2023年新高考全国Ⅰ卷模拟测试卷01

一、单选题

1．已知集合$M=\{x|x^2-2x>0\}$和$N=\{x|\ln(x+1)>1\}$，则（　）

A．$N\subseteq M$　　B．$M\subseteq N$

C．$M\cap N=(e-1,+\infty)$　　D．$M\cup N=(-\infty,0)\cup(e-1,+\infty)$

【答案】D

【分析】化简集合M,N，根据集合的交集，并集及包含关系判断即可.

【解析】$\because M=\{x|x^2-2x>0\}=(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$，$N=\{x|\ln(x+1)>1\}=(e-1,+\infty)$，

$\therefore$A、B选项错误；

$\therefore M\cap N=(2,+\infty)$，$M\cup N=(-\infty,0)\cup(e-1,+\infty)$，故C错误，D正确.

故选：D

2．已知复数$z=2i^{2022}+\frac{i^{2023}}{1+i}$，i为虚数单位，则复数$z$在复平面内所对应的点位于（　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

【答案】C

【分析】由i的性质、除法运算和复数的几何意义可得答案.

【解析】因为复数$z=2i^{2022}+\frac{i^{2023}}{1+i}=-2-\frac{i}{1+i}=-2-\frac{i(1-i)}{(1+i)(1-i)}=-2-\frac{1+i}{2}=-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}i$，

所以复数z在复平面内所对应的点为$\left(-\frac{5}{2},-\frac{1}{2}\right)$，该点位于第三象限.

故选：C.

3．已知多项式$(x-2)^5+(x-1)^6=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_5x^5+a_6x^6$，则$a_1=$（　）

A．11　　B．74　　C．86　　D．-1

【答案】B

【分析】利用二项式定理分别求出$(x-2)^5$与$(x-1)^6$一次项的系数，再相加即可.

【解析】对于$(x-2)^5$，其展开通项公式为$T_{r+1}=C_5^r x^{5-r}(-2)^r$，

令$5-r=1$，得$r=4$，故$T_5=C_5^4x(-2)^4=80x$，

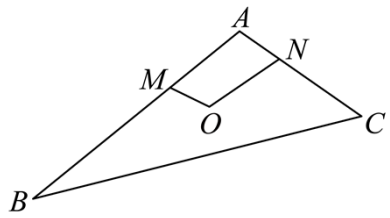
对于$(x-1)^6$，其展开通项公式为$T_{k+1}=C_6^k x^{6-k}(-1)^k$，

令$6-k=1$，得$k=5$，故$T_6=\mathrm{C}_6^5x(-1)^5=-6x$，

所以$a_1=80-6=74$.

故选：B.

4．在如图的平面图形中，已知$OM=1,ON=2,\angle MON=120°,\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MA},\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{NA}$，则$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{OM}$的值为



A．-15　　B．-9

C．-6　　D．0

【答案】C

【解析】分析：连结MN，结合几何性质和平面向量的运算法则整理计算即可求得最终结果.

详解：如图所示，连结MN，

由$\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MA},\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{NA}$可知点$M,N$分别为线段$AB,AC$上靠近点A的三等分点，

则$\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{MN}=3\left(\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OM}\right)$，

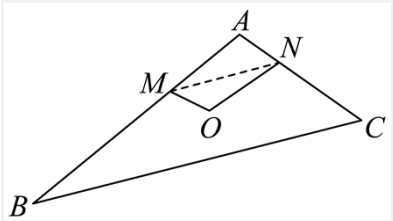
由题意可知：

$\overrightarrow{OM}^2=1^2=1$，$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=1\times2\times\cos120°=-1$，

结合数量积的运算法则可得：

$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{OM}=3\left(\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OM}\right)\cdot\overrightarrow{OM}=3\overrightarrow{ON}\cdot\overrightarrow{OM}-3\overrightarrow{OM}^2=-3-3=-6$.

本题选择C选项.



