湖北省襄阳三中2022-2023学年高三下4月大练习数学试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若$a=\log_2 3, b=\log_4 7, c=0.7^4$，则实数$a,b,c$的大小关系为（　　）

A． $a>b>c$　　**B．** $c>a>b$　　**C．** $b>a>c$　　**D．** $c>b>a$

2．已知集合$A=\{x\mid x^2<1\}$，$B=\{x\mid \ln x<1\}$，则

A． $A\cap B=\{x\mid 0<x<\mathrm{e}\}$　　**B．** $A\cap B=\{x\mid x<\mathrm{e}\}$

C． $A\cup B=\{x\mid 0<x<\mathrm{e}\}$　　**D．** $A\cup B=\{x\mid -1<x<\mathrm{e}\}$

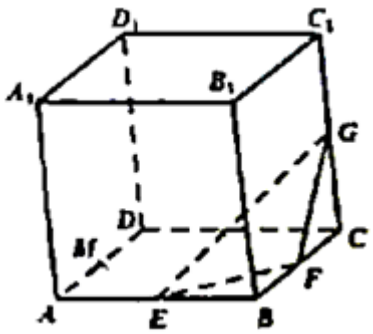
3．已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=4$，$\vec{b}$在$\vec{a}$上投影为-2，则$|\vec{a}-3\vec{b}|$的最小值为(　　)

A． 12　　**B．** 10　　**C．** $\sqrt{10}$　　**D．** 2

4．已知实数x,y满足线性约束条件$\begin{cases}x\geq 1\\ x+y\geq 0\\ x-y+2\geq 0\end{cases}$，则$\dfrac{y+1}{x}$的取值范围为（　　）

A．(-2,-1］　　**B．(-1,4］**　　**C．[-2,4)**　　**D．[0,4]**

5．如图，在棱长为4的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，*E*，*F*，*G*分别为棱 *AB*，*BC*，CC_1的中点，*M*为棱 *AD* 的中点，设 *P*，*Q* 为底面 *ABCD* 内的两个动点，满足$D_1P//$平面 *EFG*，$D_1Q=\sqrt{17}$，则$PM+PQ$的最小值为（　　）



A． $3\sqrt{2}-1$　　**B．** $3\sqrt{2}-2$　　**C．** $2\sqrt{5}-1$　　**D．** $2\sqrt{5}-2$

6．设复数z满足$|z-2i|=|z+1|$，z在复平面内对应的点为(x,y)，则（　　）

A．$2x-4y-3=0$　B．$2x+4y-3=0$　C．$4x+2y-3=0$　D．$2x-4y+3=0$

7．某设备使用年限 x（年）与所支出的维修费用 y（万元）的统计数据 (x,y) 分别为 $(2,1.5)$，$(3,4.5)$，$(4,5.5)$，$(5,6.5)$，由最小二乘法得到回归直线方程为 $\hat{y}=1.6x+\hat{a}$，若计划维修费用超过 15 万元将该设备报废，则该设备的使用年限为（　　）

A．8 年　　B．9 年　　C．10 年　　D．11 年

8．已知函数 $f(x)=\sin 2x+a\cos 2x$ 的图象的一条对称轴为 $x=\dfrac{\pi}{12}$，将函数 $f(x)$ 的图象向右平行移动 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 图象，则函数 $g(x)$ 的解析式为（　　）

A．$g(x)=2\sin(2x-\dfrac{\pi}{12})$　　B．$g(x)=2\sin(2x+\dfrac{\pi}{12})$

C．$g(x)=2\sin(2x-\dfrac{\pi}{6})$　　D．$g(x)=2\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$

