2023 届甘肃省张掖中学高考数学试题查漏补缺试题（文理）

注意事项

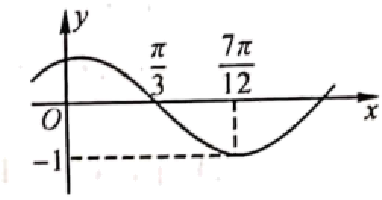
1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．$f\left(x\right)=A\cos\left(\omega x+\varphi\right)\left(A>0,\omega>0\right)$的图象如图所示，$g\left(x\right)=-A\sin\left(\omega x-\varphi\right)$，若将$y=f\left(x\right)$的图象向左平移$a\left(a>0\right)$个单位长度后所得图象与$y=g\left(x\right)$的图象重合，则$a$可取的值的是（　　）



A．$\frac{1}{12}\pi$　　B．$\frac{5}{12}\pi$　　C．$\frac{7}{12}\pi$　　D．$\frac{11}{12}\pi$

2．函数$f(x)=\sin\omega x(\omega>0)$的图象向右平移$\frac{\pi}{12}$个单位得到函数$y=g(x)$的图象，并且函数$g(x)$在区间$[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$上单调递增，在区间$[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}]$上单调递减，则实数$\omega$的值为（　　）

A．$\frac{7}{4}$　　B．$\frac{3}{2}$　　C．2　　D．$\frac{5}{4}$

3．已知 i 是虚数单位，若$\frac{z}{1-i}=i$，则$|z|=$（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$\sqrt{3}$　　D．3

4．已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，过$F_2$作一条直线与双曲线右支交于$A$，$B$两点，坐标原点为$O$，若$\left|OA\right|^2=a^2+b^2,\left|BF_1\right|=5a$，则该双曲线的离心率为（　　）

A．$\frac{\sqrt{15}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{10}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{15}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{10}}{3}$

5．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$），以点$P$（$b,0$）为圆心，$a$为半径作圆$P$，圆$P$与双曲线$C$的一条渐近线交于$M$，$N$两点，若$\angle MPN=90°$，则$C$的离心率为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{7}}{2}$

6．设m、n是两条不同的直线，α、β是两个不同的平面，则$m\perp\beta$的一个充分条件是（　　）

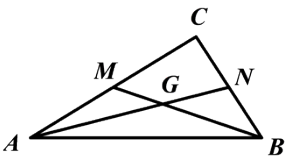
A． $\alpha\perp\beta$且$m\subset\alpha$　**B．** $m//n$且$n\perp\beta$　　**C．** $\alpha\perp\beta$且$m//\alpha$　**D．** $m\perp n$且$n//\beta$

7．设m，n为直线，α、β为平面，则$m\perp\alpha$的一个充分条件可以是(　　)

A． $\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=n$，$m\perp n$　　　　**B．** $\alpha//\beta$，$m\perp\beta$

C． $\alpha\perp\beta$，$m//\beta$　　　　**D．** $n\subset\alpha$，$m\perp n$

8．如图，在ΔABC中，点M，N分别为CA，CB的中点，若$AB=\sqrt{5}$，$CB=1$，且满足$3\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CA}^2+\overrightarrow{CB}^2$，则$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{AC}$等于（　　）



A．2　　　**B．** $\sqrt{5}$　　　**C．** $\dfrac{2}{3}$　　　**D．** $\dfrac{8}{3}$

9．$\left(x+\dfrac{a}{x}\right)\left(2x-\dfrac{1}{x}\right)^5$的展开式中各项系数的和为2，则该展开式中常数项为

