江苏省南京市高考 数学三模试卷

一、填空题（共 14 小题，每小题 3 分，满分 42 分）

1．已知集合 M={0, 2, 4}, N={x|x=^, aC M},则集合 M PN= __________.
2

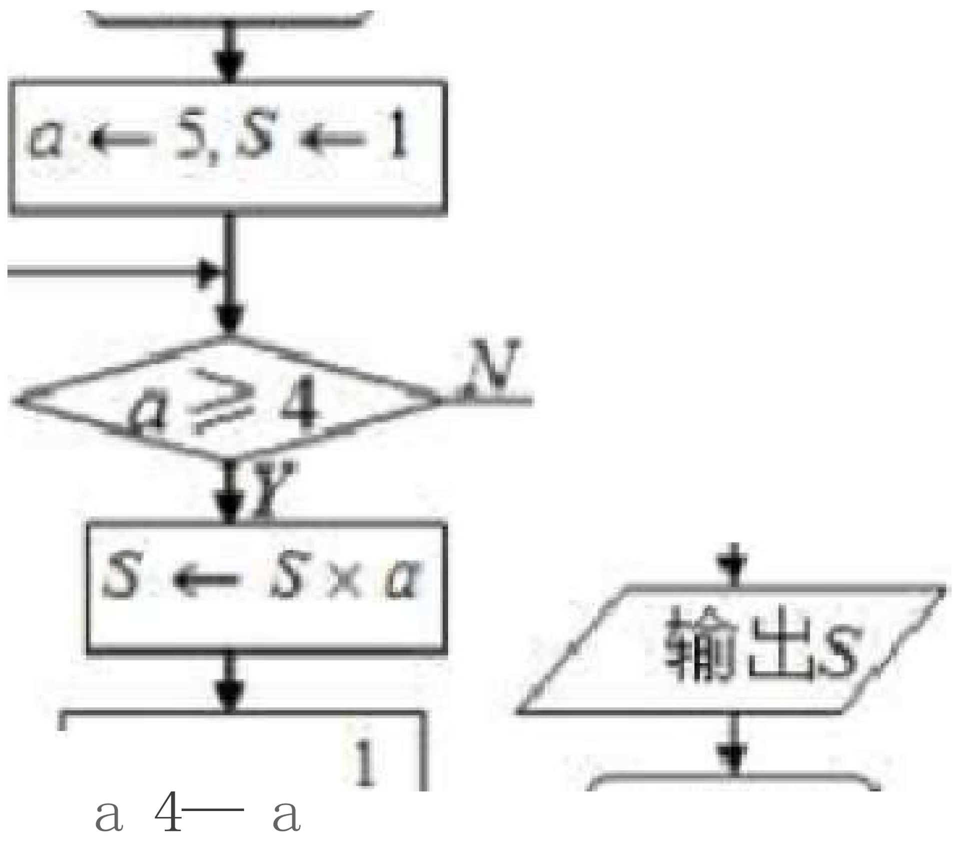
2．已知 0vav2,复数 z 的实部为 a,虚部为 1,则忆|的取值范围是 .

3．若直线 li： x+2y-4=0 与 I2： mx+ （2-m） y-3=0 平行，则实数 m 的值为.

4．某校有 A，B 两个学生食堂，若 a，b，c 三名学生各自随机选择其中的一个食堂用餐，则三人不在同一个食堂用餐的概率为

5．如图是一个算法流程图，则输出的 S 的值是

开 始

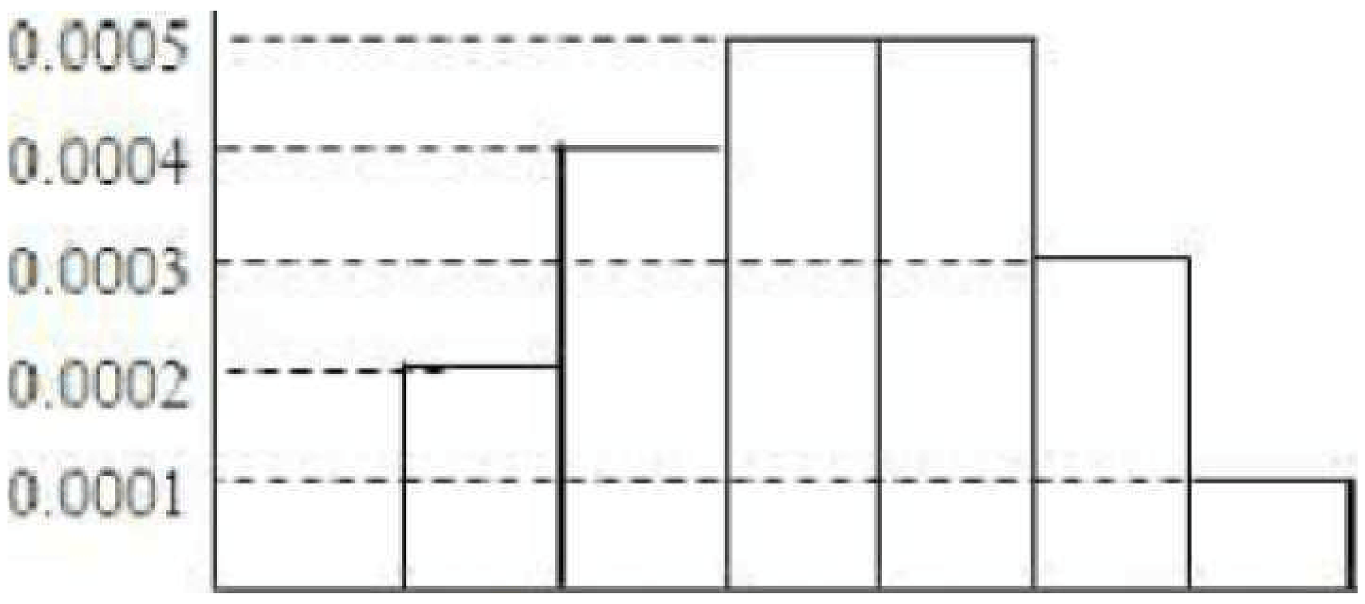


a 4— a

结束

6．一个社会调查机构就某地居民的月收入调查了 10000 人，并根据所得数据画了样本的频率分布直方图（如图）．为了分析居民的收入与年龄、学历、职业等方面的关系，要从这 10000 人中再用分层抽样方法抽出 100 人作进一步调查，则在［2500, 3000）（元）月收入段应抽出

