机密★启用前

乐山市2024年初中学业水平考试

数 学

本试题卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题），共8页．考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试题卷、草稿纸上答题无效．满分150分．考试时间120分钟．考试结束后，将本试题卷和答题卡一并交回．考生作答时，不能使用任何型号的计算器．

第Ⅰ卷（选择题共30分）

注意事项：

1．选择题必须使用2B铅笔将答案标号填涂在答题卡对应题目标号的位置上．

2．在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求．

一、选择题：本大题共10个小题，每小题3分，共30分．

1. 不等式$x-2<0$的解集是（　　）

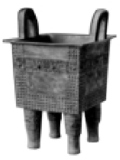
A. $x<2$　　B. $x>2$　　C. $x<-2$　　D. $x>-2$

2. 下列文物中，俯视图是四边形的是（　　）

A. 带盖玉柱形器 

B. 白衣彩陶钵 

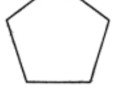
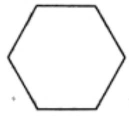
C. 镂空人面覆盆陶器 

D. 青铜大方鼎 

3. 2023年，乐山市在餐饮、文旅、体育等服务消费表现亮眼，网络零售额突破400亿元，居全省地级市第一．将40000000000用科学记数法表示为（　　）

A. 4×10^{8}　　B. 4×10^{9}　　C. 4×10^{10}　　D. 4×10^{11}

4. 下列多边形中，内角和最小的是（　　）

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

5. 为了解学生上学的交通方式，刘老师在九年级800名学生中随机抽取了60名进行问卷调查，并将调查结果制作成如下统计表，估计该年级学生乘坐公交车上学的人数为（　　）

交通方式	公 交	自 行	步	私 家	其

	车	车	行	车	它
人数（人）	30	5	15	8	2

A. 100　　B. 200　　C. 300　　D. 400

6. 下列条件中，不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是（ ）

A. $AB \parallel CD, AD \parallel BC$　　B. $AB = CD, AD = BC$

C. $OA = OC, OB = OD$　　D. $AB \parallel CD, AD = BC$

7. 已知 $1 < x < 2$，化简 $\sqrt{(x-1)^2} + |x-2|$ 的结果为（　）

A. -1　　B. 1　　C. $2x-3$　　D. $3-2x$

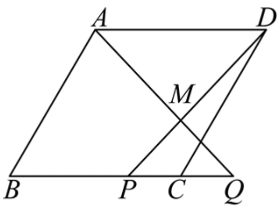
8. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + p = 0$ 两根为 x_1、x_2，且 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$，则 p 的值为（　　）

A. $-\frac{2}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. -6　　D. 6

9. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x\left(-1 \le x \le t-1\right)$，当 $x=-1$ 时，函数取得最大值；当 $x=1$ 时，函数取得最小值，则 t 的取值范围是（　）

A. $0 < t \le 2$　　B. $0 < t \le 4$　　C. $2 \le t \le 4$　　D. $t \ge 2$

10. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，$\angle ABC = 60°$，$AB = 1$，点 P 是 BC 边上一个动点，在 BC 延长线上找一点 Q，使得点 P 和点 Q 关于点 C 对称，连接 DP、AQ 交于点 M．当点 P 从 B 点运动到 C 点时，点 M 的运动路径长为（　）



A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\sqrt{3}$

第Ⅱ卷（非选择题共 120 分）

注意事项：

1．考生使用 0.5mm 黑色墨汁签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答，答在试题卷上

无效．

2．作图时，可先用铅笔画线，确认后再用 0.5mm 黑色墨汁签字笔描清楚．

3．解答题应写出文字说明、证明过程或推演步骤．

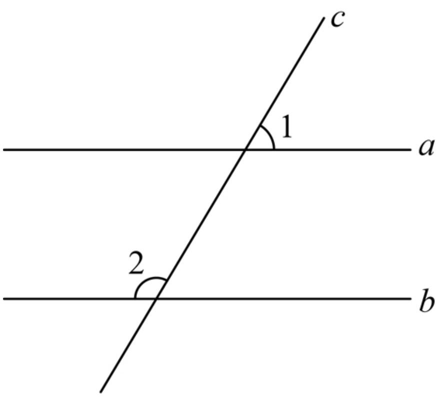
4．本部分共 16 个小题，共 120 分．

二、填空题：本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分．

11. 计算：$2a+a=$______.