点睛：求两个向量的数量积有三种方法：利用定义；利用向量的坐标运算；利用数量积的几何意义．具体应用时可根据已知条件的特征来选择，同时要注意数量积运算律的应用.

5．已知函数$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\varphi\right)\left(0<\varphi<\pi\right)$的图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{6}$对称，则$\varphi$的值为（　　）

A．$\frac{\pi}{12}$　　B．$\frac{\pi}{6}$　　C．$\frac{\pi}{3}$　　D．$\frac{2\pi}{3}$

【答案】B

【分析】由正弦函数的图象的对称性可得$\frac{\pi}{3}+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathrm{Z})$，由此可以求出$\varphi$的值.

【解析】由题得：$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\pm1$，故$\frac{\pi}{3}+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathrm{Z})$，而$0<\varphi<\pi$，所以$\varphi=\frac{\pi}{6}$.

故选：B.

6．三星堆古遗址作为“长江文明之源"，被誉为人类最伟大的考古发现之一.3 号坑发现的神树纹玉琮，为今人研究古蜀社会中神树的意义提供了重要依据.玉琮是古人用于祭祀的礼器，有学者认为其外方内圆的构造，契合了古代“天圆地方”观念，是天地合一的体现，如图，假定某玉琮形状对称，由一个空心圆柱及正方体构成，且圆柱的外侧面内切于正方体的侧面，圆柱的高为 12cm，圆柱底面外圆周和正方体的各个顶点均在球 O 上，则球 O 的表面积为（　）



A．$72\pi\mathrm{cm}^2$　　B．$162\pi\mathrm{cm}^2$　　C．$216\pi\mathrm{cm}^2$　　D．$288\pi\mathrm{cm}^2$

【答案】C

【分析】根据题意可知正方体的体对角线即是外接球的直径，又因圆柱的外侧面内切于正方体的侧面，可利用勾股定理得出正方体边长，继而求出球的表面积.

【解析】不妨设正方体的边长为$2a$，球 O 的半径为 R，则圆柱的底面半径为 a，

因为正方体的体对角线即为球 O 直径，故$2R=2\sqrt{3}a$，

利用勾股定理得：$6^2+a^2=R^2=3a^2$，解得$a=18$，球的表面积为$S=4\pi R^2=4\pi\times3\times18=216\pi$，

故选：C.

7．已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，$a_1=1$，若对任意正整数 n，$S_{n+1}=-3a_{n+1}+a_n+3$，$S_n+a_n>(-1)^n a$，则实数 a 的取值范围是（　）

A．$\left(-1,\frac{3}{2}\right)$　　B．$\left(-1,\frac{5}{2}\right)$　　C．$\left(-2,\frac{5}{2}\right)$　　D．$(-2,3)$

【答案】C

【分析】根据 a_n 与 S_n 的关系结合等比数列的概念可得 $2a_{n+1}-a_n=\frac{1}{2^n}$，进而可得 $a_n=\frac{n+1}{2^n}$，然后结合条件可得 $S_n+a_n=3-\frac{1}{2^{n-1}}>(-1)^n a$，然后分类讨论即得.

【解析】因为 $S_{n+1}=-3a_{n+1}+a_n+3$，$a_1=1$

当 $n=1$ 时，$S_2=-3a_2+a_1+3$，解得 $a_2=\frac{3}{4}$，

当 $n\geq 2$ 时，$S_n=-3a_n+a_{n-1}+3(n\geq 2)$，则 $a_{n+1}=-3a_{n+1}+4a_n-a_{n-1}$，

即 $2a_{n+1}-a_n=\frac{1}{2}(2a_n-a_{n-1})$，又 $2a_2-a_1=\frac{1}{2}$，

所以 $\{2a_{n+1}-a_n\}$ 是首项为 $\frac{1}{2}$，公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列，

