



阶段拔尖专训1 特殊平行四边形性质和判定的综合应用的三种题型

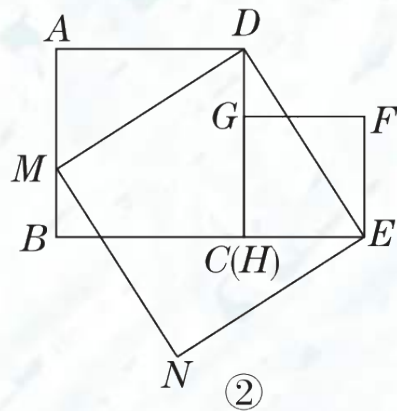
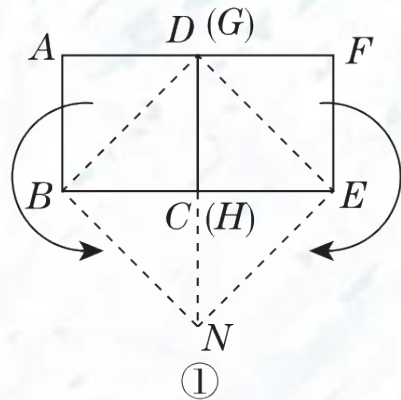


题型1 特殊平行四边形中的操作型问题

1. 对于边长均为 a 的两个正方形 $ABCD$ 和 $EFGH$,按图①所示的方式摆放,沿虚线 BD , EG 剪开后,可以按图中所示的移动方式拼接为四边形 $BNED$.从拼接的过程容易得到结论:

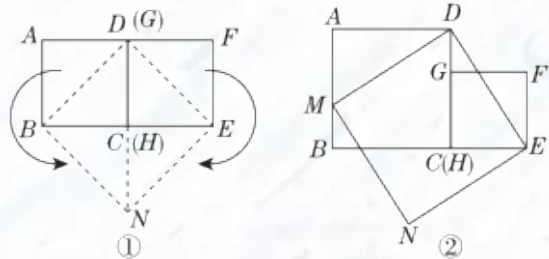
① 四边形 $BNED$ 是正方形;