12. 一名交警在路口随机监测了 5 辆过往车辆的速度，分别是：66，57，71，69，58（单位：千米/时）．那么这 5 辆车的速度的中位数是______．

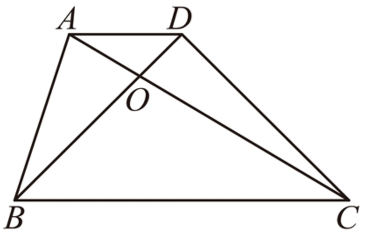
13. 如图，两条平行线 a、b 被第三条直线 c 所截．若 $\angle 1=60°$，那么 $\angle 2=$______．



14. 已知 $a-b=3$，$ab=10$，则 $a^2+b^2=$______．

15. 如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，对角线 AC 和 BD 交于点 O，若 $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}}=\frac{1}{3}$，则 $\frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle BOC}}=$

______．



16. 定义：函数图象上到两坐标轴的距离都小于或等于 1 的点叫做这个函数图象的“近轴点”．例如，点 $(0,1)$ 是函数 $y=x+1$ 图象的“近轴点”．

（1）下列三个函数的图象上存在“近轴点”的是______（填序号）；

① $y=-x+3$；② $y=\frac{2}{x}$；③ $y=-x^2+2x-1$．

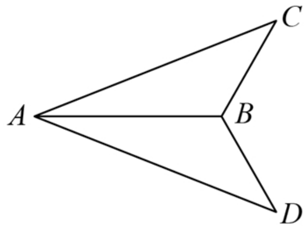
（2）若一次函数 $y=mx-3m$ 图象上存在“近轴点”，则 m 的取值范围为______．

三、解答题：本大题共 10 个小题，共 102 分．解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤．

17. 计算：$\left|-3\right|+\left(\pi-2024\right)^{0}-\sqrt{9}$．

18. 解方程组：$\begin{cases}x+y=4\\2x-y=5\end{cases}$

19. 知：如图，AB 平分 $\angle CAD$，$AC=AD$．求证：$\angle C=\angle D$．



20. 先化简，再求值：$\frac{2x}{x^{2}-4}-\frac{1}{x-2}$，其中 $x=3$．小乐同学的计算过程如下：

解：$\frac{2x}{x^{2}-4}-\frac{1}{x-2}=\frac{2x}{\left(x+2\right)\left(x-2\right)}-\frac{1}{x-2}\cdots①$

$=\frac{2x}{\left(x+2\right)\left(x-2\right)}-\frac{x+2}{\left(x+2\right)\left(x-2\right)}\cdots②$

$=\frac{2x-x+2}{\left(x+2\right)\left(x-2\right)}\cdots③$

$=\frac{x+2}{\left(x+2\right)\left(x-2\right)}\cdots④$

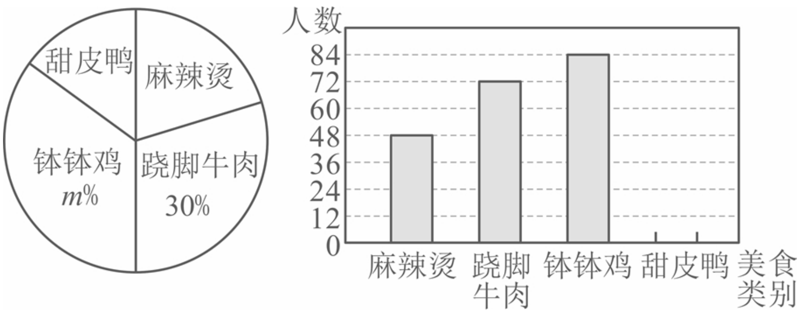
$=\frac{1}{x-2}\cdots⑤$

当 $x=3$ 时，原式$=1$．

（1）小乐同学的解答过程中，第______步开始出现了错误；

（2）请帮助小乐同学写出正确的解答过程．

21. 乐山作为闻名世界的文化旅游胜地，吸引了大量游客．为更好地提升服务质量，某旅行社随机调查了部分游客对四种美食的喜好情况（每人限选一种），并将调查结果绘制成统计图，如图所示．



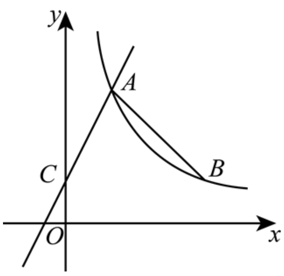
根据以上信息，回答下列问题：

（1）本次抽取的游客总人数为______人，扇形统计图中 m 的值为______；

（2）请补全条形统计图；

（3）旅行社推出每人可免费品尝两种美食的活动，某游客从上述 4 种美食中随机选择两种，请用画树状图或列表的方法求选到“钵钵鸡和跷脚牛肉”的概率．

22. 如图，已知点 $A\left(1,m\right)$、$B\left(n,1\right)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{3}{x}\left(x>0\right)$ 的图象上，过点 A 的一次函数 $y=kx+b$ 的图象与 y 轴交于点 $C\left(0,1\right)$．