A．-40　　　**B．-20**　　　**C．20**　　　**D．40**

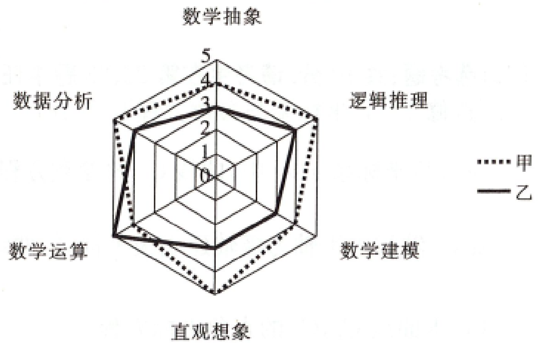
10．如图是甲、乙两位同学在六次数学小测试（满分100分）中得分情况的茎叶图，则下列说法错误的是（　　）

甲		乙
9	7	2 4
2 2 8	8	1 9
1 3	9	6 9

A． 甲得分的平均数比乙大　　　　**B．** 甲得分的极差比乙大

C． 甲得分的方差比乙小　　　　**D．** 甲得分的中位数和乙相等

11．为比较甲、乙两名高二学生的数学素养，对课程标准中规定的数学六大素养进行指标测验（指标值满分为5分，分值高者为优），根据测验情况绘制了如图所示的六大素养指标雷达图，则下面叙述正确的是（　　）



A．乙的数据分析素养优于甲

B．乙的数学建模素养优于数学抽象素养

C．甲的六大素养整体水平优于乙

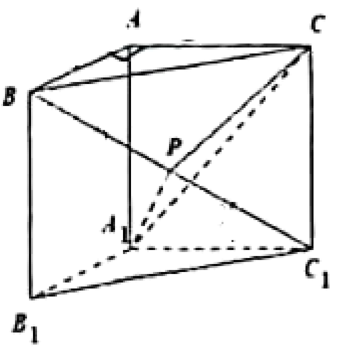
D．甲的六大素养中数据分析最差

12．已知曲线$x^2=4y$，动点P在直线$y=-3$上，过点P作曲线的两条切线l_1,l_2，切点分别为A,B，则直线AB截圆$x^2+y^2-6y+5=0$所得弦长为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　　　**B**．2　　　　**C**．4　　　　**D**．$2\sqrt{3}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．如图，直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$\angle CAB=90^\circ$，$AC=AB=2$，$CC_1=2$，$\boldsymbol{P}$是BC_1的中点，则三棱锥$C-A_1C_1P$的体积为________.



14．已知等比数列$\{a_n\}$的各项都是正数，且$3a_2,\frac{1}{2}a_3,4a_1$成等差数列，则$log_2(a_3+a_4)-log_2(a_4+a_5)=$__________.

15．已知函数$f(x)=2a(\ln x-x)+x^2(a>0)$有两个极值点$x_1$、$x_2(x_1<x_2)$，则$f(x_1)+f(x_2)$的取值范围为_________.

16．曲线$y=x\cos x$在$x=\frac{\pi}{3}$处的切线的斜率为________.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）在平面直角坐标系 **xOy** 中，已知平行于 **x** 轴的动直线 **l** 交抛物线 **C**：$y^2=4x$ 于点 **P**，点 **F** 为 **C** 的焦点．圆心不在 **y** 轴上的圆 **M** 与直线 **l**，**PF**，**x** 轴都相切，设 **M** 的轨迹为曲线 **E**．

（1）求曲线 **E** 的方程；

（2）若直线 l_1 与曲线 **E** 相切于点 $Q\left(s,t\right)$，过 **Q** 且垂直于 l_1 的直线为 l_2，直线 l_1，l_2 分别与 **y** 轴相交于点 **A**，**B**.当线段 **AB** 的长度最小时，求 **s** 的值．

18．（12 分）某地在每周六的晚上 8 点到 10 点半举行灯光展，灯光展涉及到 10000 盏灯，每盏灯在某一时刻亮灯的概率均为 $p\left(0<p<1\right)$，并且是否亮灯彼此相互独立.现统计了其中 100 盏灯在一场灯光展中亮灯的时长（单位：min），得到下面的频数表：

亮灯时长/min	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$\left[90,100\right]$
频数	10	20	40	20	10

以样本中 100 盏灯的平均亮灯时长作为一盏灯的亮灯时长.

