

新疆克拉玛依市北师大克拉玛依附属中学 2023-2024 学年高三第一次五校联考自选模 块试题

注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(4)=17$ ，设 $f(x_0)=y_0$ ，则“ $y_0=17$ ”是“ $x_0=4$ ”的（ ）
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
2. 已知三棱锥 $P-ABC$ ， $AC=\sqrt{2}$ ， $BC=1$ ， $AC\perp BC$ 且 $PA=2PB$ ， $PB\perp$ 平面 ABC ，其外接球体积为（ ）
A. $\frac{4\pi}{3}$
B. 4π
C. $\frac{32\pi}{3}$
D. $4\sqrt{3}\pi$
3. 若 $z=\frac{i^{2020}+3i}{1+i}$ ，则 z 的虚部是（ ）
A. i
B. $2i$
C. -1
D. 1
4. 关于 x 的不等式 $ax-b>0$ 的解集是 $(1,+\infty)$ ，则关于 x 的不等式 $(ax+b)(x-3)>0$ 的解集是（ ）
A. $(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$
B. $(-1,3)$
C. $(1,3)$
D. $(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$
5. 已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F ，过点 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 A ， B 两点（设点 A 位于第一象限），过点 A ， B 分别作抛物线 C 的准线的垂线，垂足分别为点 A_1 ， B_1 ，抛物线 C 的准线交 x 轴于点 K ，若 $\frac{|A_1K|}{|B_1K|}=2$ ，则直线 l 的斜率为
A. 1
B. $\sqrt{2}$
C. $2\sqrt{2}$
D. $\sqrt{3}$
6. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(0,-2)$ ， $N(1,0)$ ，若动点 M 满足 $\frac{|MA|}{|MO|}=\sqrt{2}$ ，则 $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}$ 的取值范围是（ ）

A. $[0, 2]$

B. $[0, 2\sqrt{2}]$

C. $[-2, 2]$

D. $[-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$

7. 若 $a < b < 0$, 则下列不等式不能成立的是 ()

A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

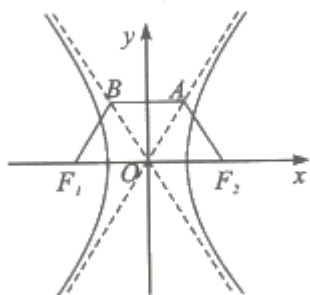
B. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$

C. $|a| > |b|$

D. $a^2 > b^2$

8. 如图, 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左, 右焦点分别是 $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$, 直线 $y = \frac{bc}{2a}$ 与双曲线 C 的两

条渐近线分别相交于 A, B 两点. 若 $\angle BF_1F_2 = \frac{\pi}{3}$, 则双曲线 C 的离心率为 ()



A. 2

B. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

C. $\sqrt{2}$

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

9. 已知非零向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 则 $|\vec{a} + 2\vec{b}| = |2\vec{a} - \vec{b}|$ 是 “ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ” 的 ()

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件解:

10. 下列命题是真命题的是 ()

A. 若平面 α, β, γ , 满足 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \parallel \beta$;

B. 命题 $P: \forall x \in R, 1 - x^2 \leq 1$, 则 $\neg P: \exists x_0 \in R, 1 - x_0^2 \leq 1$;

C. “命题 $P \vee q$ 为真” 是 “命题 $P \wedge q$ 为真” 的充分不必要条件;

D. 命题 “若 $(x-1)e^x + 1 = 0$, 则 $x = 0$ ” 的逆否命题为: “若 $x \neq 0$, 则 $(x-1)e^x + 1 \neq 0$ ”.

11. “ $\varphi = -\frac{\pi}{8}$ ” 是 “函数 $f(x) = \sin(3x + \varphi)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{8}$ 对称” 的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

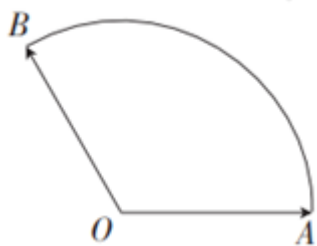
D. 既不充分也不必要条件

12. 一个袋中放有大小、形状均相同的小球，其中红球 1 个、黑球 2 个，现随机等可能取出小球，当有放回依次取出两个小球时，记取出的红球数为 ξ_1 ；当无放回依次取出两个小球时，记取出的红球数为 ξ_2 ，则（ ）

- A. $E\xi_1 < E\xi_2$, $D\xi_1 < D\xi_2$ B. $E\xi_1 = E\xi_2$, $D\xi_1 > D\xi_2$
- C. $E\xi_1 = E\xi_2$, $D\xi_1 < D\xi_2$ D. $E\xi_1 > E\xi_2$, $D\xi_1 > D\xi_2$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

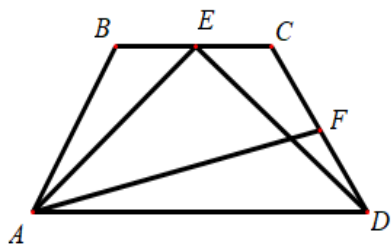
13. 如图，已知扇形 AOB 的半径为 1，面积为 $\frac{\pi}{3}$ ，则 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$.