f 频率组距



月收入:
元）

10001500 200T 2500 如网 J500 4Mo

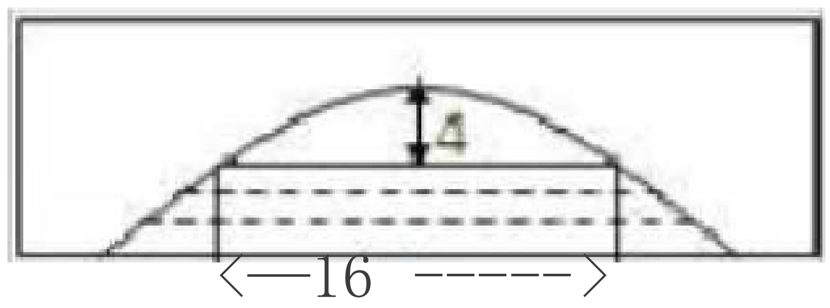
7．已知 l 是直线，“、3 是两个不同的平面，下列命题中的真命题是 .(填所有真命题的 序号)

①若 l // a, l// 3,则 a// 3　②若△ 3, l// a,则 口 3

③若 l // a, a// 3,则 l // 3　④若吐 a, l // £　则 al 3

8．如图，抛物线形拱桥的顶点距水面　4m 时，测得拱桥内水面宽为　16m；当水面升高 3m 后，

拱桥内水面的宽度为 m .



9．已知正数 a, b, c 满足 3a-b+2c=0,则』占的最大值为 .

10．在^ ABC 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c,且 a的,b=3, sinC=2sinA,则△ ABC 的 面积为.

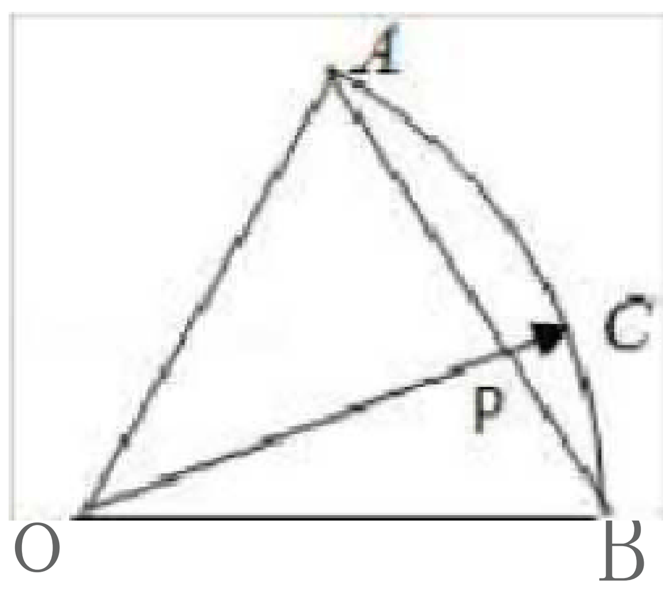
11．已知 S_n 是等差数列 {4} 的前 n 项和，若 $S_{2>}4$, $S_{4<}16$,则比的最大值是

12．将函数 f (x) =sin (2x+ 0)(- 不< 9<——)的图象向右平移 4 (0v <K 兀)个单位长度后 bi

得到函数 g (x)的图象，若 f (x), g (x)的图象都经过点 P (0,1]),则 4 的值为.

13．如图，在半彳仝为 1 的扇形 AOB 中，/AOB=60°，C 为弧上的动点，AB 与 OC 交于点 巳则加,而

的　最　小　值　是



一　.一，一 .... Q　ill　. ....

14．用 min{m, n}表布 m, n 中的取小值.已知函数 f (x) =x+ax3~, g (x) = - lnx,设函数 h (x)

=min{f (x), g (x) } (x>0),若 h (x)有 3 个零点，则实数 a 的取值范围是 .

二、解答题(共 6 小题，满分 88 分)

15．在平面直角坐标系 xOy 中，点 A (cos 0 , V2| sin 9), B (sin 0 , 0),其中 OCR.

2 兀一一 一..........

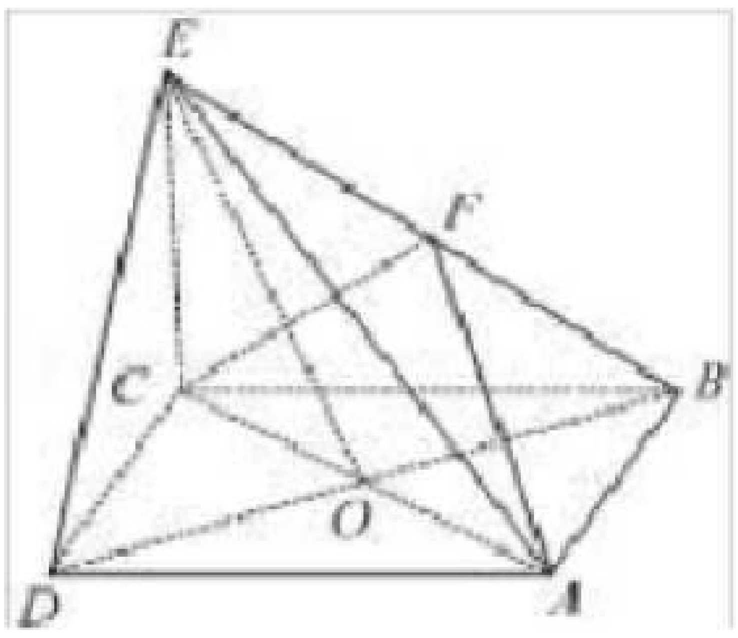
(i)当 9=　,求向重 AB 的坐标;

(n)当°　e [0,时，求麻|的最大值.