（1）求 m、n 的值和一次函数的表达式；

（2）连接 AB，求点 C 到线段 AB 的距离．

23. 我国明朝数学家程大位写过一本数学著作《直指算法统宗》，其中有一道与荡秋千有关的数学问题是使用《西江月》词牌写的：

平地秋千未起，踏板一尺离地．

送行二步与人齐，五尺人高曾记．

仕女佳人争蹴，终朝笑语欢嬉．

良工高士素好奇，算出索长有几？

词写得很优美，翻译成现代汉语的大意是：有一架秋千，当它静止时，踏板离地 1 尺，将它往前推进 10 尺（5 尺为一步），秋千的踏板就和某人一样高，这个人的身高为 5 尺．（假设秋千的绳索拉的很直）

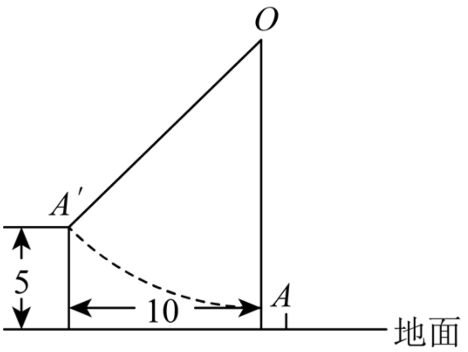


图 1

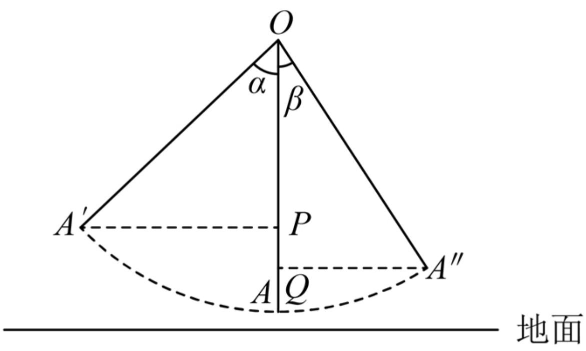
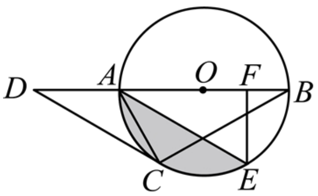


图 2

（1）如图 1，请你根据词意计算秋千绳索OA的长度；

（2）如图 2，将秋千从与竖直方向夹角为α的位置OA'释放，秋千摆动到另一侧与竖直方向夹角为β的地方OA''，两次位置的高度差$PQ=h$．根据上述条件能否求出秋千绳索OA的长度？如果能，请用含α、β和h的式子表示；如果不能，请说明理由．

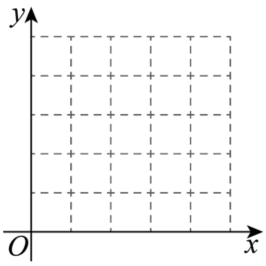
24. 如图，$\odot O$是$\triangle ABC$的外接圆，AB为直径，过点C作$\odot O$的切线CD交BA延长线于点D，点E为$\overset{\frown}{CB}$上一点，且$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CE}$．



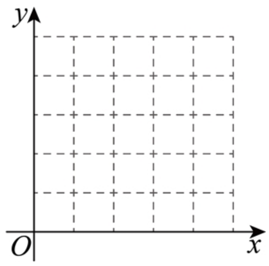
（1）求证：$DC\parallel AE$；

（2）若EF垂直平分OB，$DA=3$，求阴影部分的面积．

25. 在平面直角坐标系xOy中，我们称横坐标、纵坐标都为整数的点为“完美点”．抛物线$y=ax^2-2ax+2a$（a为常数且$a>0$）与y轴交于点A．



备用图1



备用图2

（1）若$a=1$，求抛物线的顶点坐标；

（2）若线段OA（含端点）上的“完美点”个数大于 3 个且小于 6 个，求a的取值范围；

（3）若抛物线与直线 $y=x$ 交于 M、N 两点，线段 MN 与抛物线围成的区域（含边界）内恰有 4 个“完美点”，求 a 的取值范围.

26. 在一堂平面几何专题复习课上，刘老师先引导学生解决了以下问题：

【问题情境】

如图 1，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90^\circ$，$AB=AC$，点 D、E 在边 BC 上，且 $\angle DAE=45^\circ$，$BD=3$，$CE=4$，求 DE 的长.

解：如图 2，将 $\triangle ABD$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle ACD'$，连结 ED'.

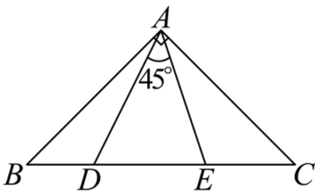


图1

由旋转的特征得 $\angle BAD=\angle CAD'$，$\angle B=\angle ACD'$，$AD=AD'$，$BD=CD'$.