（1）试估计 p 的值；

（2）设 X 表示这 10000 盏灯在某一时刻亮灯的数目.

①求 X 的数学期望 $E\left(X\right)$ 和方差 $D\left(X\right)$；

②若随机变量 Z 满足 $Z=\dfrac{X-E(X)}{\sqrt{D(X)}}$，则认为 Z：$N\left(0,1\right)$.假设当 $4900<X\le 5000$ 时，灯光展处于最佳灯光亮度.试由此估计，在一场灯光展中，处于最佳灯光亮度的时长（结果保留为整数）．

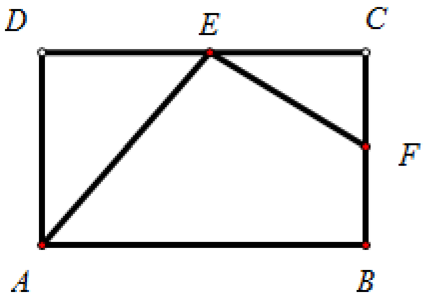
附：

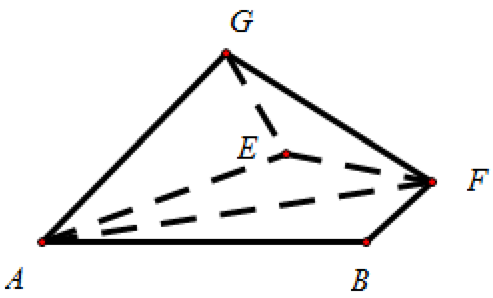
①某盏灯在某一时刻亮灯的概率 p 等于亮灯时长与灯光展总时长的商；

②若 Z：$N\left(0,1\right)$，则 $P(\mu-\sigma<X\le\mu+\sigma)=0.6827$，$P(\mu-2\sigma<X\le\mu+2\sigma)=0.9545$，

$P(\mu-3\sigma<X\le\mu+3\sigma)=0.9973$.

19．（12 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=3$，点 E,F 分别是线段 DC,BC 的中点，分别将 $\triangle DAE$ 沿 AE 折起，$\triangle CEF$ 沿 EF 折起，使得 D,C 重合于点 G，连结 AF .





（Ⅰ）求证：平面 $GEF \perp$ 平面 GAF；

（Ⅱ）求直线 GF 与平面 GAE 所成角的正弦值.

20.（12 分）中国古建筑中的窗饰是艺术和技术的统一体，给人于美的享受．如图（1）为一花窗；图（2）所示是一扇窗中的一格，呈长方形，长 **30 cm**，宽 **26 cm**，其内部窗芯（不含长方形边框）用一种条形木料做成，由两个菱形和六根支条构成，整个窗芯关于长方形边框的两条对称轴成轴对称．设菱形的两条对角线长分别为 **x cm** 和 **y cm**，窗芯所需条形木料的长度之和为 **L**.

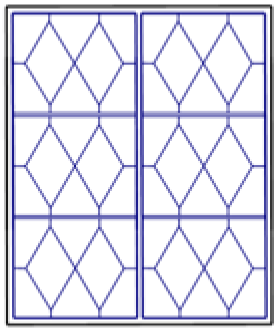


图 1

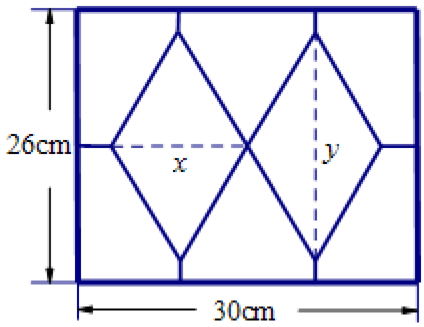


图 2

（1）试用 **x**，**y** 表示 **L**；

（2）如果要求六根支条的长度均不小于 **2 cm**，每个菱形的面积为 **130 cm²**，那么做这样一个窗芯至少需要多长的条形木料（不计榫卯及其它损耗）？