所以 $2a_{n+1}-a_n=\frac{1}{2^n}$，则 $2^{n+1}a_{n+1}-2^n a_n=1$，又 $2a_1=2$，

所以 $\{2^n a_n\}$ 为首项为 2，公差为 1 的等差数列，

则 $2^n a_n=n+1$，则 $a_n=\frac{n+1}{2^n}$，

所以 $S_{n+1}+a_{n+1}=-2\cdot\frac{n+2}{2^{n+1}}+\frac{n+1}{2^n}+3=3-\frac{1}{2^n}$，又 $S_1+a_1=2=3-\frac{1}{2^{1-1}}$，

则 $S_n+a_n=3-\frac{1}{2^{n-1}}(n\in \mathrm{N}^*)$，又 $S_n+a_n>(-1)^n a$，

所以 $3-\frac{1}{2^{n-1}}>(-1)^n a$，

当 n 为奇数时，$3-\frac{1}{2^{n-1}}>-a$，而 $3-\frac{1}{2^{n-1}}\geq 2$，则 $2>-a$，解得 $a>-2$；

当 n 为偶数时，$3-\frac{1}{2^{n-1}}>a$，而 $3-\frac{1}{2^{n-1}}\geq\frac{5}{2}$，则 $a<\frac{5}{2}$；

综上所述，实数 a 的取值范围为 $\left(-2,\frac{5}{2}\right)$.

故选：C

【点睛】关键点点睛：本题的关键是根据递推关系构造数列求数列的通项公式，然后通过讨论结合数列不等式恒成立问题即得.

8．已知 $a\ln a=1$，$m=\mathrm{e}^{\frac{1}{2}+a}$，$\mathrm{e}^n=3^a$，$a^p=2^{\mathrm{e}}$，则（　　）

A．$n<p<m$　　B．$p<n<m$　　C．$n<m<p$　　D．$m<p<n$

【答案】A

【分析】对 $f(x)$ 求导，得出 $f(x)$ 的单调性，可知 $a\in(1,\mathrm{e})$，可求出 m,n 的大小，对 $a^p=2^{\mathrm{e}}$ 两边取对数，则 $p=a\mathrm{e}\ln 2$，可得 $p>n$，最后比较 $\mathrm{e}^{\frac{1}{2}+a}$ 与 $a\mathrm{e}\ln 2$ 大小，即可得出答案.

【解析】$f(x)=x\ln x$，$f'(x)=\ln x+1=0$，$x=\frac{1}{\mathrm{e}}$，

令$f'(x)>0$，解得：$x>\frac{1}{\mathrm{e}}$；令$f'(x)<0$，解得：$0<x<\frac{1}{\mathrm{e}}$，

所以$f(x)$在$\left(0,\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$上单调递减，在$\left(\frac{1}{\mathrm{e}},+\infty\right)$上单调递增，

$f(1)=0<1$，$f(\mathrm{e})=\mathrm{e}>1$，$a\ln a=1$，则$a\in(1,\mathrm{e})$，$m=\mathrm{e}^{\frac{1}{2}+a}\in\left(\mathrm{e}^{\frac{3}{2}},\mathrm{e}^{\frac{1}{2}+\mathrm{e}}\right)$，

$n=a\ln 3\in(\ln 3,\mathrm{e}\ln 3)$，$\mathrm{e}^{\frac{3}{2}}>\mathrm{e}\ln 3$，$\therefore m>n$，排除 D.

$p\ln a=\mathrm{e}\ln 2$，则$\frac{p}{a}=\mathrm{e}\ln 2$，$p=a\mathrm{e}\ln 2$，$\mathrm{e}\ln 2>\ln 3$，$\therefore p>n$，排除 B.