$\because \angle BAC=90^\circ$，$\angle DAE=45^\circ$，

$\therefore \angle BAD+\angle EAC=45^\circ$.

$\because \angle BAD=\angle CAD'$，

$\therefore \angle CAD'+\angle EAC=45^\circ$，即 $\angle EAD'=45^\circ$.

$\therefore \angle DAE=\angle D'AE$.

在 $\triangle DAE$ 和 $\triangle D'AE$ 中，

$AD=AD'$，$\angle DAE=\angle D'AE$，$AE=AE$，

$\therefore$ ___①___.

$\therefore DE=D'E$.

又 $\because \angle ECD'=\angle ECA+\angle ACD'=\angle ECA+\angle B=90^\circ$，

$\therefore$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle ECD'$ 中，___②___.

$\because CD'=BD=3$，$CE=4$，

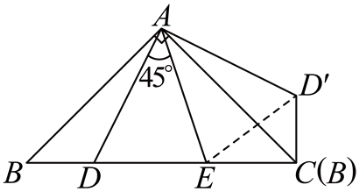


图2

$\therefore DE = D'E =$ __③__.

【问题解决】

上述问题情境中，“①”处应填：______；“②”处应填：______；“③”处应填：______.

刘老师进一步谈到：图形的变化强调从运动变化的观点来研究，只要我们抓住了变化中的不变量，就能以不变应万变.

【知识迁移】

如图3，在正方形$ABCD$中，点E、F分别在边BC、CD上，满足$\triangle CEF$的周长等于正方形$ABCD$的周长的一半，连结AE、AF，分别与对角线BD交于M、N两点．探究BM、MN、DN的数量关系并证明.

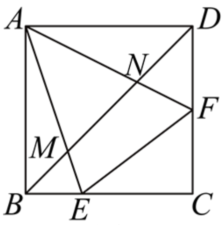


图3

【拓展应用】

如图4，在矩形$ABCD$中，点E、F分别在边BC、CD上，且$\angle EAF = \angle CEF = 45°$．探究$BE$、$EF$、$DF$的数量关系：______（直接写出结论，不必证明）.

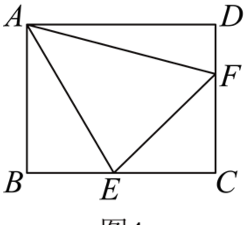


图4

【问题再探】

如图5，在$\triangle ABC$中，$\angle ABC = 90°$，$AB = 4$，$BC = 3$，点D、E在边AC上，且$\angle DBE = 45°$．设$AD = x$，$CE = y$，求y与x的函数关系式.

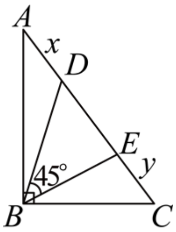


图5

参考答案

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分．

1. 不等式 $x-2<0$ 的解集是（　　）

A. $x<2$　　　　B. $x>2$　　　　C. $x<-2$　　　　D. $x>-2$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次不等式．熟练掌握解一元一次不等式是解题的关键．

移项可得一元一次不等式的解集．

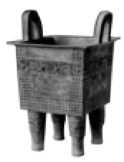
【详解】解：$x-2<0$，

解得，$x<2$，

故选：A．

2. 下列文物中，俯视图是四边形的是（　　）

A. 带盖玉柱形器 　　　　B. 白衣彩陶钵 

C. 镂空人面覆盆陶器 　　　　D. 青铜大方鼎 

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查简单几何体的三视图，掌握简单几何体三视图的形状是正确判断的前提．

得出各个选项中的几何体的俯视图即可．

【详解】解：A．俯视图是圆形，因此选项 A 不符合题意；

B．俯视图不是四边形，因此选项 B 不符合题意；

C．俯视图不是四边形，因此选项 C 不符合题意；

D．俯视图是正方形，因此选项 D 符合题意；

故选：D．

3．2023年，乐山市在餐饮、文旅、体育等服务消费表现亮眼，网络零售额突破400亿元，居全省地级市第一．将40000000000用科学记数法表示为（　　）

A．4×10^{8}　　B．4×10^{9}　　C．4×10^{10}　　D．4×10^{11}

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了绝对值大于 1 的科学记数法的表示，解题的关键在于确定 a，n 的值．

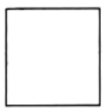
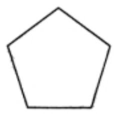
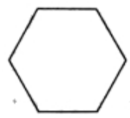
根据绝对值大于 1 的数，用科学记数法表示为 $a\times10^{n}$，其中 $1\le a<10$，n 的值为整数位数少 1．

