则 $C > \frac{\pi}{2}$.

- A. (1) (2) B. (1) (3) C. (1) (2) (3) D. (1) (3) (4)

【答案】B

【解析】(1) $a^2 + b^2 < c^2$, 可以得出 $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} < 0$, 所以 $C > \frac{\pi}{2}$, 故正确;

(2) $ab > c^2 \Rightarrow \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} > \frac{2ab - ab}{2ab} = \frac{1}{2}$, 得出 $C < \frac{\pi}{3}$, 故错误;

(3) 假设 $C \geq \frac{\pi}{2}$, 则 $c^2 \geq a^2 + b^2 \Rightarrow c^3 \geq ca^2 + cb^2 > a^3 + b^3$, 与 $a^3 + b^3 = c^3$ 矛盾, $\therefore C < \frac{\pi}{2}$ 正确;

(4) 取 $a=b=c=2$ ，满足 $a+b=2c$ ， $C=\frac{\pi}{3}$ ，错误。故选：B

10. (2020·山西运城市·高一月考) 若 $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sqrt{3} \cos B}{b}$ ，且 $(a \cos B + b \cos A) \cos C = \frac{c}{2}$ ，则 $\triangle ABC$ 是

()

A. 等边三角形 B. 等腰三角形 C. 直角或等腰三角形 D. 等腰直角三角形

【答案】A

【解析】若 $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sqrt{3} \cos B}{b}$ ，由正弦定理得 $\frac{\sin A}{\sin A} = \frac{\sqrt{3} \cos B}{\sin B}$ ，即 $\tan B = \sqrt{3}$

又 $0 < B < \pi$ ， $B = \frac{\pi}{3}$ ，由正弦定理及 $(a \cos B + b \cos A) \cos C = \frac{c}{2}$ ，得

$(\sin A \cos B + \cos B \cos A) \cos C = \frac{\sin C}{2}$ ，即 $\sin(A+B) \cos C = \frac{\sin C}{2}$ ，

又 $A+B = \pi - C$ ，所以 $\sin(A+B) = \sin C$ ，即 $\cos C = \frac{1}{2}$ ，

又 $0 < C < \pi$ ， $C = \frac{\pi}{3}$ 所以 $\triangle ABC$ 是等边三角形故选：A.

11. (2020·衡水市第十四中学高一月考) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，若 $A=60^\circ$ ， $b=10$ ，则结合 a 的值解三角形有两解的为()

A. $a=8$ B. $a=9$ C. $a=10$ D. $a=11$

【答案】B

【解析】由正弦定理知 $\sin B = \frac{b \sin A}{a}$ ，

由题意知，若 $a=b$ ，则 $A=B=60^\circ$ ，只有一解；若 $a>b$ ，则 $A>B$ ，只有一解；

从而要使 a 的值解三角形有两解，

则必有 $b>a$ ，且 $0 < \sin B < 1$ ，即 $\frac{b \sin A}{a} = \frac{5\sqrt{3}}{a} < 1$ ，

解得 $a > 5\sqrt{3}$ ，即 $a^2 > 75$ ，因此只有 B 选项符合条件，故选 B.

12. (2020·全国高一课时练习) 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c ，若 $A = \frac{2\pi}{3}$ ，

$b \cos C = 3c \cos B$ ，则 $\frac{b}{c} = ()$

A. $\frac{\sqrt{13}-1}{2}$ B. $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{13}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{14}}{2}$

【答案】B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/058022131004006030>