9．某单位去年的开支分布的折线图如图 1 所示，在这一年中的水、电、交通开支（单位：万元）如图 2 所示，则该单位去年的水费开支占总开支的百分比为（　　）

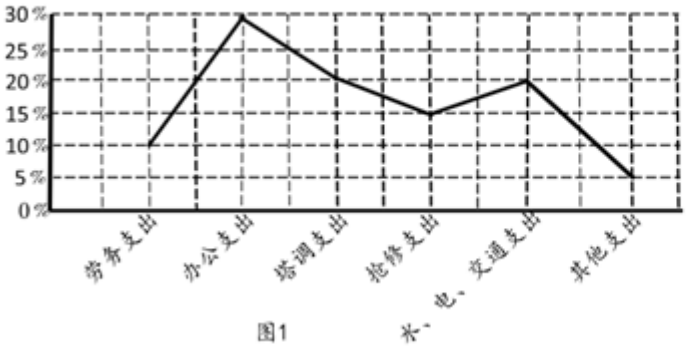


图1

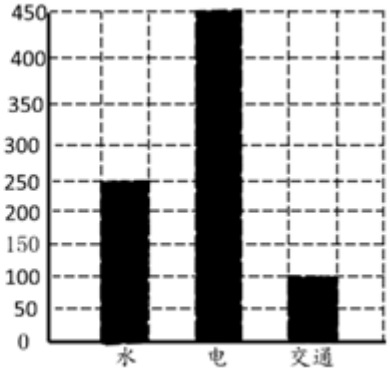


图2

A．6.25%　　B．7.5%　　C．10.25%　　D．31.25%

10．已知非零向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，$|\vec{a}|=3$，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{a}+\vec{b}$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{4}$，则 $|\vec{b}|=$（　　）

A．6　　B．$3\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{2}$　　D．3

11．若 $2^a+3a=3^b+2b$，则下列关系式正确的个数是（　　）

①$b<a<0$　②$a=b$　③$0<a<b<1$　④$1<b<a$

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

12．从装有除颜色外完全相同的 3 个白球和 m 个黑球的布袋中随机摸取一球，有放回的摸取 5 次，设摸得白球数为 X，已知 $E(X)=3$，则 $D(X)=$(　　)

A．$\frac{8}{5}$　　B．$\frac{6}{5}$　　C．$\frac{4}{5}$　　D．$\frac{2}{5}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．$(1-x)(1+x)^4$ 展开式中，含 x^2 项的系数为_____.

14．设 F 为抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点，A,B,D 为 C 上互相不重合的三点，且 $|\overrightarrow{AF}|$、$|\overrightarrow{BF}|$、$|\overrightarrow{DF}|$ 成等差数列，若线段 AD 的垂直平分线与 x 轴交于 $E(3,0)$，则 B 的坐标为_____.

15．已知 $F_1(-3,0)$，$F_2(3,0)$ 为双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，双曲线 C 的渐近线上存在点 P 满足 $|PF_1|=2|PF_2|$，则 b 的最大值为_____.

16．一个房间的地面是由 12 个正方形所组成，如图所示.今想用长方形瓷砖铺满地面，已知每一块长方形瓷砖可以覆盖两块相邻的正方形，即  或 ，则用 6 块瓷砖铺满房间地面的方法有_____种.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知函数 $f(x)=e^x$.

（1）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（2）若对任意的 $m\in\mathbf{R}$，当 $x>0$ 时，都有 $m^2\left(2f(x)+\frac{1}{x}\right)>2\sqrt{2k}m-1$ 恒成立，求最大的整数 k.

（参考数据：$e^{\frac{\sqrt{3}}{3}}\approx1.78$）

18．（12 分）设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+3a_2+3^2a_3+\cdots+3^{n-1}a_n=\frac{n}{3}$，$n\in\mathbf{N}^*$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $b_n=\begin{cases}n,n\text{为奇数}\\ \frac{1}{a_n},n\text{为偶数}\end{cases}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

19.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\ln x+\lambda\left(\frac{1}{x}-x\right)\left(\lambda\in\mathbf{R}\right)$.