【详解】解：40000000000 大于 1，用科学记数法表示为 $a\times10^{n}$，其中 $a=4$，$n=10$，

$\therefore$ 40000000000 用科学记数法表示为 4×10^{10}，

故选：C．

4．下列多边形中，内角和最小的是（　　）

A．　　B．　　C．　　D．

【答案】A

【解析】

【分析】边数为 n 的多边形的内角和 $=(n-2)\times180^\circ$，分别求出三角形，四边形，五边形，六边形的内角和，即可得到．

【详解】解：三角形的内角和等于 180°

四边形的内角和等于 360°

五边形的内角和等于 $(5-2)\times180^\circ=540^\circ$

六边形的内角和等于 $(6-2)\times180^\circ=720^\circ$

所以三角形的内角和最小

故选：A．

【点睛】本题考查了多边形的内角和，能熟记边数为 n 的多边形的内角和 $=(n-2)\times180^\circ$ 是解此题的关

键．

5. 为了解学生上学的交通方式，刘老师在九年级 800 名学生中随机抽取了 60 名进行问卷调查，并将调查结果制作成如下统计表，估计该年级学生乘坐公交车上学的人数为（　　）

交通方式	公交车	自行车	步行	私家车	其它
人数（人）	30	5	15	8	2

A. 100　　B. 200　　C. 300　　D. 400

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了用样本估计总体，用学校总人数乘样本中乘坐公交车上学的人数的比例，即可得出答案．

【详解】解：估计该年级学生乘坐公交车上学的人数为：

$800\times\frac{30}{60}=400$（人），

故选：D．

6. 下列条件中，不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是（　）

A. $AB\parallel CD, AD\parallel BC$　　B. $AB=CD, AD=BC$

C. $OA=OC, OB=OD$　　D. $AB\parallel CD, AD=BC$

【答案】D

【解析】

【分析】根据平行四边形的判定定理分别进行分析即可．

【详解】解：A、$\because AB\parallel CD, AD\parallel BC$，

$\therefore$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故此选项不合题意；

B、$\because AB=CD, AD=BC$，

$\therefore$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故此选项不合题意；

C、$\because OA=OC, OB=OD$，

$\therefore$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故此选项不合题意；

D、$\because AB\parallel CD, AD=BC$，不能得出四边形$ABCD$是平行四边形，故此选项符合题意；

故选：D.

【点睛】此题主要考查平行四边形的判定，解题的关键是熟知平行四边形的判定定理.

7. 已知$1<x<2$，化简$\sqrt{\left(x-1\right)^2}+\left|x-2\right|$的结果为（　　）

A. -1　　　　B. 1　　　　C. $2x-3$　　　　D. $3-2x$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的性质，去绝对值，熟练掌握知识点是解题的关键.

先根据$\sqrt{a^2}=|a|$化简二次根式，然后再根据$1<x<2$去绝对值即可.

【详解】解：$\sqrt{\left(x-1\right)^2}+\left|x-2\right|=\left|x-1\right|+\left|x-2\right|$，

$\because 1<x<2$，

$\therefore x-1>0, x-2<0$，

$\therefore \left|x-1\right|+\left|x-2\right|=x-1+2-x=1$，

$\therefore \sqrt{\left(x-1\right)^2}+\left|x-2\right|=1$，

故选：B.

8. 若关于x的一元二次方程$x^2+2x+p=0$两根为x_1、x_2，且$\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=3$，则$p$的值为（　　）

A. $-\dfrac{2}{3}$　　　　B. $\dfrac{2}{3}$　　　　C. -6　　　　D. 6

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$根与系数的关系：若方程的两实数根为x_1,x_2，则$x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}, x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}$.

根据一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$根与系数的关系得到$x_1+x_2=-\dfrac{2}{1}=-2, x_1\cdot x_2=p$，然后通分，$\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\dfrac{-2}{p}$，从而得到关于$p$的方程，解方程即可.

【详解】解：$\because x_1+x_2=-\frac{2}{1}=-2, x_1\cdot x_2=p$，

$\therefore \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{-2}{p}$，

而$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=3$，

$\therefore \frac{-2}{p}=3$，

$\therefore p=-\frac{2}{3}$，

故选：A．

9. 已知二次函数$y=x^2-2x\left(-1\le x\le t-1\right)$，当$x=-1$时，函数取得最大值；当$x=1$时，函数取得最小值，则$t$的取值范围是（　　）

A. $0<t\le 2$　　B. $0<t\le 4$　　C. $2\le t\le 4$　　D. $t\ge 2$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了二次函数的图象与性质，二次函数的最值等知识．熟练掌握二次函数的图象与性质是解题的关键．