比较$\mathrm{e}^{\frac{1}{2}+a}$与$a\mathrm{e}\ln 2$大小，先比较$\mathrm{e}^{a-\frac{1}{2}}$与$a\ln 2$大小，

$f(x)=\mathrm{e}^{x-\frac{1}{2}}-x-\frac{1}{2},x\in(1,\mathrm{e})$，$f'(x)=\mathrm{e}^{x-\frac{1}{2}}-1,x\in(1,\mathrm{e})$，

因为$x\in(1,\mathrm{e})$，所以$f'(x)=\mathrm{e}^{x-\frac{1}{2}}-1>0$

所以$f(x)$在$(1,\mathrm{e})$上单调递增，$f(x)_{\min}>f(1)=\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}-1-\frac{1}{2}>0$，

所以$\mathrm{e}^{a-\frac{1}{2}}>a+\frac{1}{2}$，所以$\mathrm{e}^{a-\frac{1}{2}}>a+\frac{1}{2}>a\ln 2+\frac{1}{2}>a\ln 2$，

$\therefore m>p$，综上$m>p>n$.

故选：A.

【点睛】关键点点睛：本题涉及三个量的大小比较，关键点在于构造函数$f(x)=x\ln x$，运用函数的单调性可求出a的大小，即可判断m,n的大小，p,n的大小，最后构造函数$f(x)=\mathrm{e}^{x-\frac{1}{2}}-x-\frac{1}{2},x\in(1,\mathrm{e})$，比较$p$与$m$的大小即可得出答案.

二、多选题

9．下列命题中，正确的命题是（　）

A．某校三个年级，高一有 400 人，高二有 360 人.现用分层抽样的方法从全校抽取 57 人，已知从高一抽取了 20 人，则应从高三抽取 19 人

B．在 n 次独立重复试验中，用 X 表示事件 A 发生的次数，p 为每次试验中事件 A 发生的概率，若$E(X)=30$，$D(X)=20$，则 $p=\frac{2}{3}$

C．设随机变量ξ服从正态分布$N(0,1)$，若$P(\xi>1)=p$，则$P(-1<\xi<0)=\frac{1}{2}-p$

D．已知 $P(BA)=0.34,P(B)=0.71$，则 $P(B\overline{A})=0.37$

【答案】ACD

【分析】根据分层抽样判断 A 选项，根据独立重复试验中数学期望和方差公式计算判断 B 选项，正态分布对称性求出对应概率判断 C 选项，根据互斥事件和的概率公式计算可判断 D 选项.

【解析】对于 A 选项：根据分层抽样可得高一抽取 20 人，高二抽取 18 人，高三抽取 19 人，故 A 选项正确；

对于 B 选项：在 n 次独立重复试验中，$E(X)=np=30$，$D(X)=np(1-p)=20$，$1-p=\frac{2}{3},p=\frac{1}{3}$，故 B 选项错误；

对于 C 选项：随机变量 ξ 服从正态分布 $N(0,1)$，若 $P(\xi>1)=p$，则 $P(0<\xi<1)=\frac{1}{2}-p$，

因为正态分布的对称性关于 $\xi=0$ 对称可得 $P(-1<\xi<0)=\frac{1}{2}-p$，故 C 选项正确；

对于 D 选项：$\because BA,B\overline{A}$ 互斥，$\therefore P(B)=P(BA)+P(B\overline{A})=0.34+P(B\overline{A})=0.71$，$\therefore P(B\overline{A})=0.37$，

故 D 选项正确.

故选：ACD.

10．已知正数 a，b 满足 $ab=a+b+1$，则（　）

A．$a+b$ 的最小值为 $2+2\sqrt{2}$　　B．ab 的最小值为 $1+\sqrt{2}$

C．$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为 $2\sqrt{2}-2$　　D．2^a+4^b 的最小值为 $16\sqrt{2}$

【答案】AC

【分析】利用基本不等式结合条件逐项分析即得.