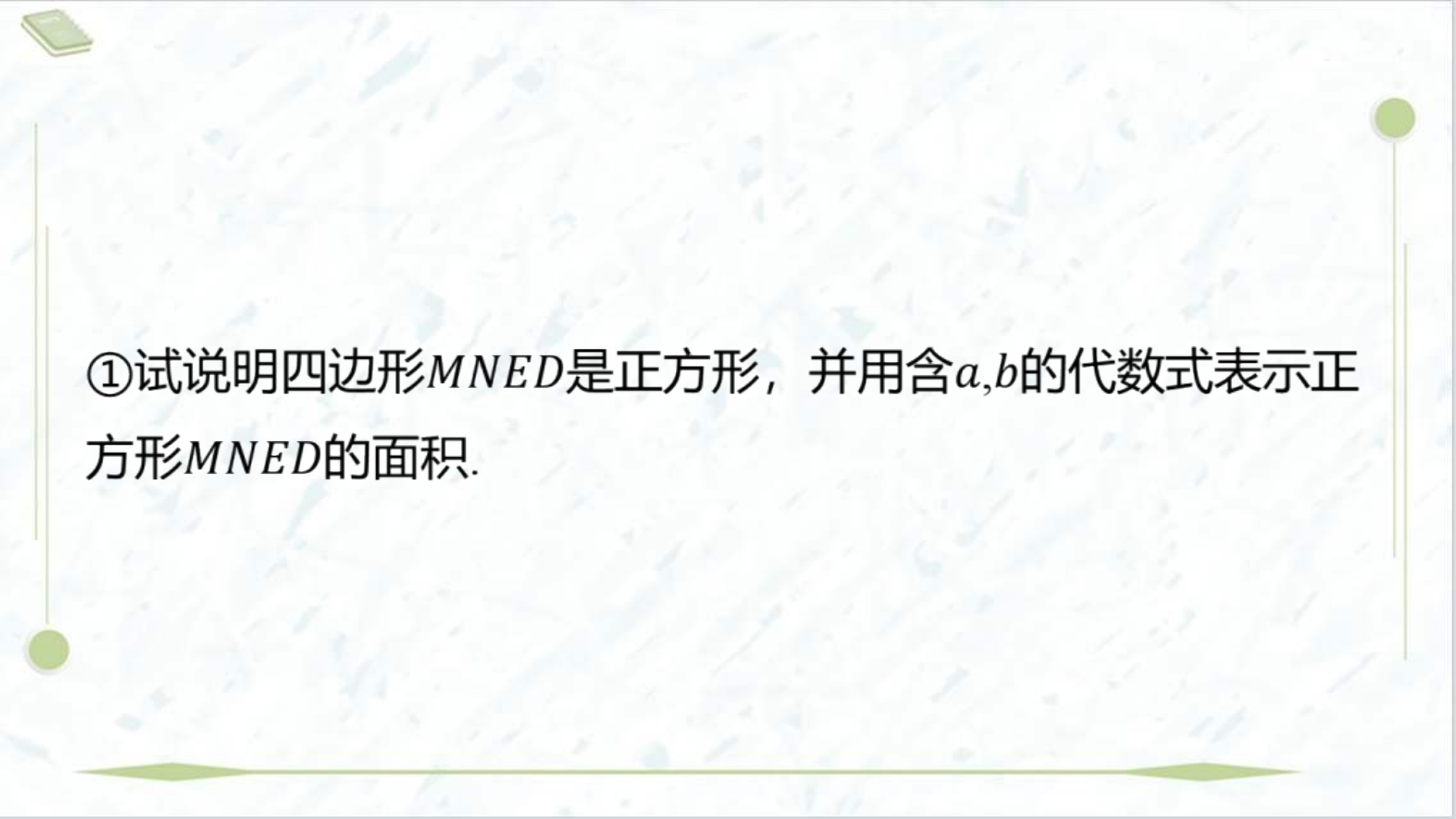
② $S_{\text{正方形}ABCD} + S_{\text{正方形}EFGH} = S_{\text{正方形}BNED}$.



【实践与操作】

(1) 对于边长分别为 a, b ($a > b$) 的两个正方形 $ABCD$ 和 $EFGH$,按图②所示的方式摆放, 连接 DE , 过点 D 作 $DM \perp DE$, 交 AB 于点 M , 过点 M 作 $MN \perp DM$, 过点 E 作 $EN \perp DE$, MN 与 EN 相交于点 N .





①试说明四边形 $MNED$ 是正方形，并用含 a, b 的代数式表示正方形 $MNED$ 的面积.