16．如图，在四棱锥 E- ABCD 中，底面 ABCD 是正方形，AC 与 BD 交于点 O，EC，底面 ABCD，F 为 BE 的中点.

(1)求证：DE//平面 ACF；

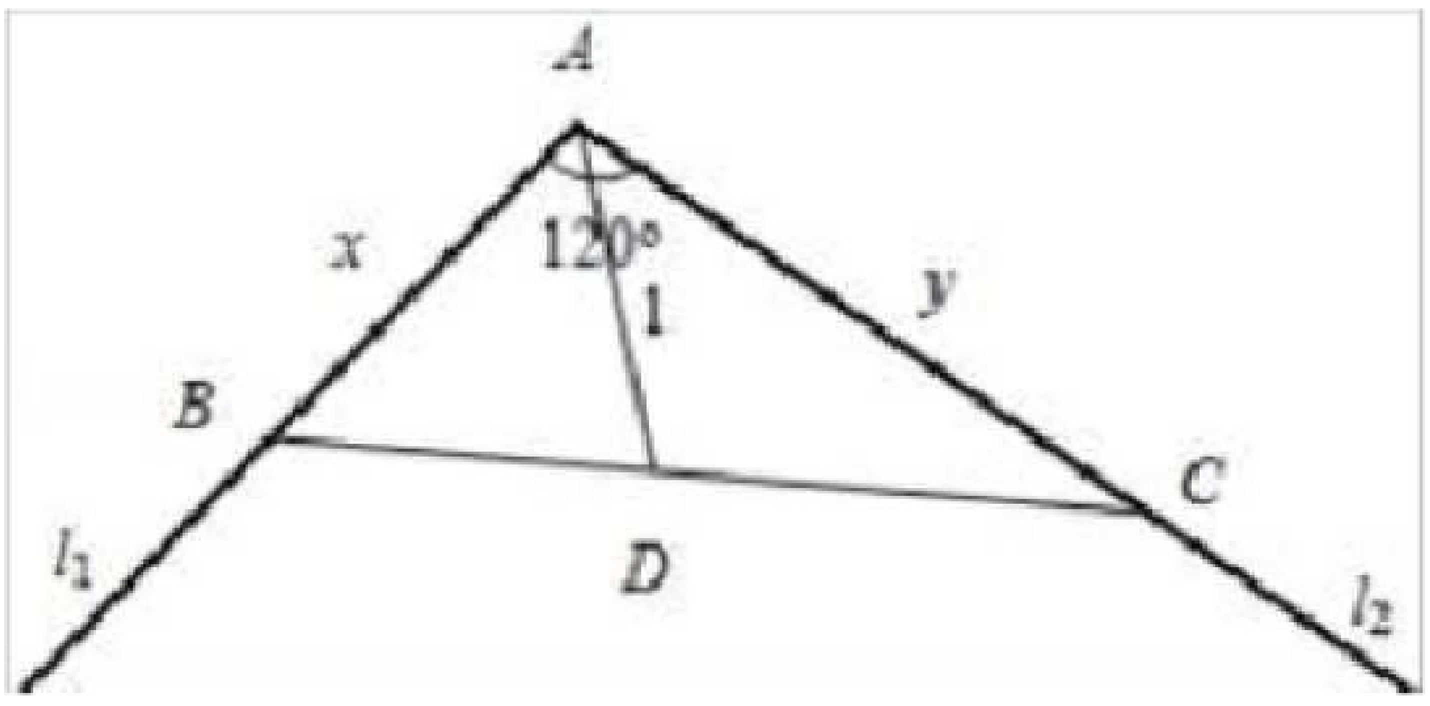
(2)若 AB=J^CE,在线段 EO 上是否存在点 G,使得 CG，平面 BDE?若存在，请证明你的结论； 若不存在，请说明理由.



17．如图，某水域的两直线型岸边 $l_{i,}$ l_2成定角 120。，在该水域中位于该角角平分线上且与顶点 A 相距 1 公里的 D 处有一固定桩.现某渔民准备经过该固定桩安装一直线型隔离网 BC（B，C 分别在 l_1和 l_2上)，围出三角形 ABC 养殖区，且 AB 和 AC 都不超过 5 公里.设 AB=x 公里，AC=y* 里.

(1)将 y 表示成 x 的函数，并求其定义域；

(2)该渔民至少可以围出多少平方公里的养殖区？



18．已知点 P 是椭圆 C 上的任一点，P 到直线 1″ x=-2 的距离为 d1，到点 F(- 1，0)的距离为 d_2，且 $\frac{d_2}{d_1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