由$y=x^2-2x=\left(x-1\right)^2-1$，可知图象开口向上，对称轴为直线$x=1$，顶点坐标为$\left(1,-1\right)$，当$x=-1$时，$y=3$，即$\left(-1,3\right)$关于对称轴对称的点坐标为$\left(3,3\right)$，由当$x=-1$时，函数取得最大值；当$x=1$时，函数取得最小值，可得$1\le t-1\le 3$，计算求解，然后作答即可．

【详解】解：$\because y=x^2-2x=\left(x-1\right)^2-1$，

$\therefore$图象开口向上，对称轴为直线$x=1$，顶点坐标为$\left(1,-1\right)$，

当$x=-1$时，$y=3$，

$\therefore \left(-1,3\right)$关于对称轴对称的点坐标为$\left(3,3\right)$，

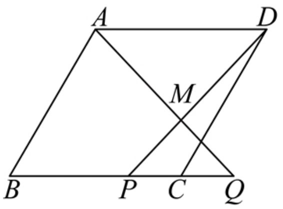
$\because$当$x=-1$时，函数取得最大值；当$x=1$时，函数取得最小值，

$\therefore 1\le t-1\le 3$，

解得，$2\le t\le 4$，

故选：C．

10. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=60^\circ$，$AB=1$，点 P 是 BC 边上一个动点，在 BC 延长线上找一点 Q，使得点 P 和点 Q 关于点 C 对称，连接 DP、AQ 交于点 M．当点 P 从 B 点运动到 C 点时，点 M 的运动路径长为（　　）



A. $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$　　　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　　　D. $\sqrt{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】该题主要考查了菱形的性质，垂直平分线的性质和判定，全等三角形的性质和判定等知识点，解题的关键是掌握以上点 M 的运动路径．

过点 C 作 $CH\perp AD$ 交 AD 于点 H，根据 $\angle ABC=60^\circ$，四边形 $ABCD$ 是菱形，$AB=1$，算出 $DH=1$，得出 $AH=DH$，CH 垂直平分 AD，再证明 $\triangle PCM\cong\triangle QCM$，得出 $PM=MQ$，证明 CM 垂直平分 PQ，点 M 在 CH 上运动，根据解直角三角形 $CM'=BC\cdot\tan30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$．即可求解．

【详解】解：过点 C 作 $CH\perp AD$ 交 AD 于点 H，

$\because \angle ABC=60^\circ$，四边形 $ABCD$ 是菱形，$AB=1$，

$\therefore \angle ADC=60^\circ$，$CD=BC=AB=1$，

$\therefore \angle DCH=30^\circ$，

$\therefore DH=\dfrac{1}{2}CD=1$，

$\therefore AH=AD-DH=1$，

$\therefore AH=DH$，

$\therefore CH$ 垂直平分 AD，

$\because$点 P 和点 Q 关于点 C 对称，

$\therefore PC=QC$，

$\because \angle PCM=\angle QCM=90^\circ, CM=CM$，

$\therefore \triangle PCM \cong \triangle QCM\left(SAS\right)$，

$\therefore PM = MQ$，

$\therefore CM$ 垂直平分 PQ，

$\therefore$点 M 在 CH 上运动，

当点 P 与点 B 重合时，点 M 位于点 M'，

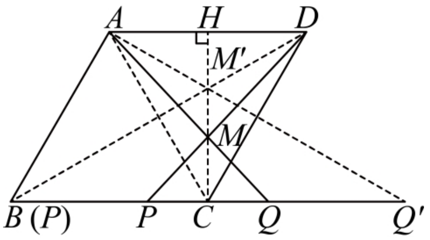
此时，$\because \angle ABC = 60°$，四边形 $ABCD$ 是菱形，$AB = 1$，

$\therefore \angle M'BC = \frac{1}{2}\angle ABC = 30°$，$BC = 1$

$\therefore CM' = BC \cdot \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$．

故点 M 的运动路径长为 $CM' = \frac{\sqrt{3}}{3}$．

故选：B．



第Ⅱ卷（非选择题共 120 分）

注意事项：

1．考生使用 0.5mm 黑色墨汁签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答，答在试题卷上无效．

2．作图时，可先用铅笔画线，确认后再用 0.5mm 黑色墨汁签字笔描清楚．

3．解答题应写出文字说明、证明过程或推演步骤．

4．本部分共 16 个小题，共 120 分．

二、填空题：本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分．

11．计算：$2a + a =$______．

【答案】$3a$

【解析】

【分析】直接利用合并同类项法则计算得出答案．

【详解】$2a + a = 3a$．

故答案为：$3a$．

【点睛】本题主要考查了合并同类项，正确把握运算法则是解题关键．

12. 一名交警在路口随机监测了5辆过往车辆的速度，分别是：66，57，71，69，58（单位：千米/时）．那么这5辆车的速度的中位数是______．

【答案】66

【解析】

【分析】本题主要考查中位数，将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数．如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数．

