重难点 04 全等三角形中“手拉手”模型

【知识梳理】

【基本模型】

一、等边三角形手拉手出全等

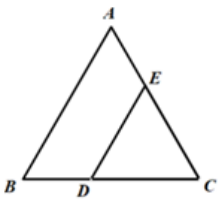


图 1

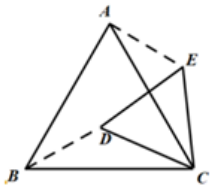


图 2

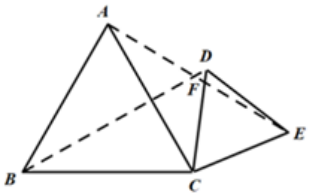


图 3

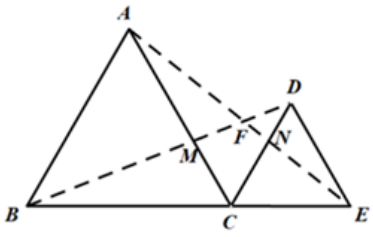


图 4

二、等腰直角三角形手拉手出全等

两个共直角顶点的等腰直角三角形，绕点 C 旋转过程中（B、C、D 不共线）始终有：

① △BCD≌△ACE；②BD⊥AE（位置关系）且 BD=AE（数量关系）；③FC 平分∠BFE；

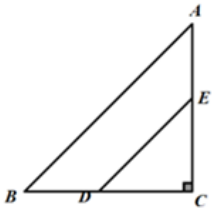


图 1

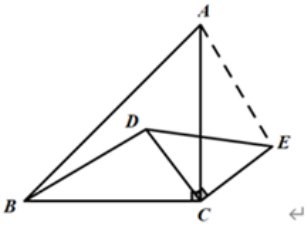


图 2

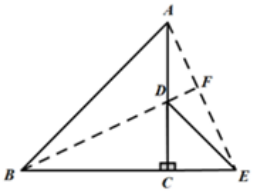


图 3

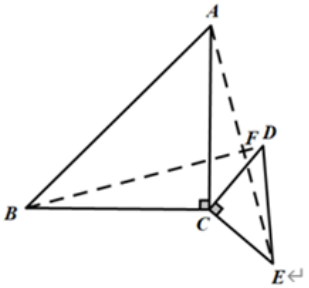


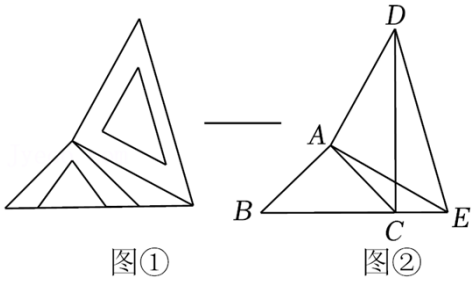
图 4

【考点剖析】

例 1. 某校八年级数学兴趣小组的同学在研究三角形时，把两个大小不同的等腰直角三角板按图①所示放置，图②是由它抽象出的几何图形，*B*，*C*，*E* 在同一条直线上，连接 *DC*.

（1）请找出图②中的全等三角形，并给予说明（说明：结论中不得含有未标识的字母）；

（2）试说明：*DC* 与 *BE* 的位置关系.



图①　　图②

【解答】解：（1）△*BAE*≌△*CAD*，

理由如下：∵∠*BAC*＝∠*EAD*＝90°，

∴∠*BAC*+∠*CAE*＝∠*EAD*+∠*CAE*，即∠*BAE*＝∠*CAD*

在△*BAE*和△*CAD*中，

$$\begin{cases} BA = BC \\ \angle BAE = \angle CAD \\ AE = AD \end{cases},$$

∴△*BAE*≌△*CAD*（*SAS*）；

（2）*DC*⊥*BE*，

理由如下：∵△*BAC*为等腰直角三角形，

∴∠*B*＝∠*ACB*＝45°，

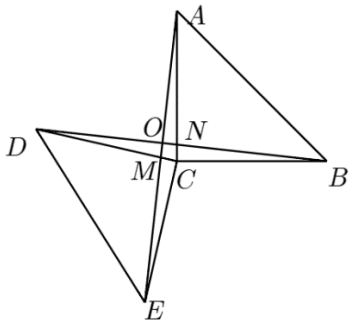
∵△*BAE*≌△*CAD*，

∴∠*CAD*＝∠*B*＝45°，

∴∠*ACD*＝∠*ACB*+∠*CAD*＝90°，

∴*DC*⊥*BE*.