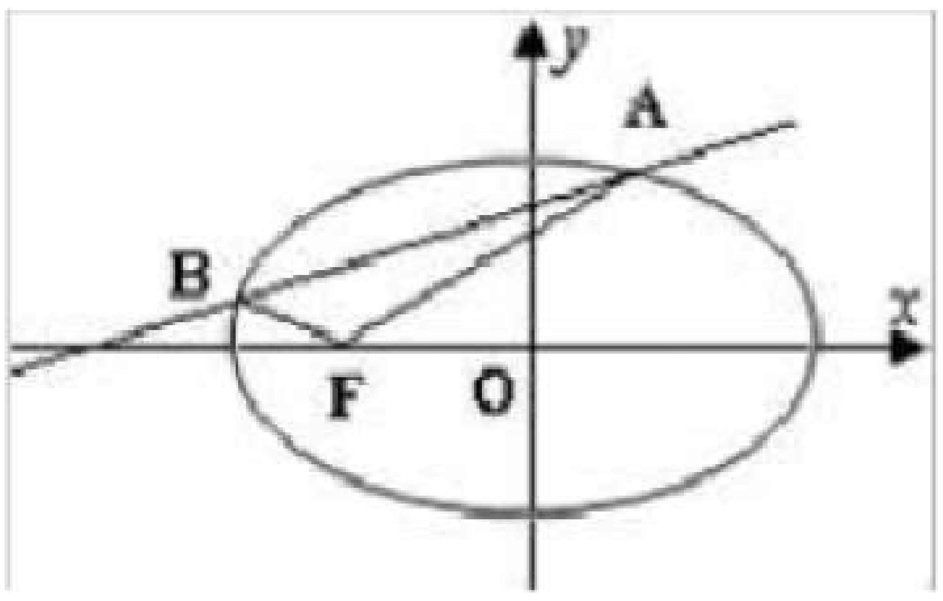
(1)求椭圆 C 的方程；

(2)如图，直线 1 与椭圆 C 交于不同的两点 A，B（A，B 都在 x 轴上方)，且 /OFA+/ OFB=180°．

(i)当 A 为椭圆 C 与 y 轴正半轴的交点时，求直线 1 的方程；

(ii)是否存在一个定点，无论/ OFA 如何变化，直线 l 总过该定点？若存在，求出该定点的坐标；

若不存在，请说明理由.



19 .已知函数 g (x) =2alnx+x_2— 2x, aC R.

(1)若函数 g (x)在定义域上为单调增函数，求 a 的取值范围；

(2)设 A, B 是函数 g (x)图象上的不同的两点， P (x°, y°)为线段 AB 的中点.

(i)当 a=0 时，g (x)在点 Q ($x_{0,}$ g (x。))处的切线与直线 AB 是否平行？说明理由；

(ii)当 aw0 时，是否存在这样的 A, B,使得 g (x)在点 Q (x。, g (x。))处的切线与直线 AB 平行？说明理由.

20 .已知数列{a_n}，{b_n}满足 b_n=a_{n+i-} $a_{n,}$其中 n=1, 2, 3,….

(I)若 a_i=1, b_n=n,求数列{4}的通项公式；

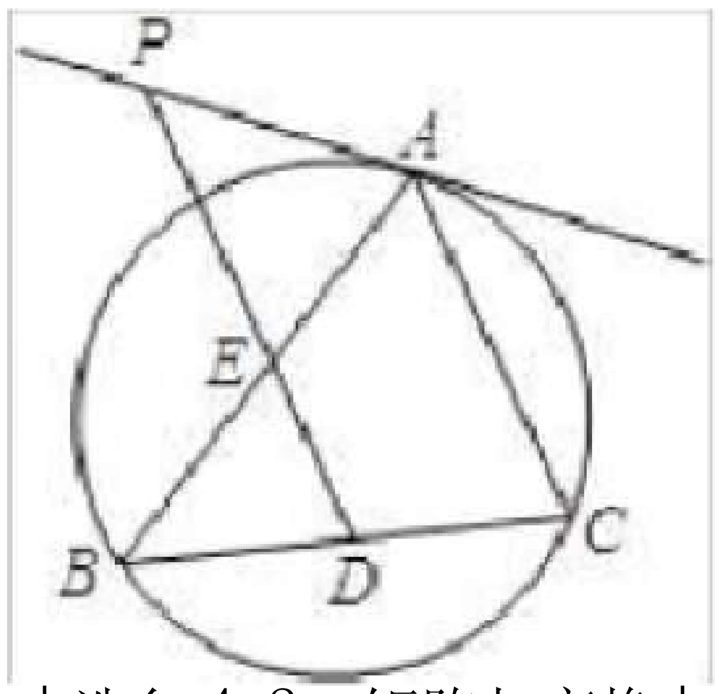
(II)若 $b_{n+i}$$b_{n\ i}$=$b_n$ (n>2),且 b_i=1, $b_?$=2.

(i)记 C_n=$\%_{n-1}$ (n>1),求证：数列{C_n}为等差数列；

(ii)若数列{2]中任意一项的值均未在该数列中重复出现无数次.求 a_i应满足的条件.
n

[选彳 4-1 :几何证明选讲]

21.如图，△ ABC 内接于圆 O, D 为弦 BC 上一点，过 D 作直线 DP//AC,交 AB 于点 E,交圆 O 在 A 点处的切线于点 P.求证：△ PA® ABDE.



[选彳 4-2 :矩阵与变换]

、, - 一, , , , 、一, |兀 A, , 、, , 、, 一 , 一, , 、, -, -- 、, 一
, 一, , 、, -, --

22 . 变换 T_i 是逆时针旋转下角的旋转变换，对应的变换矩阵是 M″变换 T_2 对应的变换矩阵是

/ 1 1]
M_2- .
Lo 1」

(1)点 P (2, 1)经过变换 Ti 得到点 P',求 P'的坐标;

(2)求曲线 $y=x^2$ 先经过变换 $T_{i,}$ 再经过变换 T_2 所得曲线的方程.