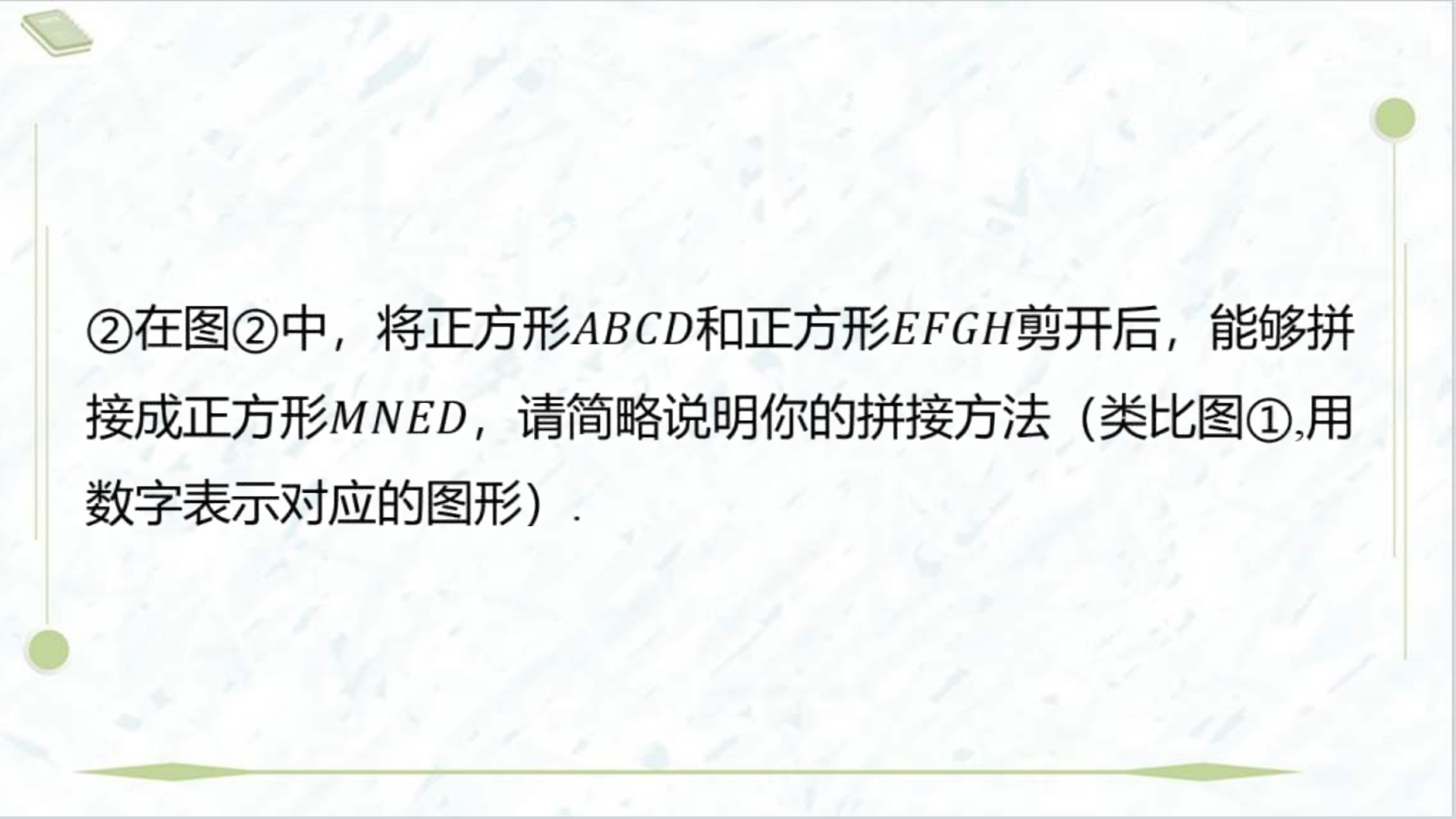
【解】∵ 四边形 $ABCD$, 四边形 $EFGH$ 均为正方形,
∴ $AD = CD, \angle A = \angle ADC = \angle DCE = 90^\circ$ ∴ $DM \perp DE$,
∴ $\angle MDE = 90^\circ$ ∴ $\angle ADC = \angle MDE$. ∴ $\angle ADM + \angle MDC =$
 $\angle CDE + \angle MDC$. ∴ $\angle ADM = \angle CDE$.

又∵ $\angle A = \angle DCE, AD = CD$,

∴ $\triangle ADM \cong \triangle CDE(ASA)$. ∴ $DM = DE$. 由题易得四边形 $MNED$
是矩形, ∴ 矩形 $MNED$ 是正方形. ∴ $\angle DCE = 90^\circ$,

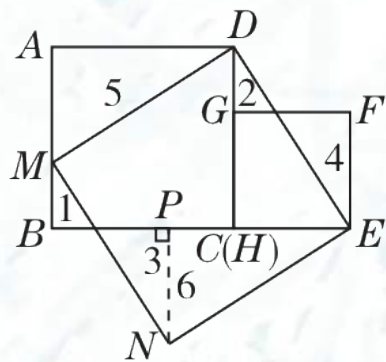
∴ $DE^2 = CD^2 + CE^2 = a^2 + b^2$. ∴ 正方形 $MNED$ 的面积为
 $a^2 + b^2$.