【解析】对于 A，$a+b+1=ab\le\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\Rightarrow(a+b)^2-4(a+b)-4\ge0\Rightarrow a+b\ge2+2\sqrt{2}$，

当且仅当 $a=b$ 时成立，A 正确；

对于 B，$ab-1=a+b\ge2\sqrt{ab}$，即 $\left(\sqrt{ab}\right)^2-2\sqrt{ab}-1\ge0$，可得 $\sqrt{ab}\ge1+\sqrt{2}$，

所以 $ab\ge3+2\sqrt{2}$，当且仅当 $a=b$ 时成立，B 错误；

对于 C，$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{ab-1}{ab}=1-\frac{1}{ab}\ge1-\frac{1}{3+2\sqrt{2}}=2\sqrt{2}-2$，当且仅当 $a=b$ 时成立，C 正确；

对于 D，由 $a+b+1=ab\Rightarrow4=(a-1)(2b-2)\le\left(\frac{a+2b-3}{2}\right)^2\Rightarrow a+2b\ge7$，

当且仅当 $a=2b-3$，即 $a=2$，$2b=5$ 等号成立，

所以 $2^a+4^b\ge2\sqrt{2^{a+2b}}\ge2\sqrt{2^7}=16\sqrt{2}$，此时 $a=2b$，不能同时取等号，所以 D 错误.

故选：AC.

11．已知函数$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，下列说法正确的有（　）

A．$f\left(x\right)$在$\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$上单调递增

B．若$f\left(x_1\right)=f\left(x_2\right)=\frac{1}{2}$，则$x_2-x_1=\frac{k\pi}{3},k\in Z$

C．函数$f\left(x\right)$的图象可以由$y=\cos2x$向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位得到

D．若函数$y=f\left(\frac{\omega x}{2}\right)(\omega>0)$在$\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$上恰有两个极大值点，则$\omega\in\left(7,13\right]$

【答案】BD

【分析】根据正弦函数的图像和性质逐项进行验证即可判断求解.

【解析】令$-\frac{\pi}{2}<2x+\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{2}$，则$-\frac{\pi}{3}<x<\frac{\pi}{6}$，即$f\left(x\right)$的单调增区间为$\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right)$，则$f(x)$在$\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$不单调，故选项A错误；

令$f(x)=\frac{1}{2}$，则$2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}+2k\pi$或$2x+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$，即$x=k\pi$或$\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$，

由$f(x_1)=f(x_2)=\frac{1}{2}$，则$x_2-x_1=\frac{\pi}{3}+k\pi$或$k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，即$x_2-x_1=\frac{(3k+1)\pi}{3}$或$\frac{3k\pi}{3}$，故选项B正确；

$y=\cos2x$向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位变为$y=\cos2\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(2x-\frac{2\pi}{3}\right)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)\neq f\left(x\right)$，故选项C错误；

对于D，$f\left(\frac{\omega x}{2}\right)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right),0<x<\frac{\pi}{3}$，

$f\left(x\right)$在$\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$上恰有两个极大值点，即$\frac{\pi}{6}<\omega x+\frac{\pi}{6}<\frac{\omega\pi}{3}+\frac{\pi}{6},\frac{5}{2}\pi<\frac{\omega}{3}\pi+\frac{\pi}{6}\leq\frac{9\pi}{2}$，

即$7<\omega\leq13$，故选项D正确.

故选：BD

12．已知偶函数$y=f(x)$与奇函数$y=g(x)$的定义域均为R，且满足$f\left(x\right)-g\left(x+1\right)=1$，

$g\left(x\right)+f\left(5-x\right)=3$，则下列关系式一定成立的是（　）

A．$f\left(x+2\right)-g\left(x+3\right)=1$　　B．f（1）=3

C．g（x）=-g（x+3）　　D．$f\left(x+8\right)=f\left(x\right)$

【答案】AD

【分析】根据函数的奇偶性及所给抽象函数的性质，利用x换为$x+2$可判断A，利用赋值可判断B，推理得出$g\left(x\right)+g\left(6-x\right)=2$后赋值可判断C，由条件推理可得$f\left(x+4\right)+f\left(x\right)=4$，即可判断D.