[选彳 4-4 :坐标系与参数方程]

23 . 在平面直角坐标系 xOy 中，以原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.设点 A, B

口二口。 Q
分别在曲线 Ci: J C (。为参数)和曲线 C2：k1 上，求 AB 的最大值.
U=4f2sin0

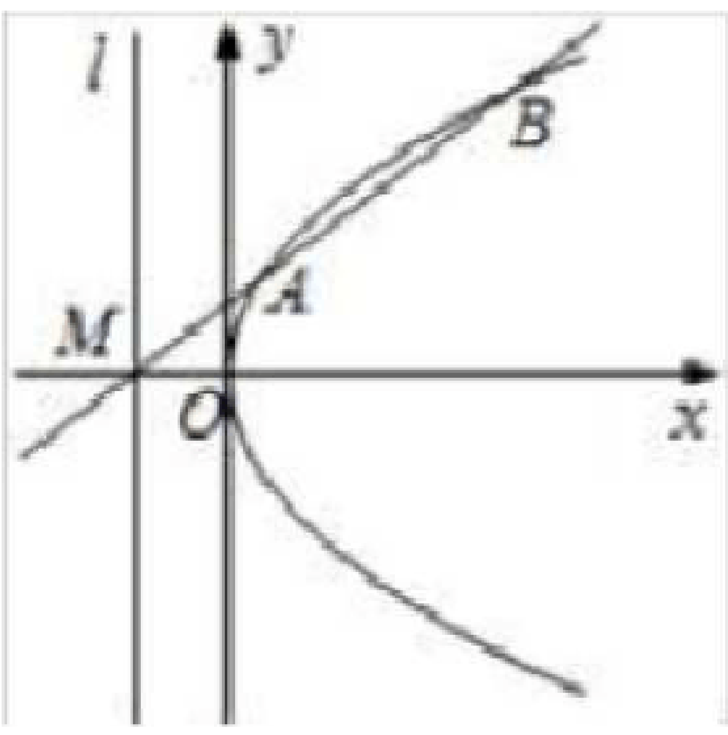
[选彳 4-5 :不等式选讲]

24 . 已知：a> 2, xCR.求证：|x－1+a|+|x— a|> 3.

25 . 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y_2=2px$ (p>0)的准线 l 与 x 轴交于点 M,过 M 的直线与抛物线交于 A, B 两点.设 A (x1, yj 到准线 l 的距离为 d,且 d= Xp (入>0).

(1)若 y_1=d=1,求抛物线的标准方程;

(2) 若氤+入彘=5,求证：直线 AB 的斜率为定值.



26 . 设 f (n) = (a+b) n (nC N*, n>2),若 f (n)的展开式中，存在某连续 3 项，其二项式系数依次成等差数列，则称 f (n)具有性质 P.

(1)求证：f(7)具有性质 P;

(2)若存在 nW 2016,使 f (n)具有性质 P,求 n 的最大值.

参考答案与试题解析

一、填空题(共 14 小题，每小题 3 分，满分 42 分)

1．已知集合 M={0, 2, 4}, N={x|x 丹，aC M},则集合 M PN= {0, 2}.
2 --------

【考点】交集及其运算.

【分析】把 M 中元素代入 x=二确定出 N,求出两集合的交集即可.

【解答】解：把 a=0,代入得：x=0;把 a=2 代入得：x=1;把 a=4 代入得：x=2,

N={0, 1, 2},

,. M={0, 2, 4},

M PN={0, 2},

故答案为：{0,2}

2．已知 0vav2,复数 z 的实部为 a,虚部为 1,则忆|的取值范围是 (1,炳）.

【考点】复数的代数表示法及其几何意义.

【分析】由复数 z 的实部为 a,虚部为 1,知忆尸再由 0va<2,能求出|z|的取值范围.

【解答】解：二.复数 z 的实部为 a,虚部为 1,

• ■• izi=m

• • -0<a<2,

• ■-1<|z|=Va^+1<V5.

故答案为：(1,伺.

…小 一 , 、 …—, … |2：

3.右直线 I/ x+2y-4=0 与 $1_{2:}$ mx+ (2-m) y-3=0 平行，则头数 m 的值为 不~ .

【考点】直线的一般式方程与直线的平行关系.

【分析】直线 1″ x+2y- 4=0 与 $1_{2:}$ mx+ (2-m) y-3=0 平行，直线 1_1 的斜率存在，因此直线 1_2 的斜率也存在.化为斜截式，利用直线相互平行的充要条件即可得出.

【解答】解：二• 直线 $1_{1:}$ x+2y - 4=0 与 $1_{2:}$ mx+ (2-m) y-3=0 平行，直线 1_1 的斜率存在,

，直线 1_2 的斜率也存在.

两条直线的方程可以化为： y=--x+2; y= 、x+「

TTl 占 上 ID

士

-m ,　　3

2-ID-2. 2 2F

“ m　　2

解得：m=—.

J

,　　9

故答案为：—.

4 . 某校有 A, B 两个学生食堂，若 a, b, c 三名学生各自随机选择其中的一个食堂用餐，则三人

3

不在同一个食堂用餐的概率为　—.

一 Q!-

【考点】古典概型及其概率计算公式.