14. 已知多项式 $(x+2)^m(x+1)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{m+n}x^{m+n}$ 满足 $a_0 = 4$, $a_1 = 16$, 则 $m+n = \underline{\hspace{2cm}}$, $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{m+n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 设 $a \in \mathbb{R}$, 若函数 $y = e^x + ax, x \in \mathbb{R}$ 有大于零的极值点, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$

16. 如图,在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = BC = 2$, $AD = 4$, E, F 分别是 BC, CD 的中点, 若 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{DE} = -1$, 则 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{CD}$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $c = 4\sqrt{2}$, $\cos C = \frac{3}{5}$.

(1) 若 $B = \frac{\pi}{4}$, 求 a 的值;

(2) 若 $b = 5$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = ae^x - \sin x$, 其中 $a \in \mathbb{R}$, e 为自然对数的底数.

(1) 当 $a = 1$ 时, 证明: 对 $\forall x \in [0, +\infty), f(x) \geq 1$;

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上存在极值, 求实数 a 的取值范围.

19. (12 分) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$, 过 $Q(-4, 0)$ 的直线 l 与椭圆 E 相交于 A, B 两点, 且与 y 轴相交于 P 点.

(1) 若 $\overrightarrow{PA} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AQ}$, 求直线 l 的方程;

(2) 设 A 关于 x 轴的对称点为 C , 证明: 直线 BC 过 x 轴上的定点.

20. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的长轴长为 4, 离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设 A, B 分别为椭圆与 x 轴正半轴和 y 轴正半轴的交点, P 是椭圆 C 上在第一象限的一点, 直线 PA 与 y 轴交于点 M , 直线 PB 与 x 轴交于点 N , 问 $\triangle PMN$ 与 $\triangle PAB$ 面积之差是否为定值? 说明理由.

21. (12 分) 已知 $f(x) = A \sin(\omega x + \phi)$ ($A > 0, 0 < \omega < 4, |\phi| < \frac{\pi}{2}$) 过点 $(0, \frac{1}{2})$, 且当 $x = \frac{\pi}{6}$ 时, 函数 $f(x)$ 取得最大值 1.

(1) 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位得到函数 $g(x)$, 求函数 $g(x)$ 的表达式;

(2) 在 (1) 的条件下, 函数 $h(x) = f(x) + g(x) + 2 \cos^2 x - 1$, 求 $h(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的值域.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = e^x$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若对任意的 $m \in \mathbf{R}$, 当 $x > 0$ 时, 都有 $m^2 \left(2f(x) + \frac{1}{x} \right) > 2\sqrt{2k}m - 1$ 恒成立, 求最大的整数 k .

(参考数据: $e^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \approx 1.78$)

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、B

【解析】

结合函数的对应性，利用充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【详解】

解：若 $x_0 = 4$ ，则 $f(x_0) = f(4) = 17$ ，即 $y_0 = 17$ 成立，

若 $f(x) = x^2 + 1$ ，则由 $f(x_0) = y_0 = 17$ ，得 $x_0 = \pm 4$ ，

则“ $y_0 = 17$ ”是“ $x_0 = 4$ ”的必要不充分条件，

故选：B.

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，结合函数的对应性是解决本题的关键，属于基础题.

2、A

【解析】

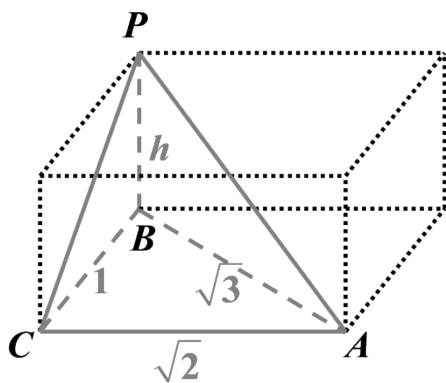
由 $AC \perp BC$, $PB \perp$ 平面 ABC , 可将三棱锥 $P-ABC$ 还原成长方体, 则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球即为长方体的外接球, 进而求解.

【详解】

由题, 因为 $AC = \sqrt{2}$, $BC = 1$, $AC \perp BC$, 所以 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{3}$,

设 $PB = h$, 则由 $PA = 2PB$, 可得 $\sqrt{3 + h^2} = 2h$, 解得 $h = 1$,

可将三棱锥 $P-ABC$ 还原成如图所示的长方体,



则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球即为长方体的外接球, 设外接球的半径为 R , 则 $2R = \sqrt{1^2 + (\sqrt{2})^2 + 1^2} = 2$, 所以 $R = 1$,

所以外接球的体积 $V = \frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{4\pi}{3}$.