（1）当 $x>1$ 时，不等式 $f\left(x\right)<0$ 恒成立，求 λ 的最小值；

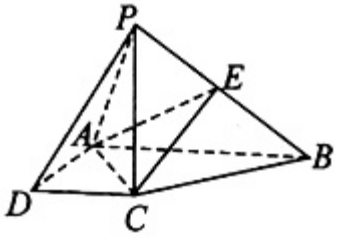
（2）设数列 $a_n=\frac{1}{n}\left(n\in\mathrm{N}^*\right)$，其前 n 项和为 S_n，证明：$S_{2n}-S_n+\frac{a_n}{4}>\ln 2$.

20.（12 分）运输一批海鲜，可在汽车、火车、飞机三种运输工具中选择，它们的速度分别为 60 千米/小时、120 千米/小时、600 千米/小时，每千米的运费分别为 20 元、10 元、50 元.这批海鲜在运输过程中每小时的损耗为 m 元（$m>0$），运输的路程为 S（千米）.设用汽车、火车、飞机三种运输工具运输时各自的总费用（包括运费和损耗费）分别为 y_1（元）、y_2（元）、y_3（元）.

（1）请分别写出 y_1、y_2、y_3 的表达式；

（2）试确定使用哪种运输工具总费用最省.

21.（12 分）如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,四边形 $ABCD$ 是直角梯形，$AB\perp AD, AB//CD, PC\perp$ 底面 $ABCD$ $AB=2AD=2CD=4, PC=2a, E$,是 PB 的中点.



（1）.求证:平面 $EAC\perp$ 平面 PBC ;

（2）.若二面角 $P-AC-E$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$,求直线 PA 与平面 EAC 所成角的正弦值.

22.（10 分）在 ΔABC 中，角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，且 $2\sqrt{3}\sin^2\frac{A}{2}+\sin A-\sqrt{3}=0$.

（1）求角 A 的大小；

（2）已知 ΔABC 外接圆半径 $R=\sqrt{3}, AC=\sqrt{3}$,求 ΔABC 的周长.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．A

【解析】

将a化成以4为底的对数，即可判断a,b的大小关系；由对数函数、指数函数的性质，可判断出b,c与 1 的大小关系，从而可判断三者的大小关系.

【详解】

依题意，由对数函数的性质可得$a=\log_2 3=\log_4 9>b=\log_4 7$.

又因为$c=0.7^4<0.7^0=1=\log_4 4<\log_4 7=b$，故$a>b>c$.

故选:A.

【点睛】

本题考查了指数函数的性质，考查了对数函数的性质，考查了对数的运算性质.两个对数型的数字比较大小时，底数相同，则构造对数函数，结合对数的单调性可判断大小；若真数相同，则结合对数函数的图像或者换底公式可判断大小；若真数和底数都不相同，则可与中间值如 1,0 比较大小.

2．D

【解析】

因为$A=\{x\mid x^2<1\}=\{x\mid -1<x<1\}$，$B=\{x\mid \ln x<1\}=\{x\mid 0<x<\mathrm{e}\}$，

所以$A\cap B=\{x\mid 0<x<1\}$，$A\cup B=\{x\mid -1<x<\mathrm{e}\}$，故选 D.

3．B

【解析】

根据$\vec{b}$在$\vec{a}$上投影为-2，以及$\cos<\vec{a},\vec{b}>\in[-1,0)$，可得$|\vec{b}|_{\min}=2$；再对所求模长进行平方运算，可将问题转化为模长和夹角运算，代入$|\vec{b}|_{\min}$即可求得$|\vec{a}-3\vec{b}|_{\min}$.

【详解】

$\vec{b}$在$\vec{a}$上投影为-2，即$|\vec{b}|\cos<\vec{a},\vec{b}>=-2$

$\because |\vec{b}|>0 \quad \therefore \cos<\vec{a},\vec{b}><0$

又$\cos<\vec{a},\vec{b}>\in[-1,0) \quad \therefore |\vec{b}|_{\min}=2$

$$|\vec{a}-3\vec{b}|^2=\vec{a}^2-6\vec{a}\cdot\vec{b}+9\vec{b}^2=|\vec{a}|^2-6|\vec{a}||\vec{b}|\cos<\vec{a},\vec{b}>+9|\vec{b}|^2=9|\vec{b}|^2+64$$

$$\therefore |\vec{a}-3\vec{b}|_{\min}=\sqrt{9\times 4+64}=10$$

本题正确选项：B

【点睛】

本题考查向量模长的运算，对于含加减法运算的向量模长的求解，通常先求解模长的平方，再开平方求得结果；解题关键是需要通过夹角取值范围的分析，得到$\left|\vec{b}\right|$的最小值.