【解析】由 $f(x)-g(x+1)=1$，将 x 换为 $x+2$ 知 $f(x+2)-g(x+3)=1$，故 A 对；

Q $f(x)-g(x+1)=1$，奇函数 $y=g(x)$ 中 $g(0)=0$，

则 $f(-1)-g(0)=1$，$\therefore f(-1)=1$，由 $y=f(x)$ 为偶函数，$\therefore f(1)=1$，故 B 错；

Q $f(x)=g(x+1)+1$，$\therefore f(5-x)=g(6-x)+1$，

又 $g(x)+f(5-x)=3$，$\therefore g(x)+g(6-x)+1=3$，

$\therefore g(x)+g(6-x)=2$，$\therefore g(3)=1, g(0)=0, g(0)\neq -g(3)$，故 C 错，

Q $f(x)-g(x+1)=1$，则 $f(x-1)-g(x)=1$，即 $g(x)=f(x-1)-1$.

Q $g(x)+f(5-x)=3$，$\therefore f(x-1)-1+f(5-x)=3$，

$\therefore f(x-1)+f(5-x)=4$，即 $f(x)+f(4-x)=4$，

Q $f(x)$ 为偶函数，$\therefore f(-x)+f(-x+4)=4$，

$\therefore f(x+4)+f(x)=4$①，$\therefore f(x+8)+f(x+4)=4$②

由①②知 $f(x+8)=f(x)$，故 D 对.

故选：AD.

三、填空题

13．过氧化氢（H_2O_2）是一种重要的化学品，工业用途广泛，通过催化 H_2 和 O_2 直接合成 H_2O_2 目前被认为是一种最有潜力替代现有生产方法的绿色环保生产途径.在自然界中，已知氧的同位素有 17 种，氢的同位素有 3 种，现有由 ^{16}O，^{18}O 及 ^{1}H，^{2}H，^{3}H 五种原子中的几种构成的过氧化氢分子，则分子种数最多为_____.

【答案】18

【分析】由分步乘法计数，再分类加法计数即可求.

【解析】过氧化氢分子中有 2 个氧原子和 2 个氢原子，共 4 个原子.

构成过氧化氢分子的氧原子可以从 2 种不同的氧原子中选出 1 种或 2 种，取法共有 $C_2^1+C_2^2=3$（种）；

构成过氧化氢分子的氢原子可以从 3 种不同的氢原子中选出 1 种或 2 种，取法共有 $C_3^1+C_3^2=6$（种）.

因此构成的过氧化氢分子的种数最多为 $3\times 6=18$.

故答案为：18.

14．已知 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数，且当 $x<0$ 时 $f(x)=e^x$，则 $f(\ln 2)=$_____.

【答案】$-\frac{1}{2}/-0.5$

【分析】根据奇函数的定义．结合对数运算性质计算．

【解析】由 $\ln 2>0$，得 $-\ln 2<0$，又当 $x<0$ 时 $f(x)=e^x$，所以 $f\left(\ln\frac{1}{2}\right)=e^{\ln\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$.由 $f(x)$ 是奇函数，得 $f(-x)=-f(x)$，

所以 $f(\ln 2)=-f(-\ln 2)=-f\left(\ln\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}$.

故答案为：$-\frac{1}{2}$.

15．在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 $C_1:(x-1)^2+y^2=2$，圆 $C_2:(x-a)^2+(y-\sqrt{2})^2=12$．若圆 C_1 上存在两点 A，B，且圆 C_2 上恰好存在一点 P，使得四边形 $OAPB$ 为矩形，则实数 a 的取值集合是_____.

【答案】$\{6,0,2,-4\}$

【分析】设 $P(x_0,y_0)$，OP 中点 $D\left(\frac{x_0}{2},\frac{y_0}{2}\right)$，求出 P 点的轨迹方程 $(x-1)^2+y^2=3$，因 P 又在圆 C_2 上，所以两圆有且仅有一个公共点，所以 $\sqrt{(1-a)^2+2}=\sqrt{3}+2\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{(1-a)^2+2}=2\sqrt{3}-\sqrt{3}$，求解即可得出答案.