故选:A

【点睛】

本题考查三棱锥的外接球体积, 考查空间想象能力.

3、D

【解析】

通过复数的乘除运算法则化简求解复数为： $a+bi$ 的形式，即可得到复数的虚部.

【详解】

$$\text{由题可知 } z = \frac{i^{2020} + 3i}{1+i} = \frac{1+3i}{1+i} = \frac{(1+3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{1+2i-3i^2}{1-i^2} = 2+i,$$

所以 z 的虚部是 1.

故选：D.

【点睛】

本题考查复数的代数形式的混合运算，复数的基本概念，属于基础题.

4、A

【解析】

由 $ax-b>0$ 的解集，可知 $a>0$ 及 $\frac{b}{a}=1$ ，进而可求出方程 $(ax+b)(x-3)=0$ 的解，从而可求出 $(ax+b)(x-3)>0$ 的解集.

【详解】

由 $ax-b>0$ 的解集为 $(1, +\infty)$ ，可知 $a>0$ 且 $\frac{b}{a}=1$ ，

令 $(ax+b)(x-3)=0$ ，解得 $x_1=-1$ ， $x_2=3$ ，

因为 $a>0$ ，所以 $(ax+b)(x-3)>0$ 的解集为 $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ ，

故选：A.

【点睛】

本题考查一元一次不等式、一元二次不等式的解集，考查学生的计算求解能力与推理能力，属于基础题.

5、C

【解析】

根据抛物线定义，可得 $|AF|=|AA_1|$ ， $|BF|=|BB_1|$ ，

又 $AA_1 \parallel FK \parallel BB_1$ ，所以 $\frac{|A_1K|}{|B_1K|} = \frac{|AF|}{|BF|} = 2$ ，所以 $\frac{|A_1K|}{|B_1K|} = \frac{|AA_1|}{|BB_1|} = 2$ ，

设 $|BB_1|=m(m>0)$ ，则 $|AA_1|=2m$ ，则 $\cos \angle AFx = \cos \angle BAA_1 = \frac{|AA_1|-|BB_1|}{|AB|} = \frac{2m-m}{2m+m} = \frac{1}{3}$ ，

所以 $\sin \angle AFx = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ，所以直线 l 的斜率 $k = \tan \angle AFx = 2\sqrt{2}$ ．故选 C.

6、D

【解析】

设出 M 的坐标为 (x, y) ，依据题目条件，求出点 M 的轨迹方程 $x^2 + (y - 2)^2 = 8$ ，

写出点 M 的参数方程, 则 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 2\sqrt{2} \cos \theta$, 根据余弦函数自身的范围, 可求得 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}$ 结果.

【详解】

设 $M(x, y)$, 则

$$\therefore \frac{|MA|}{|MO|} = \sqrt{2}, \quad A(0, -2)$$

$$\therefore \frac{\sqrt{x^2 + (y+2)^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \sqrt{2}$$

$$\therefore x^2 + (y+2)^2 = 2(x^2 + y^2)$$

$$\therefore x^2 + (y-2)^2 = 8 \text{ 为点 } M \text{ 的轨迹方程}$$

$$\therefore \text{点 } M \text{ 的参数方程为 } \begin{cases} x = 2\sqrt{2} \cos \theta \\ y = 2 + 2\sqrt{2} \sin \theta \end{cases} \quad (\theta \text{ 为参数})$$

则由向量的坐标表达式有:

$$\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 2\sqrt{2} \cos \theta$$

$$\text{又} \therefore \cos \theta \in [-1, 1]$$

$$\therefore \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 2\sqrt{2} \cos \theta \in [-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$$

故选: D

【点睛】

考查学生依据条件求解各种轨迹方程的能力, 熟练掌握代数式转换, 能够利用三角换元的思想处理轨迹中的向量乘积, 属于中档题. 求解轨迹方程的方法有: ①直接法; ②定义法; ③相关点法; ④参数法; ⑤待定系数法

7、B

【解析】

根据不等式的性质对选项逐一判断即可.

【详解】

选项 A: 由于 $a < b < 0$, 即 $ab > 0$, $b - a > 0$, 所以 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab} > 0$, 所以 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 所以成立;

选项 B: 由于 $a < b < 0$, 即 $a - b < 0$, 所以 $\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a} = \frac{b}{a(a-b)} < 0$, 所以 $\frac{1}{a-b} < \frac{1}{a}$, 所以不成立;

选项 C: 由于 $a < b < 0$, 所以 $-a > -b > 0$, 所以 $|a| > |b|$, 所以成立;

选项 D: 由于 $a < b < 0$, 所以 $-a > -b > 0$, 所以 $|a| > |b|$, 所以 $a^2 > b^2$, 所以成立.