4．B

【解析】

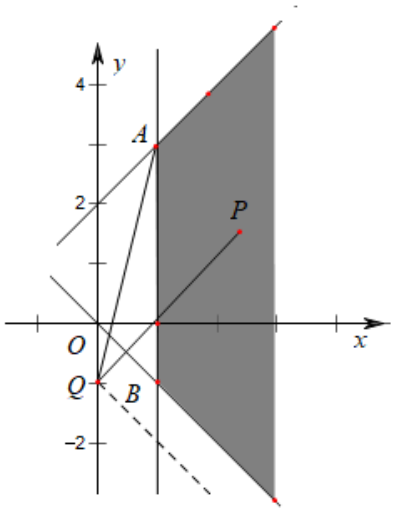
作出可行域，$\frac{y+1}{x}$表示可行域内点$P(x,y)$与定点$Q(0,-1)$连线斜率，观察可行域可得最小值.

【详解】

作出可行域，如图阴影部分（含边界），$\frac{y+1}{x}$表示可行域内点$P(x,y)$与定点$Q(0,-1)$连线斜率，$A(1,3)$，

$k_{QA}=\frac{3-(-1)}{1-0}=4$，过$Q$与直线$x+y=0$平行的直线斜率为$-1$，$\therefore -1<k_{PQ}\le 4$.

故选：B.



【点睛】

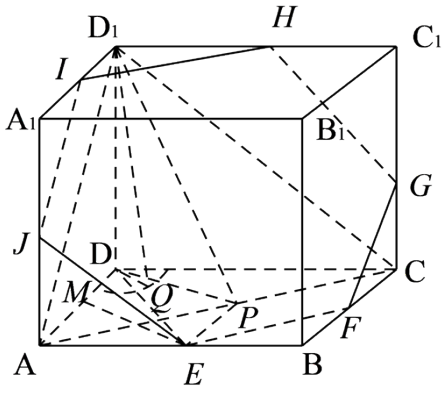
本题考查简单的非线性规划．解题关键是理解非线性目标函数的几何意义，本题$\frac{y+1}{x}$表示动点$P(x,y)$与定点$Q(0,-1)$连线斜率，由直线与可行域的关系可得结论.

5．C

【解析】

把截面EFG画完整，可得P在AC上，由$D_1Q=\sqrt{17}$知Q在以D为圆心1为半径的四分之一圆上，利用对称性可得$PM+PQ$的最小值.

【详解】



如图，分别取C_1D_1, D_1A_1, A_1A的中点H, I, J，连接GH, HI, IJ, JE，易证E, F, G, H, I, J共面，即平面EFG为截面$EFGHIJ$，连接AD_1, D_1C, AC，由中位线定理可得$AC//EF$，$AC \not\subset$平面EFG，$EF \subset$平面EFG，则$AC//$平面EFG，同理可得$AD_1//$平面EFG，由$AC \cap AD_1 = A$可得平面$AD_1C//$平面EFG，又$D_1P//$平面EFG，P在平面$ABCD$上，$\therefore P \in AC$.

正方体中$DD_1 \perp$平面$ABCD$，从而有$DD_1 \perp DQ$，$\therefore DQ = \sqrt{D_1Q^2 - DD_1^2} = 1$，$\therefore Q$在以$D$为圆心1为半径的四分之一圆（圆在正方形$ABCD$内的部分）上，

显然M关于直线AC的对称点为E，

$PM + PQ = PE + PQ \geq PE + PD - DQ \geq ED - DQ = \sqrt{4^2 + 2^2} - 1 = 2\sqrt{5} - 1$，当且仅当$E, P, Q, D$共线时取等号，$\therefore$所求最小值为$2\sqrt{5} - 1$.