【分析】先求出基本事件的总数，再找出所要求的事件包括的基本事件的个数，利用古典概型的概率计算公式即可得出

【解答】解：甲学生随机选择其中的一个食堂用餐可有两种选法，同理乙，丙也各有两种选法，

根据乘法原理可知：共有 2_3=8 中选法；

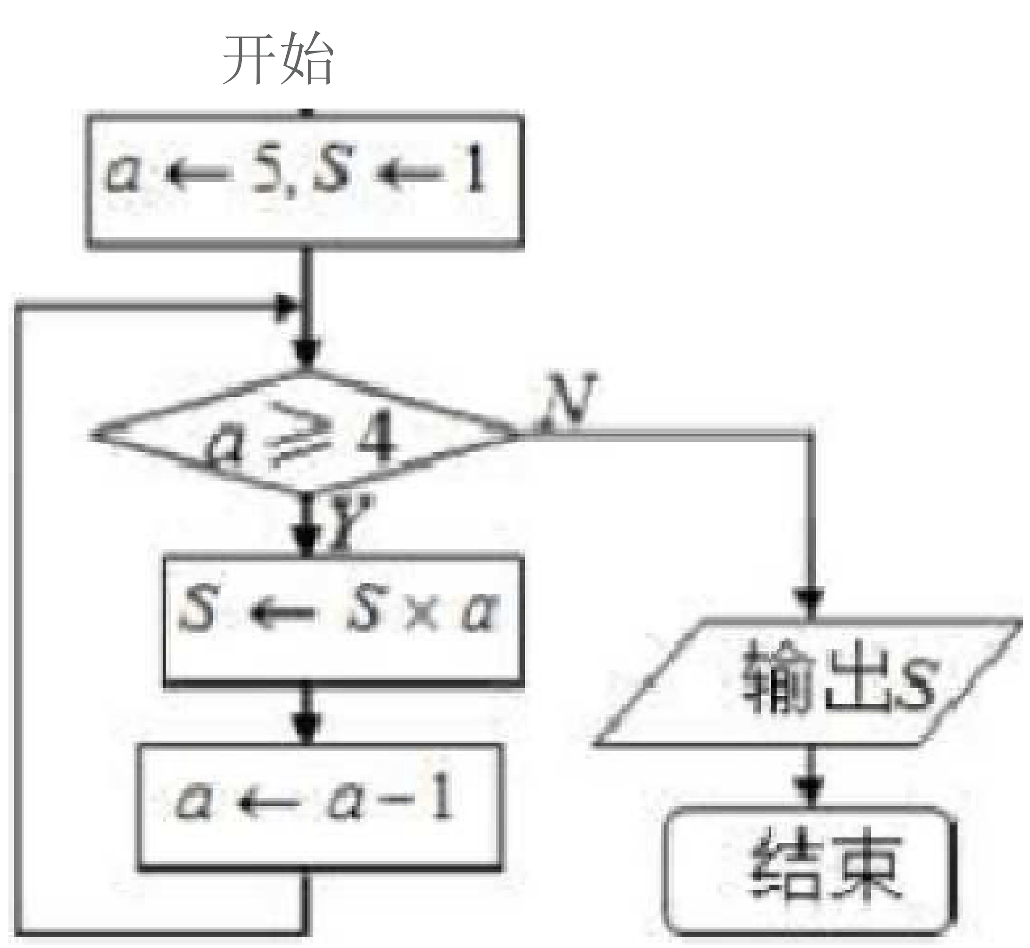
其中他们在同一个食堂用餐的方法只有两种：一种是都到第一个食堂，另一种是都到第二个食堂，

则他们不同在一个食堂用餐的选法有　8-2=6;

他们不同在一个食堂用餐的概率为 ；=：. ==

故答案为：彳

5 . 如图是一个算法流程图，则输出的　S 的值是 20 .



【考点】程序框图.

【分析】由已知中的程序语句可知：该程序的功能是利用循环Z构计算并输出变量 S的值，模拟程序的运行过程，分析循环中各变量值的变化情况，可得答案.