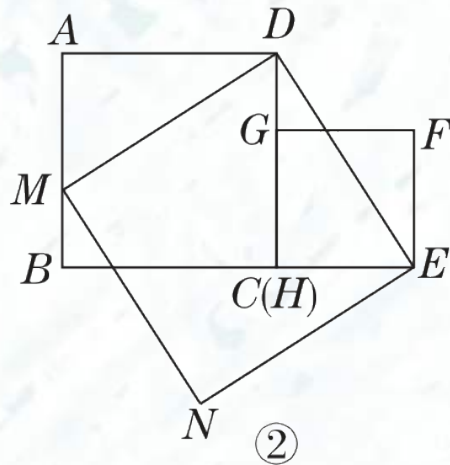
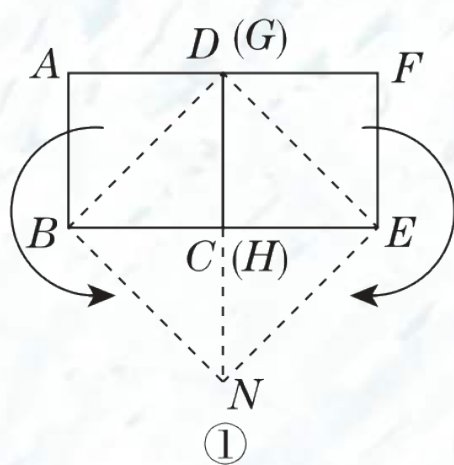
②在图②中，将正方形 $ABCD$ 和正方形 $EFGH$ 剪开后，能够拼接成正方形 $MNED$ ，请简略说明你的拼接方法（类比图①，用数字表示对应的图形）。

如图，过点 N 作 $NP \perp BE$,垂足为 P .

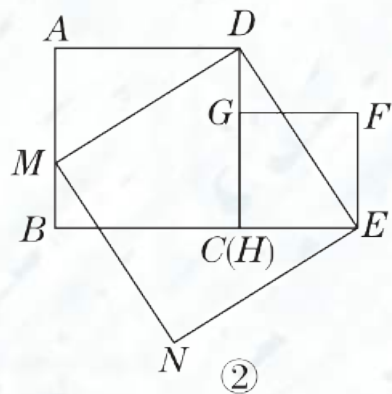
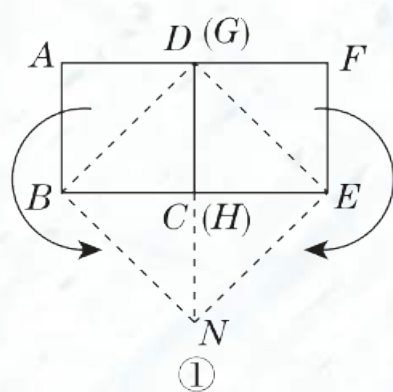


可证明图中的6与5位置的两个直角三角形全等，4与3位置的两个直角三角形全等，1与2位置的两个直角三角形全等，因此将5放到6的位置，将4放到3的位置，将1放到2的位置，恰好能够拼接成正方形 $MNED$.

(2) 对于 n (n 是大于2的自然数) 个任意的正方形, 能否通过若干次拼接, 将其拼接为一个正方形? 请简略说明你的理由

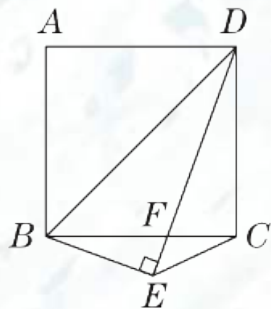


能.理由: 由(1)②可知任意两个正方形都可以拼接为一个正方形, 而拼接出的这个正方形可以与第三个正方形再拼接为一个正方形, \dots , 以此类推, 对于 n (n 是大于2的自然数)个任意的正方形, 可以通过 $(n - 1)$ 次拼接, 得到一个正方形.