21.（12 分）某生物研究小组准备探究某地区蜻蜓的翼长分布规律，据统计该地区蜻蜓有 A，B 两种，且这两种的个体数量大致相等，记 A 种蜻蜓和 B 种蜻蜓的翼长（单位：mm）分别为随机变量 X，Y，其中 X 服从正态分布 $N(45,25)$，Y 服从正态分布 $N(55,25)$．

（Ⅰ）从该地区的蜻蜓中随机捕捉一只，求这只蜻蜓的翼长在区间 $[45,55]$ 的概率；

（Ⅱ）记该地区蜻蜓的翼长为随机变量 Z，若用正态分布 $N\left(\mu_0,\sigma_0^2\right)$ 来近似描述 Z 的分布，请你根据（Ⅰ）中的结果，求参数 μ_0 和 σ_0 的值（精确到 **0.1**）；

（Ⅲ）在（Ⅱ）的条件下，从该地区的蜻蜓中随机捕捉 **3** 只，记这 **3** 只中翼长在区间 $[42.2,57.8]$ 的个数为 W，求 W 的分布列及数学期望（分布列写出计算表达式即可）．

注:若 $X \sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则 $P(\mu-0.64\sigma \le X \le \mu+0.64\sigma) \approx 0.4773$， $P(\mu-\sigma \le X \le \mu+\sigma) \approx 0.6827$，

$P(\mu-2\mu \le X \le \mu+2\sigma) \approx 0.9546$.

22.（10 分）某企业生产一种产品，从流水线上随机抽取100件产品，统计其质量指标值并绘制频率分布直方图（如图 1）：规定产品的质量指标值在$[65,85)$的为劣质品，在$[85,105)$的为优等品，在$[105,115]$的为特优品，销售时劣质品每件亏损0.8元，优等品每件盈利4元，特优品每件盈利6元，以这100件产品的质量指标值位于各区间的频率代替产品的质量指标值位于该区间的概率.

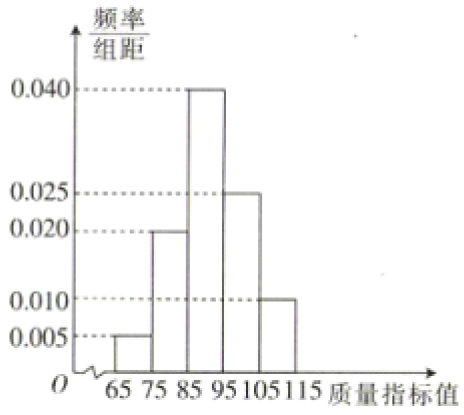


图 1

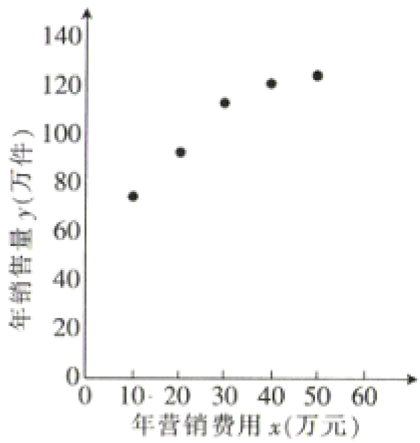


图 2

（1）求每件产品的平均销售利润；

（2）该企业主管部门为了解企业年营销费用 x（单位：万元）对年销售量 y（单位：万件）的影响，对该企业近 5 年的年营销费用 x_i 和年销售量 y_i，$\left(i=1,2,3,4,5\right)$数据做了初步处理，得到的散点图（如图 2）及一些统计量的值.