【变式 1】已知：△*ACB*和△*DCE*都是等腰直角三角形，∠*ACB*=∠*DCE*=90°，连结 *AE*, *BD*交于点 *O*, *AE*与 *DC*交于点 0，*AE*与 *DC*交于点 *M*, *BD*与 *AC*交于点 *N*.



解析：

∵△*ACB*和△*DCE*都是等腰三角形

∠ACB=∠DCE=90°

∴AC=BC, DC=EC

∴∠ACB+∠ACD=∠DCE+∠ACD

∴∠BCD=∠ACE

在△ACE 和△BCD 中

AC=BC

∠ACE=∠BCD

CE=CD

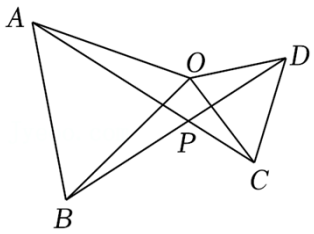
∴△ACE≌△BCD(SAS)

∴AE=BD

【变式 2】如图，在△AOB 和△COD 中，OA＝OB，OC＝OD，若∠AOB＝∠COD＝60°．

（1）求证：AC＝BD．

（2）求∠APB 的度数．



【解答】（1）证明：∵∠AOB＝∠COD，

∴∠AOC＝∠BOD，

在△AOC 和△BOD 中，

$$\begin{cases} OA = OC \\ \angle AOC = \angle BOD, \\ OB = OD \end{cases}$$

∴△AOC≌△BOD（SAS），

∴AC＝BD．

（2）解：∵△AOC≌△BOD，

∴∠OAC＝∠OBD，

∵∠OAC+∠BAC＝∠OAB，∠ABO+∠OBD＝∠ABP，

∴∠PAB+∠PBA＝∠OAB+∠OBA，

∵OA＝OB，∠AOB＝60°，

∴△*AOB* 是等边三角形，

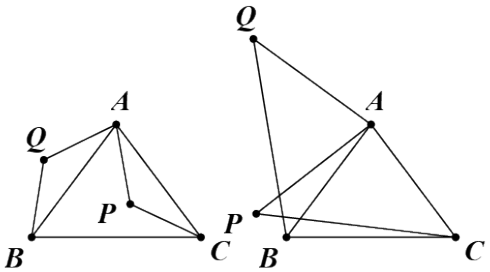
∴∠*PAB*+∠*PBA*＝120°，

∴∠*APB*＝180°－（∠*PAB*+∠*PBA*）＝180°－120°＝60°．

【变式 3】已知，在△*ABC* 中，*AB*＝*AC*，点 *P* 平面内一点，将 *AP* 绕 *A* 顺时针旋转至 *AQ*，使∠*QAP*＝∠*BAC*，连接 *BQ*、*CP*，

⑴若点 *P* 在△*ABC* 内部，求证 *BQ*＝*CP*；

⑵若点 *P* 在△*ABC* 外部，以上结论还成立吗？



图⑴

图⑵

解析：（1）∵∠*QAP*＝∠*BAC*

∴∠*QAP*－∠*BAP*

＝∠*BAC*－∠*BAP*

即∠*QAB*＝∠*PAC*

另由旋转得 *AQ*＝*AP*

在△*AQB* 和△*APC* 中

AQ＝*AP*

∠*QAB*＝∠*PAC*

AB＝*AC*

∴△*AQB*≌△*APC*

∴*BQ*＝*CP*

（2）∵∠*QAP*＝∠*BAC*

∴∠*QAP*＋∠*BAP*

＝∠*BAC*＋∠*BAP*

即∠*QAB*＝∠*PAC*

另由旋转得 *AQ*＝*AP*

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/066224122103010235