故选：B.

【点睛】

本题考查不等关系和不等式，属于基础题.

8、A

【解析】

易得 $B(-\frac{c}{2}, \frac{bc}{2a})$ ，过 B 作 x 轴的垂线，垂足为 T ，在 $\triangle F_1TB$ 中，利用 $\frac{BT}{F_1T} = \tan \frac{\pi}{3}$ 即可得到 a, b, c 的方程.

【详解】

由已知，得 $B(-\frac{c}{2}, \frac{bc}{2a})$ ，过 B 作 x 轴的垂线，垂足为 T ，故 $F_1T = \frac{c}{2}$ ，

又 $\angle BF_1F_2 = \frac{\pi}{3}$ ，所以 $\frac{BT}{F_1T} = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$ ，即 $\frac{\frac{bc}{2}}{\frac{c}{2}} = \frac{b}{a} = \sqrt{3}$ ，

所以双曲线 C 的离心率 $e = \sqrt{1 + (\frac{b}{a})^2} = 2$.

故选：A.

【点睛】

本题考查双曲线的离心率问题，在作双曲线离心率问题时，最关键的是找到 a, b, c 的方程或不等式，本题属于容易题.

9、C

【解析】

根据向量的数量积运算，由向量的关系 $|\vec{a} + 2\vec{b}| = |2\vec{a} - \vec{b}| \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$ ，可得选项.

【详解】

$$|\vec{a} + 2\vec{b}| = |2\vec{a} - \vec{b}| \Leftrightarrow |\vec{a} + 2\vec{b}|^2 = |2\vec{a} - \vec{b}|^2 \Leftrightarrow \vec{a}^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b}^2 = 4\vec{a}^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2,$$

$$Q|\vec{a}| = |\vec{b}| \neq 0, \therefore \text{等价于 } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b},$$

故选：C.

【点睛】

本题考查向量的数量积运算和命题的充分、必要条件，属于基础题.

10、D

【解析】

根据面面关系判断 A；根据否定的定义判断 B；根据充分条件，必要条件的定义判断 C；根据逆否命题的定义判断 D.

【详解】

若平面 α, β, γ , 满足 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$, 则 α, β 可能相交, 故 A 错误;

命题“ $p: \forall x \in R, 1-x^2 \leq 1$ ”的否定为 $\neg p: \exists x_0 \in R, 1-x_0^2 > 1$, 故 B 错误;

$p \vee q$ 为真, 说明 p, q 至少一个为真命题, 则不能推出 $p \wedge q$ 为真; $p \wedge q$ 为真, 说明 p, q 都为真命题, 则 $p \vee q$ 为真, 所以“命题 $p \vee q$ 为真”是“命题 $p \wedge q$ 为真”的必要不充分条件, 故 C 错误;

命题“若 $(x-1)e^x + 1 = 0$, 则 $x = 0$ ”的逆否命题为: “若 $x \neq 0$, 则 $(x-1)e^x + 1 \neq 0$ ”, 故 D 正确;

故选 D

【点睛】

本题主要考查了判断必要不充分条件, 写出命题的逆否命题等, 属于中档题.

11、A

【解析】

先求解函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{8}$ 对称的等价条件, 得到 $\varphi = k\pi + \frac{7}{8}\pi, k \in \mathbf{Z}$, 分析即得解.

【详解】

若函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{8}$ 对称,

$$\text{则 } 3 \times \left(-\frac{\pi}{8}\right) + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z},$$

$$\text{解得 } \varphi = k\pi + \frac{7}{8}\pi, k \in \mathbf{Z},$$

故“ $\varphi = -\frac{\pi}{8}$ ”是“函数 $f(x) = \sin(3x + \varphi)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{8}$ 对称”的充分不必要条件.

故选: A

【点睛】

本题考查了充分不必要条件的判断, 考查了学生逻辑推理, 概念理解, 数学运算的能力, 属于基础题.

12、B

【解析】

分别求出两个随机变量的分布列后求出它们的期望和方差可得它们的大小关系.

【详解】

ξ_1 可能的取值为 0, 1, 2; ξ_2 可能的取值为 0, 1,

$$P(\xi_1 = 0) = \frac{4}{9}, P(\xi_1 = 2) = \frac{1}{9}, P(\xi_1 = 1) = 1 - \frac{4}{9} - \frac{1}{9} = \frac{4}{9},$$

$$\text{故 } E\xi_1 = \frac{2}{3}, D\xi_1 = 0^2 \times \frac{4}{9} + 2^2 \times \frac{1}{9} + 1^2 \times \frac{4}{9} - \frac{4}{9} = \frac{4}{9}.$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/066011011232011003>