$\sum\limits_{i=1}^{5}u_i$	$\sum\limits_{i=1}^{5}v_i$	$\sum\limits_{i=1}^{5}\left(u_i-\overline{u}\right)\left(v_i-\overline{v}\right)$	$\sum\limits_{i=1}^{5}\left(u_i-\overline{u}\right)^2$
16.35	23.4	0.54	1.62

表中 $u_i=\ln x_i$， $v_i=\ln y_i$， $\overline{u}=\dfrac{1}{5}\sum\limits_{i=1}^{5}u_i$， $\overline{v}=\dfrac{1}{5}\sum\limits_{i=1}^{5}v_i$.

根据散点图判断， $y=ax^b$ 可以作为年销售量 y（万件）关于年营销费用 x（万元）的回归方程.

①求 y 关于 x 的回归方程；

②用所求的回归方程估计该企业每年应投入多少营销费，才能使得该企业的年收益的预报值达到最大？（收益＝销售利润－营销费用，取 $e^{3.59}=36$）

附：对于一组数据$\left(u_1,v_1\right)$，$\left(u_2,v_2\right)$，L ，$\left(u_n,v_n\right)$，其回归直线 $\hat{v}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}u$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为

$$\hat{\beta}=\frac{\sum_{i=1}^{5}\left(u_i-\overline{u}\right)\left(v_i-\overline{v}\right)}{\sum_{i=1}^{5}\left(u_i-\overline{u}\right)^2}，\hat{\alpha}=\overline{v}-\hat{\beta}\overline{u}.$$

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

根据图象求得函数 $y=f\left(x\right)$ 的解析式，即可得出函数 $y=g\left(x\right)$ 的解析式，然后求出变换后的函数解析式，结合题意可得出关于 a 的等式，即可得出结果.

【详解】

由图象可得 $A=1$，函数 $y=f\left(x\right)$ 的最小正周期为 $T=4\times\left(\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{3}\right)=\pi$，$\therefore\omega=\frac{2\pi}{T}=2$，

Q $f\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\cos\left(2\times\frac{7\pi}{12}+\varphi\right)=\cos\left(\frac{7\pi}{6}+\varphi\right)=-1$，

则 $\frac{7\pi}{6}+\varphi=\pi+2k\pi\left(k\in Z\right)$，$\therefore\varphi=-\frac{\pi}{6}+2k\pi\left(k\in Z\right)$，取 $\varphi=-\frac{\pi}{6}$，

$\therefore f\left(x\right)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，则 $g\left(x\right)=-\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)$，

$\therefore g\left(x\right)=f\left(x+a\right)=\cos\left(2x+2a-\frac{\pi}{6}\right)$，$2a-\frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$，可得 $a=\frac{5\pi}{12}+k\pi\left(k\in Z\right)$，

当 $k=0$ 时，$a=\frac{5\pi}{12}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查利用图象求函数解析式，同时也考查了利用函数图象变换求参数，考查计算能力，属于中等题.

2、C

【解析】

由函数 $f\left(x\right)=\sin\omega x(\omega>0)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位得到 $g(x)=sin[\omega(x-\frac{\pi}{12})]=sin(\omega x-\frac{\omega\pi}{12})$，函数 $g\left(x\right)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right]$ 上单调递增，在区间 $\left[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$

上单调递减，可得 $x=\frac{\pi}{3}$ 时，$g\left(x\right)$ 取得最大值，即（$\omega\times\frac{\pi}{3}-\frac{\omega\pi}{12}$）$=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in Z$，$\omega>0$，当 $k=0$ 时，解得 $\omega=2$，故选 **C.**

点睛：本题主要考查了三角函数图象的平移变换和性质的灵活运用，属于基础题；据平移变换“左加右减，上加下减”的规律求解出 $g\left(x\right)$，根据函数 $g\left(x\right)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right]$ 上单调递增，在区间 $\left[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减可得 $x=\frac{\pi}{3}$ 时，$g\left(x\right)$ 取得最大值，求解可得实数 ω 的值.