题型2 特殊平行四边形中的探究型问题

2.[2024·烟台期中] 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $DE \perp BE$ 交 BC 于点 F , 连接 BD , CE .



(1) $\angle EBD$ 与 $\angle ECB$ 有何数量关系, 并说明理由;

【解】 $\angle EBD + \angle ECB = 90^\circ$.

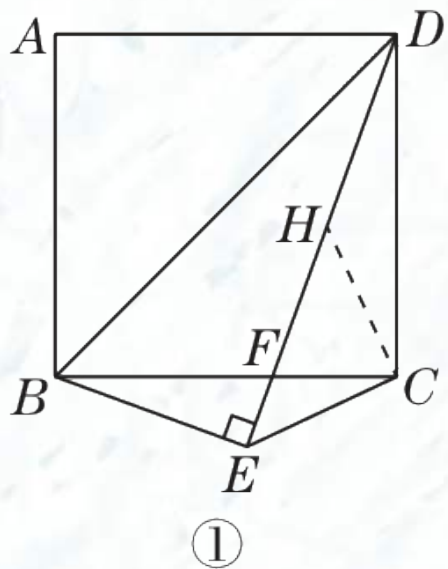
理由：如图①，过点C作 $CH \perp CE$ 交 DE 于 H ，
则 $\angle ECH = 90^\circ$.

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore BC = DC, \angle BCD = 90^\circ = \angle ECH$.

$\therefore \angle DBC = \angle BDC = 45^\circ, \angle HCD = \angle ECB$.

$\therefore BE \perp DE, \therefore \angle BED = 90^\circ = \angle BCD$.



又 $\because \angle BFE = \angle DFC,$

$\therefore \angle EBC = \angle CDF.$

又 $\because BC = DC, \therefore \triangle ECB \cong \triangle HCD(ASA).$

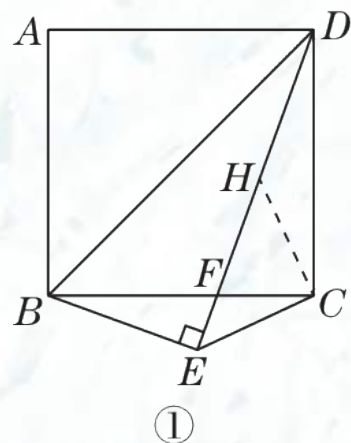
$\therefore HC = EC. \therefore \angle HEC = \angle EHC = 45^\circ .$

$\therefore \angle BEC = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ .$

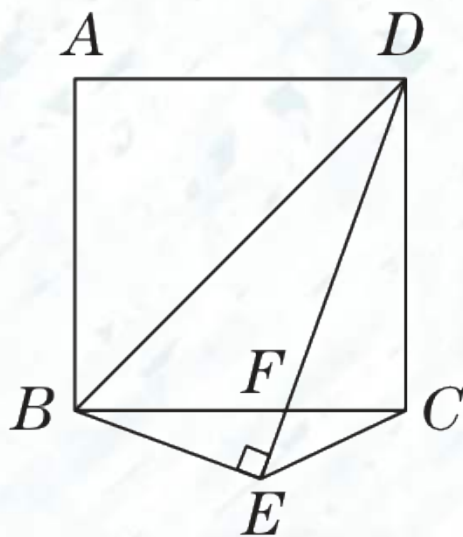
$\therefore \angle EBC + \angle ECB = 45^\circ .$

又 $\because \angle CBD = 45^\circ ,$

$\therefore \angle EBD + \angle ECB = \angle CBD + \angle EBC + \angle ECB = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ .$



(2) 过点A作 $AN \perp DE$ 于点N, 交BD于点M, 探究线段DN, BE, AN之间的数量关系.



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/058052052040007007>