

## 第7周检测(第五章以前 30%+导数在研究函数中的应用 70%)

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若集合  $A = \{x \mid x^2 + x - 2 \leq 0\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 4\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

A.  $\{-1, 0, 1\}$      B.  $\{x \mid -2 < x \leq 1\}$

C.  $\{x \mid -2 < x < 1\}$      D.  $\{0, 1, 2\}$

2. 若复数  $z = \left(\frac{4+3i}{2-i}\right)^2 - 3$ , 则  $z$  的共轭复数为 ( )

A.  $-6-4i$      B.  $-4i$      C.  $-6+4i$      D.  $4i$

3. “ $\theta = -\frac{\pi}{6}$ ” 是 “ $\sin \theta = -\frac{1}{2}$ ” 成立的 ( )

A. 充分不必要条件     B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件     D. 既不充分也不必要条件

4. 已知等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = -2$ ,  $a_4 \cdot a_6 = 64$ , 则  $a_5 =$  ( )

A. 8     B.  $\pm 8$      C. -8     D.  $4\sqrt{2}$

5. 函数  $f(x) = (x-3)e^x$  的单调递减区间是 ( )

A.  $(-\infty, -2)$      B.  $(2, +\infty)$

C.  $(-\infty, 2)$      D.  $(-2, +\infty)$

6. 设  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数,  $f(2) = 0$ , 当  $x > 0$  时,  $xf'(x) - f(x) < 0$  恒成立, 则不等式  $xf(x) > 0$  的解集为 ( )

- A.  $(-2, 0) \cup (0, +\infty)$       B.  $(-2, 0) \cup (0, 2)$   
C.  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$       D.  $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$

7. 已知过点  $A(a, 0)$  可以作曲线  $y=(x-2)e^x$  的两条切线, 则实数  $a$  的取值范围是(    )

- A.  $(2, +\infty)$       B.  $(-\infty, -e) \cup (2, +\infty)$   
C.  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$       D.  $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

8. 设  $2^a=3^b=7^c<1$ , 则(    )

- A.  $7c<2a<3b$       B.  $3b<2a<7c$   
C.  $3b<7c<2a$       D.  $7c<3b<2a$

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 已知函数  $f(x)=x\ln x$ , 下列说法正确的有(    )

- A. 曲线  $y=f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为  $y=x-1$   
B.  $f(x)$  的单调递减区间为  $(0, \frac{1}{e})$   
C.  $f(x)$  的极大值为  $-\frac{1}{e}$   
D. 方程  $f(x)=1$  有两个不同的实数解

10. 若  $a, b$  为正实数, 且  $a>b$ , 则下列不等式一定成立的是(    )

A.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$       B.  $\ln a > \ln b$

C.  $a \ln a > b \ln b$     D.  $a - b < e^a - e^b$

11. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 + 2a_2 + \dots + 2^{n-1}a_n = n \cdot 2^{n+1}$ , 则 (      )

A.  $a_1 = 4$

B.  $\{a_n\}$  的前 10 项和为 150

C.  $\{(-1)^n a_n\}$  的前 11 项和为 -14

D.  $\{|a_n - 10|\}$  的前 16 项和为 168

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

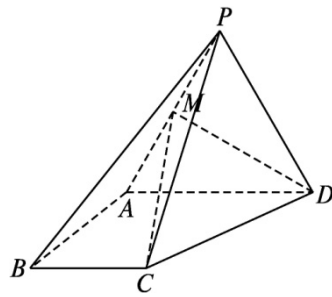
12. 已知入射光线经过点  $M(-3, 4)$ , 被直线  $l: x - 3 = 0$  反射, 反射光线经过点  $N(2, 6)$ , 则反射光线所在直线的方程为\_\_\_\_\_.

13. 已知曲线  $f(x) = ax^2 (a > 0)$  与曲线  $g(x) = e^x$  有公共点, 且在公共点处的切线相同, 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

14. (上海奉贤统考一模) 设函数  $y = \sin \omega x (\omega > 0)$  在区间  $(0, 2\pi)$  上恰有三个极值点, 则  $\omega$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分) 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $\triangle PAD$  为等边三角形,  $M$  为  $PA$  的中点,  $PD \perp AB$ , 平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD$ .



(1) 证明: 平面  $MCD \perp$  平面  $PAB$ ;

(2) 若  $AD \parallel BC$ ,  $AD=2BC$ ,  $CD=2AB$ , 求平面  $MCD$  与平面  $PBC$  夹角的余弦值.

16. (15分) 已知  $f(x) = x^3 + 3ax^2 + bx + a^2$  在  $x = -1$  处有极值 0.

(1) 求常数  $a, b$  的值;

(2) 求函数  $y = f(x)$  在区间  $[-4, 0]$  上的值域.

17. (15 分) 已知函数  $f(x) = e^x - a \ln(x+1)$ .

(1) 当  $a=1$  时, 求  $f(x)$  的最小值;

(2) 若  $a \geq 4$ , 判断  $f(x)$  的零点个数.

参考数据:  $\ln 2 \approx 0.693$ ,  $e \approx 2.718$ .

18. (17 分) 已知函数  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2 + ax - 1$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

(1) 若曲线  $y=f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线斜率为  $-4$ , 求  $f(x)$  的单调区间;

(2) 若存在唯一的  $x \in (0, 2)$ , 满足  $f(x) = f(-1)$ , 求  $a$  的取值范围.

19. (17 分) 已知  $f(x) = \frac{\ln x + a}{x}$ ,  $g(x) = e^x + \frac{2}{x} - 1$ .

(1) 若函数  $f(x)$  的图象在点  $(e, f(e))$  处的切线与直线  $2x - y + 8 = 0$  垂直, 求  $f(x)$  的极值;

(2) 当  $x > 0$  时,  $g(x) \geq f(x)$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

第7周检测(第五章以前 30%+导数在研究函数中的应用 70%)

1. A 解  $x^2+x-2 \leq 0$  可得  $-2 \leq x \leq 1$ ,

所以  $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 1\}$ .

又  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 4\} = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ,

所以  $A \cap B = \{-1, 0, 1\}$ .

故选 A.

2. A  $\frac{4+3i}{2-i} = \frac{(4+3i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{5+10i}{5} = 1+2i$ ,

所以  $z = (1+2i)^2 - 3 = -6+4i$ , 则  $\bar{z} = -6-4i$ .

故选 A.

3. A 由  $\theta = -\frac{\pi}{6}$ , 可得  $\sin \theta = -\frac{1}{2}$ , 故充分性成立, 当  $\theta = \frac{7\pi}{6}$  时,  $\sin \theta = -\frac{1}{2}$ , 则由  $\sin \theta = -\frac{1}{2}$  不能得出  $\theta = -\frac{\pi}{6}$ , 故必要性不成立, 所以 “ $\theta = -\frac{\pi}{6}$ ” 是 “ $\sin \theta = -\frac{1}{2}$ ”

成立的充分不必要条件. 故选 A.

4. C 因为  $\{a_n\}$  是等比数列, 设公比为  $q (q \neq 0)$ ,

所以  $a_4 a_6 = a_5^2 = 64$ ,

又  $a_5 = a_1 q^4 = -2q^4 < 0$ ,

所以  $a_5 = -8$ , 故选 C.

5. C 由题意得  $f'(x) = (x-2)e^x$ , 令  $f'(x) = (x-2)e^x < 0$ , 得  $x < 2$ , 故函数

$f(x) = (x-3)e^x$  的单调递减区间是  $(-\infty, 2)$ . 故选 C.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如  
要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/066123010152010235>