3、**A**

【解析】

直接将 $\frac{z}{1-i}=i$ 两边同时乘以 $1-i$ 求出复数 z，再求其模即可.

【详解】

解：将 $\frac{z}{1-i}=i$ 两边同时乘以 $1-i$，得

$z=i\left(1-i\right)=1+i$

$\left|z\right|=\sqrt{2}$

故选：**A**

【点睛】

考查复数的运算及其模的求法，是基础题.

4、**B**

【解析】

由题可知 $\left|OA\right|=c=\frac{1}{2}\left|F_1F_2\right|$，$\angle F_1AF_2=90°$，再结合双曲线第一定义，可得 $\left|AF_1\right|=\left|AF_2\right|+2a$，对 $Rt\vee AF_1B$ 有 $\left|AF_1\right|^2+\left|AB\right|^2=\left|BF_1\right|^2$，

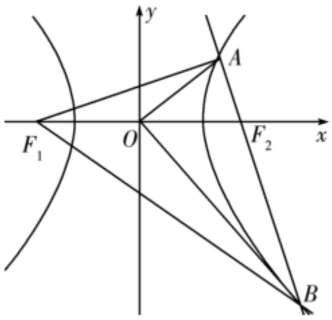
即 $\left(\left|AF_2\right|+2a\right)^2+\left(\left|AF_2\right|+3a\right)^2=\left(5a\right)^2$，解得 $\left|AF_2\right|=a$，再对 $\mathrm{Rt}\triangle AF_1F_2$，由勾股定理可得 $a^2+\left(3a\right)^2=\left(2c\right)^2$，化简即可求解

【详解】

如图，因为 $\left|BF_1\right|=5a$，所以 $\left|BF_2\right|=5a-2a=3a$.因为 $\left|OA\right|=c=\frac{1}{2}\left|F_1F_2\right|$ 所以 $\angle F_1AF_2=90°$.

在$Rt\triangle AF_1B$中，$\left|AF_1\right|^2+\left|AB\right|^2=\left|BF_1\right|^2$，即$\left(\left|AF_2\right|+2a\right)^2+\left(\left|AF_2\right|+3a\right)^2=\left(5a\right)^2$，

得$\left|AF_2\right|=a$，则$\left|AF_1\right|=a+2a=3a$.在$\mathrm{Rt}\triangle AF_1F_2$中，由$a^2+\left(3a\right)^2=\left(2c\right)^2$得$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{10}}{2}$.



故选：**B**

【点睛】

本题考查双曲线的离心率求法，几何性质的应用，属于中档题

5、**A**

【解析】

求出双曲线的一条渐近线方程，利用圆P与双曲线C的一条渐近线交于M,N两点，且$\angle MPN=90°$，则可根据圆心到渐近线距离为$\frac{\sqrt{2}}{2}a$列出方程，求解离心率.

【详解】

不妨设双曲线C的一条渐近线$bx-ay=0$与圆P交于M,N，

因为$\angle MPN=90°$，所以圆心P到$bx-ay=0$的距离为：$\frac{b^2}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{b^2}{c}=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，

即$2c^2-2a^2=\sqrt{2}ac$，因为$e=\frac{c}{a}>1$，所以解得$e=\sqrt{2}$.

故选**A**.

【点睛】

本题考查双曲线的简单性质的应用，考查了转化思想以及计算能力，属于中档题．对于离心率求解问题，关键是建立关于a,c的齐次方程，主要有两个思考方向，一方面，可以从几何的角度，结合曲线的几何性质以及题目中的几何关系建立方程；另一方面，可以从代数的角度，结合曲线方程的性质以及题目中的代数的关系建立方程.

6、**B**

【解析】

由$m//n$且$n\perp\beta$可得$m\perp\beta$，故选**B**.

7、**B**