【解答】解：模拟执行程序，可得

a=5, S=1

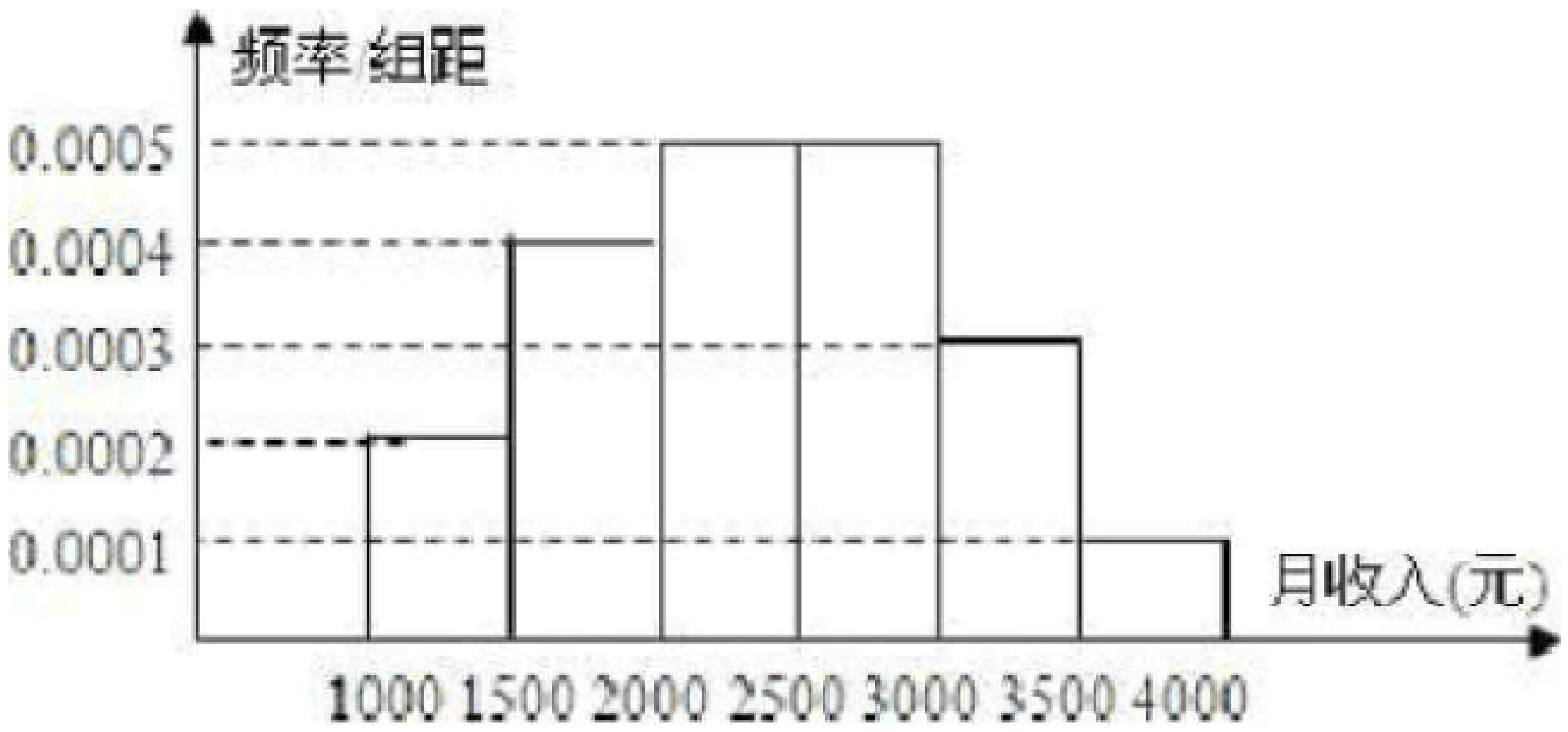
满足条件 a> 4,执行循环体，S=5, a=4

满足条件 a> 4,执行循环体，S=20, a=3

不满足条件 a>4,退出循环，输出 S 的值为 20.

故答案为：20.

6. 一个社会调查机构就某地居民的月收入调查了 10000 人，并根据所得数据画了样本的频率分布直方图（如图）. 为了分析居民的收入与年龄、学历、职业等方面的关系，要从这 10000 人中再用分层抽样方法抽出 100 人作进一步调查，则在[2500, 3000)（元）月收入段应抽出 25 人.



【考点】分层抽样方法.

【分析】直方图中小矩形的面积表示频率，先计算出 [2500, 3000) 内的频率，再计算所需抽取人数即可.

【解答】解：由直方图可得 [2500, 3000)(元)月收入段共有 10000 >0.0005>500=2500 人

按分层抽样应抽出 250。x 人

故答案为：25

7 .已知 l 是直线，“、3 是两个不同的平面，下列命题中的真命题是 ④.(填所有真命题的序号)

①若 l // % l// 3,则 a// 3 ②若 3, l // % 则 11 3

③若 l // a, a// 3,则 l // 3 ④若吐 a, l // £ 则 a1 3

【考点】空间中直线与平面之间的位置关系.

【分析】利用线面平行、面面平行线面垂直的判定定理和性质定理对四个命题逐一分析解答.

【解答】解：对于 ①若 l// a, l// 3,则″与 3 可能相交；故 ①错误；

对于②若 $_0$a 3, l// /,则 l 与 3 可能平行；故 ②错误；

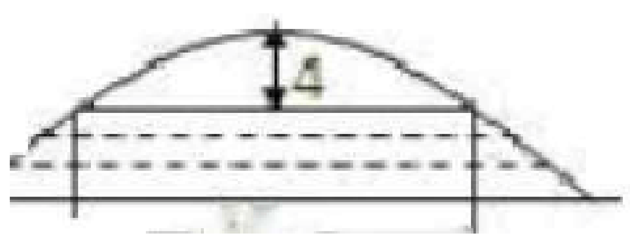
对于③若 l//a, ///工则 l 可能在 3 内，故③错误；

对于④若 l，a, l// 3,由线面垂直和线面平行的性质定理，以及面面垂直的判定定理，可得

3,故④正确；

故选：④

8 .如图，抛物线形拱桥的顶点距水面 4m 时，测得拱桥内水面宽为 16m；当水面升高 3m 后，拱桥内水面的宽度为 8 m.



【考点】椭圆的应用.

【分析】先根据题目条件建立直角坐标系， 设出抛物线的方程，然后利用点在曲线上， 确定方程，求得点的坐标，也就得到水面的宽.

【解答】解：以抛物线的顶点为原点，对称轴为 y 轴建立直角坐标系

设其方程为 x^2=2py (pw0)，• 「A (8, - 4)为抛物线上的点

，64=2px (—4)「. 2p=—16,抛物线的方程为 x2= - 16y

设当水面上升 3 米时，点 B 的坐标为(a, － 1)（a＞ 0）

. • . a^2= (T6) x (-1)

a=4

故水面宽为 8 米.

故答案为：8.

9 . 已知正数 a, b, c 满足 3a-b+2c=0, 则乜资的最大值为

【考点】基本不等式.

【分析】消去 b, 结合基本不等式的性质求出最大值，即可得答案.

【解答】解：根据题意，设 t=ˆ,

由 3a- b+2c=0 可得 3a+2c=b,

$$=\frac{\sqrt{ac}}{b}=\frac{\sqrt{ac}}{3a+2c}=\frac{1}{3\sqrt{\frac{a}{c}}+2\sqrt{\frac{c}{a}}}\leqslant\frac{1}{2\sqrt{3\sqrt{\frac{a}{c}}\cdot2\sqrt{\frac{c}{a}}}}=\frac{1}{2\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{12}$$

当且仅当 a=c 时="成立，

贝U tw返, 即一 12
b

的最大值为 $\frac{\sqrt{6}}{12}$;

故答案为：-j-y.

10 . 在ˆ ABC 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, 且 a=/5, b=3, sinC=2sinA, 则△ ABC 的

面积为 3 .

【考点】正弦定理.

【分析】由已知及正弦定理可求 c 的值，利用余弦定理即可求得 cosB 的值，利用同角三角函数

基本关系式可求 sinB 的值，根据三角形面积公式即可计算得解.

【解答】解：在ˆ ABC 中，= sinC=2sinA, a=/亏，b=3,

由正弦定理可得：c=2a=2\花,

，由余弦 TE 理可得： cosB= ---- ------ 三口 7 加丁ˆˆL, 可得:sinB=/l - 皿口 E 芍，

] L 3

S_{AABC}=_acsinB=y X, X 2ˆ5 ˆy=3.

故答案为：3.

11．已知 S_n 是等差数列｛a_n｝的前 n 项和，若 S_2>4，S_4< 16，则%的最大值是 <u>9</u>．

【考点】等差数列的前 n 项和.