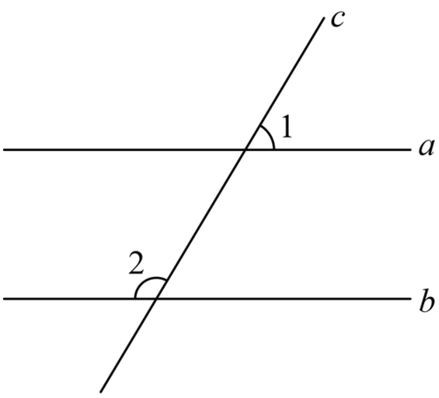
先将数据从小到大重新排列，根据中位数的概念求解可得．

【详解】解：将这组数据重新排列为57，58，66，69，71，

所以这组数据的中位数为66．

故答案为：66．

13. 如图，两条平行线a、b被第三条直线c所截．若$\angle 1=60^{\circ}$，那么$\angle 2=$______．



【答案】120°##120度

【解析】

【分析】本题考查了直线平行的性质：两直线平行同位角相等．也考查了平角的定义．

根据两直线平行同位角相等得到$\angle 1=\angle 3=60^{\circ}$，再根据平角的定义得到$\angle 2+\angle 3=180^{\circ}$，从而可计算出$\angle 2$．

【详解】解：如图，

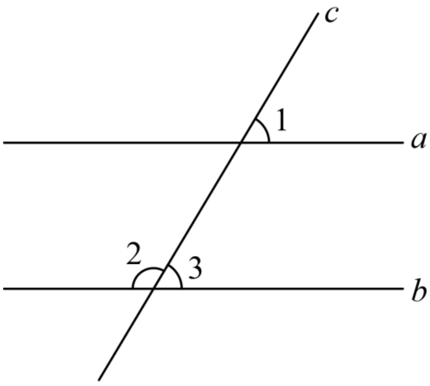
$\because a \parallel b$，

$\therefore \angle 1=\angle 3=60^{\circ}$，

而$\angle 2+\angle 3=180^{\circ}$，

$\therefore \angle 2 = 180° - 60° = 120°$，

故答案为：$120°$.



14. 已知 $a-b=3$，$ab=10$，则 $a^2+b^2=$______.

【答案】29

【解析】

【分析】本题考查了完全平方公式的变形．熟练掌握完全平方公式的变形是解题的关键．

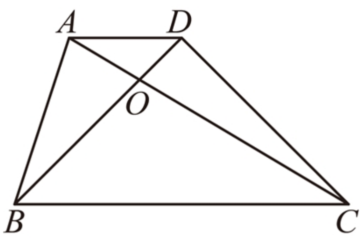
根据 $a^2+b^2=\left(a-b\right)^2+2ab$，计算求解即可．

【详解】解：由题意知，$a^2+b^2=\left(a-b\right)^2+2ab=3^2+2\times 10=29$，

故答案为：29.

15. 如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，对角线 AC 和 BD 交于点 O，若 $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}}=\frac{1}{3}$，则 $\frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle BOC}}=$

______.



【答案】$\frac{1}{9}$

【解析】

【分析】本题考查了平行线间的距离，相似三角形的判定与性质等知识．熟练掌握平行线间的距离，相似三角形的判定与性质是解题的关键．

设 AD，BC 的距离为 d，则 $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}}=\frac{\frac{1}{2}AD\cdot d}{\frac{1}{2}BC\cdot d}=\frac{1}{3}$，即 $\frac{AD}{BC}=\frac{1}{3}$，证明 $\triangle AOD\backsim\triangle COB$，则 $\frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle BOC}}=\left(\frac{AD}{BC}\right)^2$，计算求解即可.

【详解】解：设 AD，BC 的距离为 d，

$\therefore \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}}=\frac{\frac{1}{2}AD\cdot d}{\frac{1}{2}BC\cdot d}=\frac{1}{3}$，即 $\frac{AD}{BC}=\frac{1}{3}$，

$\because AD\parallel BC$，

$\therefore \angle ADO=\angle CBO$，$\angle DAO=\angle BCO$，

$\therefore \triangle AOD\backsim\triangle COB$，

$\therefore \frac{S_{\vee AOD}}{S_{\vee BOC}}=\left(\frac{AD}{BC}\right)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$，

故答案为：$\frac{1}{9}$.

16. 定义：函数图象上到两坐标轴的距离都小于或等于 1 的点叫做这个函数图象的“近轴点”. 例如，点 $(0,1)$ 是函数 $y=x+1$ 图象的“近轴点”.

（1）下列三个函数的图象上存在“近轴点”的是______（填序号）；

① $y=-x+3$；② $y=\frac{2}{x}$；③ $y=-x^2+2x-1$.

（2）若一次函数 $y=mx-3m$ 图象上存在“近轴点”，则 m 的取值范围为______.