故选：C.

【点睛】

本题考查空间距离的最小值问题，解题时作出正方体的完整截面求出P点轨迹是第一个难点，第二个难点是求出Q点轨迹，第三个难点是利用对称性及圆的性质求得最小值.

6．B

【解析】

设$z = x + yi$，根据复数的几何意义得到x、y的关系式，即可得解；

【详解】

解：设$z = x + yi$

$\because |z - 2i| = |z + 1|$，$\therefore x^2 + (y-2)^2 = (x+1)^2 + y^2$，解得$2x + 4y - 3 = 0$.

故选：B

【点睛】

本题考查复数的几何意义的应用，属于基础题.

7．D

【解析】

根据样本中心点$(\bar{x},\bar{y})$在回归直线上，求出$\hat{a}$，求解$\hat{y}>15$，即可求出答案.

【详解】

依题意$\bar{x}=3.5,\bar{y}=4.5,(3.5,4.5)$在回归直线上，

$4.5=1.6\times3.5+\hat{a},\hat{a}=-1.1,\therefore \hat{y}=1.6x-1.1$，

由$\hat{y}=1.6x-1.1>15,x>10\frac{1}{16}$，

估计第11年维修费用超过 15 万元.

故选:D.

【点睛】

本题考查回归直线过样本中心点、以及回归方程的应用，属于基础题.

8．C

【解析】

根据辅助角公式化简三角函数式，结合$x=\frac{\pi}{12}$为函数$f(x)$的一条对称轴可求得a，代入辅助角公式得$f(x)$的解析式.

根据三角函数图像平移变换，即可求得函数$g(x)$的解析式.

【详解】

函数$f(x)=\sin 2x+a\cos 2x$，

由辅助角公式化简可得$f(x)=\sqrt{1+a^2}\sin(2x+\theta),\tan\theta=a$，

因为$x=\frac{\pi}{12}$为函数$f(x)=\sin 2x+a\cos 2x$图象的一条对称轴，

代入可得$\sin\left(2\times\frac{\pi}{12}\right)+a\cos\left(2\times\frac{\pi}{12}\right)=\pm\sqrt{1+a^2}$，

即$\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}a=\pm\sqrt{1+a^2}$，化简可解得$\left(a-\sqrt{3}\right)^2=0$，

即$a=\sqrt{3}$，

所以$f(x)=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$

$=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$

将函数 $f(x)$ 的图象向右平行移动 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度可得 $g(x)$，

则 $g(x)=2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，

故选：C.

【点睛】

本题考查了辅助角化简三角函数式的应用，三角函数对称轴的应用，三角函数图像平移变换的应用，属于中档题.

9．A

【解析】

由折线图找出水、电、交通开支占总开支的比例，再计算出水费开支占水、电、交通开支的比例，相乘即可求出水费开支占总开支的百分比.

【详解】

水费开支占总开支的百分比为 $\frac{250}{250+450+100}\times 20\%=6.25\%$.

故选：A

【点睛】

本题考查折线图与柱形图，属于基础题.

10．D

【解析】

利用向量的加法的平行四边形法则，判断四边形的形状，推出结果即可.

【详解】

解：非零向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，可知两个向量垂直，$|\vec{a}|=3$，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{a}+\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$，

说明以向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 为邻边，$\vec{a}+\vec{b}$ 为对角线的平行四边形是正方形，所以则 $|\vec{b}|=3$.

故选：D.

【点睛】

本题考查向量的几何意义，向量加法的平行四边形法则的应用，考查分析问题解决问题的能力，属于基础题.

11．D

【解析】

a，*b* 可看成是 $y=t$ 与 $f(x)=2^x+3x$ 和 $g(x)=3^x+2x$ 交点的横坐标，画出图象，数形结合处理.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/065321044131011340