【分析】由 S2>4，S_{4W}I6，知 $2a_i$+d>4，$4a_i$+6d< 16，所以 16>4&+6d=2（$2a_[$+d）+4dR8+4d，

得到 d< 2，由此能求出 a_5 的最大值.

【解答】解：：S2A4，S_{4W} 16，

a_1+a_2>4，即 $2a_1$+d>4

$a_1+a_2+a_3+a_{4W}$ 16，即 4a（+6dw 16

所以 16>$4a_1$+6d=2（$2a_[$+d）+4d>8+4d，

得到 d<2，

所以 4（a_1+4d）=4a（+6d+10dw 16+20，

即 $a_{§w}$ 9

• .a_5 的最大值为 9.

故答案为：9.

12.将函数 f（x）=sin（2x+0)(一 7U/7)的图象向右平移 4（0V(f)v 兀)个单位长度后得到函数 g（x)的图象，若 f（x)，g（x)的图象都经过点 P（0，），则 4 的值为

【考点】正弦函数的图象.

【分析】由 f（x)的图象经过点 P(0，一不)，且一司 V ₀工，可得 ₀=₇ 又由 g（x)的图象也经过点 P（0，胃)，可求出满足条件的 。的值

【解答】解：将函数 f（x）=sin（2x+0）(--< JI X 兀)的图象向右平移 ())(0 v())< 兀)个单位长度后，

得到函数 g（x）=sin[2（x-（())+ 0]=sin（2x-2())+。)的图象，

若 f (x), g (x)的图象都经过点 P (0,悸),

V3

sin 0=. ,sin (—24+0) $=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 兀 0=- 3 兀 ~3 -2 力)=容,

, IT __ , 一, 一一一一一一.

— 2 j=2k 兀., kCZ,此时 (f)=kit, kC Z,不满足条件:0 V(f)< 兀;

J

″ _ , 2 ,k C Z,此时(f)= - k Tt- ,k€Z, 故 $\phi=\frac{5\pi}{6}$

兀

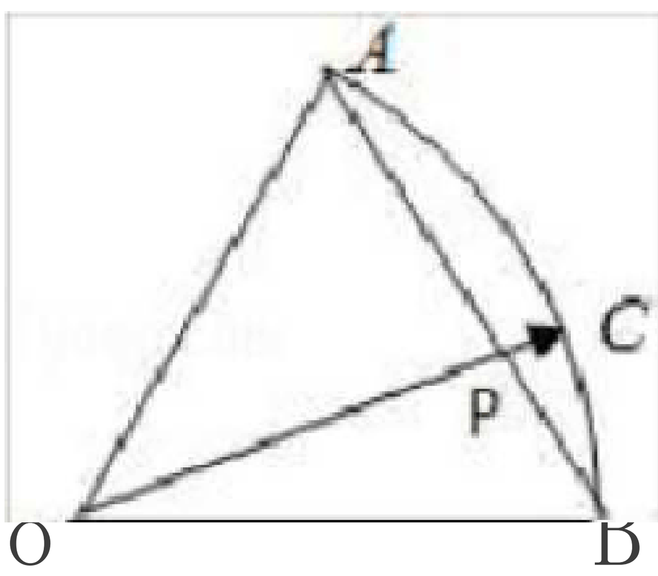
---2 *2k 兀+——

3 3

故答案为:

13.如图,在半彳至为1的扇形AOB中,/AOB=60°, C为弧上的动点,AB与OC交于点P,则

的最小值是-—言—



【考点】平面向量数量积的运算.

【分析】根据题意,可以得到^ OAB为等边三角形,则AB=1,设BP=x,则AP=1-x, (0<x< 1), 利用向量加法的三角形法则,将则 屈• 而向已知向量转化,运用向量数量积的定义,即可得到关于x的二次函数,利用二次函数的性质,即可求得答案.

【解答】解:= OA=OB=1, /AOB=60°,

• .△OAB为等边三角形,则 AB=1,

设 BP=x,贝UAP=1-x, (0WxW1),

OP-BP= $(OA+_{A}P)$ • 丽

=—」+一, P

=IOAI?lBP|cos<OA BP>+IAPI?BP|cos<AP, BP> 兀

=1 ^K*COS—+ (1 ┴— x) ?x?cos 兀 J

_ 2 _X

T 2 *

ix-即 2-需'

,.-0<x< 1 ,

，当 x=/时，而　而取得最小值为一 故答案为：一上-.

14.用 min{m, n}表示 m, n 中的最小值.已知函数 f (x) =x3+ax+j-, g (x) = - lnx,设函数 h (x) 5 3 =min{f (x),g(x) } (x> 0),若 h (x)有 3 个零点，则实数 a 的取值范围是　　　(一 丁，一 丁) .

【考点】函数零点的判定定理.

【分析】由已知可得 a< 0,进而可得若 h(x)有 3 个零点，则 J 甫 <1, f (1) >0, f(J J)

<0,解得答案.

【解答】解：= f (x) =x3+ax+^j-,

• f' (x) =3x2+a,

若 a>0,则 f' (x) >0 恒成立，函数 f (x) =x3+ax 号至多有一个零点，

此时 h (x)不可能有 3 个零点，故 av 0,

令 f' (x) =0,则 x= $\pm\sqrt{-\frac{a}{3}}$,

- g (1) =0,

• 若 h (x)有 3 个零点, 则 $\sqrt{-\frac{a}{3}}<1$, f (1) >0, f ($\sqrt{-\frac{a}{3}}$) <0,

-3<a<0

$$\begin{cases}\frac{5}{4}+a>0\\ \frac{2a}{3}\sqrt{-\frac{a}{3}}+\frac{1}{4}<0\end{cases},$$

5 3
解得：aC (-石，-下),

…… _5 3
故答案为：(石，