【答案】 ①. ③ ②. $-\frac{1}{2}\le m<0$ 或 $0<m\le\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】本题主要考查了新定义——“近轴点”. 熟练掌握新定义，一次函数，反比例函数，二次函数图象上的点到坐标轴距特点，是解决问题的关键.

（1）① $y=-x+3$ 中，取 $x=y=1.5$，不存在“近轴点”；

② $y=\frac{2}{x}$，由对称性，取 $x=y=\pm\sqrt{2}$，不存在“近轴点”；

③ $y=-x^2+2x-1=-(x-1)^2$，取 $x=1$ 时，$y=0$，得到 $(1,0)$ 是 $y=-x^2+2x-1$ 的“近轴点”；

（2）$y=mx-3m=m\left(x-3\right)$图象恒过点$\left(3,0\right)$，当直线过$\left(1,-1\right)$时， $m=\frac{1}{2}$，得到$0<m\le\frac{1}{2}$；当直线过$\left(1,1\right)$时，$m=-\frac{1}{2}$，得到$-\frac{1}{2}\le m<0$.

【详解】（1）① $y=-x+3$ 中，

$x=1.5$时， $y=1.5$，

不存在“近轴点”;

② $y=\frac{2}{x}$，

由对称性，当$x=y$时， $x=y=\pm\sqrt{2}$，

不存在“近轴点”;

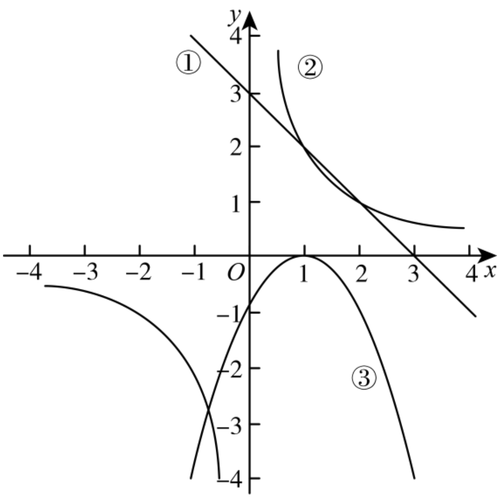
③ $y=-x^2+2x-1=-\left(x-1\right)^2$，

$x=1$时， $y=0$，

∴$\left(1,0\right)$是$y=-x^2+2x-1$的“近轴点”;

∴上面三个函数的图象上存在“近轴点”的是③

故答案为：③;



（2）$y=mx-3m=m\left(x-3\right)$中，

$x=3$时， $y=0$，

∴图象恒过点$\left(3,0\right)$，

当直线过$\left(1,-1\right)$时，$-1=m\left(1-3\right)$，

∴$m=\frac{1}{2}$，

$\therefore 0 < m \le \frac{1}{2}$；

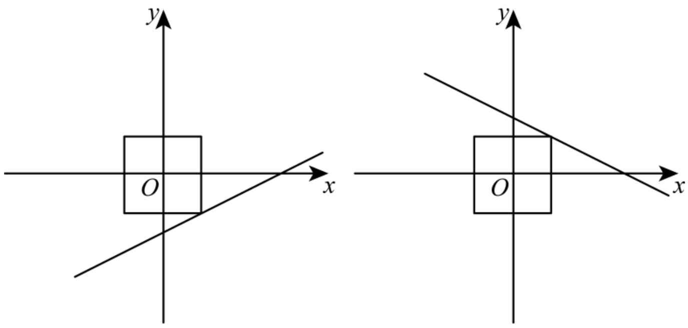
当直线过$\left(1,1\right)$时，$1 = m\left(1-3\right)$，

$\therefore m = -\frac{1}{2}$，

$\therefore -\frac{1}{2} \le m < 0$；

$\therefore m$的取值范围为$-\frac{1}{2} \le m < 0$或$0 < m \le \frac{1}{2}$．

故答案为：$-\frac{1}{2} \le m < 0$或$0 < m \le \frac{1}{2}$．



三、解答题：本大题共10个小题，共102分．解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤．

17. 计算：$\left|-3\right| + \left(\pi - 2024\right)^0 - \sqrt{9}$．

【答案】1

【解析】

【分析】本题考查了绝对值，零指数幂，算术平方根．熟练掌握绝对值，零指数幂，算术平方根是解题的关键．

先分别计算绝对值，零指数幂，算术平方根，然后进行加减运算即可．

【详解】解：$\left|-3\right| + \left(\pi - 2024\right)^0 - \sqrt{9}$

$= 3 + 1 - 3$

$= 1$．

18. 解方程组：$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

【答案】详见解析

【解析】

【分析】用加减消元法把二元一次方程转化成一元一次方程．