【解析】设 $P(x_0,y_0)$，OP 中点 $D\left(\frac{x_0}{2},\frac{y_0}{2}\right)$，$D$ 也是 AB 中点，$AB=OP=\sqrt{x_0^2+y_0^2}$，

因为 D 也是 AB 中点，所以 $C_1D\perp AB$，

$C_1D=\sqrt{AC_1^2-AD^2}=\sqrt{2-\left(\frac{1}{2}AB\right)^2}=\sqrt{2-\frac{x_0^2+y_0^2}{4}}$，

因为 D 在圆 C_1 内，所以 $C_1D\in[0,\sqrt{2})$，$\therefore 0\le x_0^2+y_0^2\le 8$，

又因为 $C_1(1,0)$，$D\left(\frac{x_0}{2},\frac{y_0}{2}\right)$，所以 $C_1D=\sqrt{\left(\frac{x_0}{2}-1\right)^2+\frac{y_0^2}{4}}=\sqrt{2-\frac{x_0^2+y_0^2}{4}}$，

$\therefore(x_0-1)^2+y_0^2=3$，

$\therefore P$ 在 $(x-1)^2+y^2=3$ 上，P 又在圆 C_2 上，满足条件的 P 恰好有一个点，

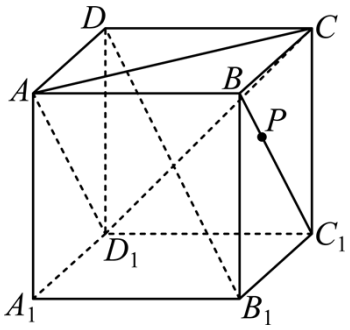
$\therefore$两圆有且仅有一个公共点，

$\therefore \sqrt{(1-a)^2+2}=\sqrt{3}+2\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{(1-a)^2+2}=2\sqrt{3}-\sqrt{3}$，

$a=6$ 或 -4 或 0 或 2，所以 a 的取值集合 $\{6,0,2,-4\}$.

故答案为：$\{6,0,2,-4\}$.

16．如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 在线段 BC_1 上运动，有下列判断：



①平面 $PB_1D\perp$ 平面 ACD_1；

② $B_1P\perp$ 平面 ACD_1

③异面直线 A_1P 与 AD_1 所成角的取值范围是 $\left(0,\frac{\pi}{3}\right]$；

④三棱锥 D_1-APC 的体积不变.

其中，正确的是_____（把所有正确判断的序号都填上）.

【答案】①④

【分析】对于①，根据面面垂直的判定定理即可；对于②，根据平面 ACD_1 的垂线和 B_1P 的位置关系即可；对于③，异面直线所成角，平移其中一条线即可；对于④，通过等体积法进行转化，高和底面积均为定值，所以体积不变.

【解析】对于①，根据正方体的性质，易得：$AC\perp$ 平面 BB_1D，$B_1D\subset$ 平面 BB_1D，

$\therefore AC\perp B_1D$，同理可得：$AD_1\perp B_1D$，且 $AD_1\cap AC=A$，$\therefore B_1D\perp$ 平面 ACD_1；

且 $B_1D\subset$ 平面 PB_1D，所以平面 $PB_1D\perp$ 平面 ACD_1，①正确；

由①知，$B_1D\perp$ 平面 ACD_1，$\because B_1P$ 不平行于 B_1D，所以 B_1P 不垂直于平面 ACD_1，②错误；

$AD_1//BC_1$，所以异面直线 A_1P 与 AD_1 所成角，即 A_1P 与 BC_1 所成角，

当 P 与线段 BC_1 的中点重合时，所成角为 $90°$，故③错误；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/058133060015006140