

- A. $(-1, 1)$ B. $[1, +\infty)$ C. $(-1, +\infty)$ D. $(-1, 0)$

3. (2022·天津一中高二期中) 已知函数 $f(x) = mx^3 + 3(m-1)x^2 - m^2 + 1 (m > 0)$ 的单调递减区间是 $(0, 4)$, 则 $m =$ ()

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$

4. (2022·河南宋基信阳实验中学高二阶段练习(理)) 若函数 $y = x + a \ln x$ 在区间 $[1, +\infty)$ 内单调递增, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -2)$ B. $(-\infty, -1)$ C. $[-2, +\infty)$ D. $[-1, +\infty)$

5. (2022·四川·仁寿一中高二期中(理)) 若函数 $f(x) = x^3 - 12x$ 在区间 $(k-1, k+1)$ 上不是单调函数, 则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $k \leq -3$ 或 $-1 \leq k \leq 1$ 或 $k \geq 3$ B. $-3 < k < -1$ 或 $1 < k < 3$
C. $-2 < k < 2$ D. 不存在这样的实数

6. (2022·黑龙江·哈尔滨市阿城区第一中学校高二期末) 已知函数 $f(x) = (x^2 - 4x + a)e^x$ 在区间 $[-2, 3]$ 上单调递减, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -4]$ B. $(-\infty, 5]$ C. $(-\infty, 1]$ D. $(-\infty, -8]$

7. (2022·陕西) 已知函数 $f(x) = (1-x)\ln x + ax$ 在 $(1, +\infty)$ 上不单调, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, +\infty)$ B. $(-\infty, 0)$ C. $[0, +\infty)$ D. $(-\infty, 0]$

8. (2021·江苏) 若函数 $f(x) = \ln x + ax^2 - 2$ 在区间 $(\frac{1}{2}, 2)$ 内存在单调递增区间, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $[-2, +\infty)$ B. $(-\frac{1}{8}, +\infty)$ C. $[-\frac{1}{8}, -2)$ D. $(-2, +\infty)$

9. (2022·广东深圳) 若函数 $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 - 2ax - \ln x$ 在区间 $(3, 4)$ 上不单调, 则 a 的取值范围是 ()

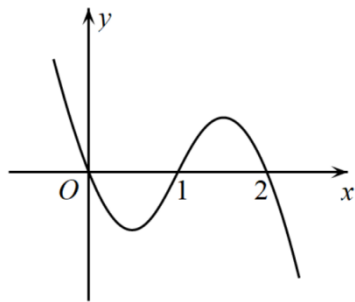
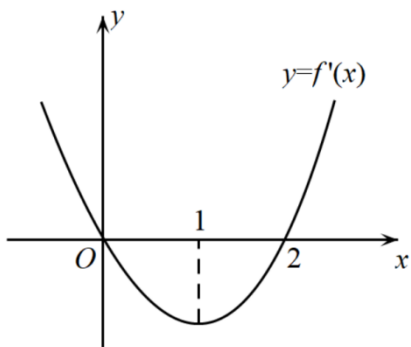
- A. $(-\infty, \frac{1}{8}] \cup [\frac{1}{3}, +\infty)$ B. $[\frac{1}{8}, \frac{1}{3}]$
 C. $(\frac{1}{8}, \frac{1}{3})$ D. $(-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (-\frac{1}{8}, +\infty)$

10. (2022·四川·成都市温江区新世纪光华学校高二期中(理)) 函数 $f(x) = x^2 + (a+2)x + a \ln x$ 在区间 $[1, 2]$ 上不单调, 则实数 a 的取值范围为 ()

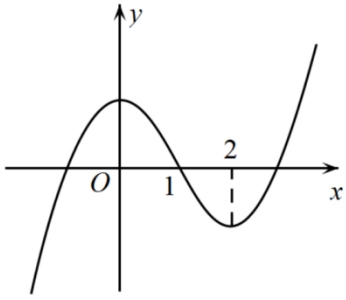
- A. $(-4, -2)$ B. $[-4, -2]$ C. $(2, 4)$ D. $[2, 4]$

题组3 导数的正负与函数的增减性

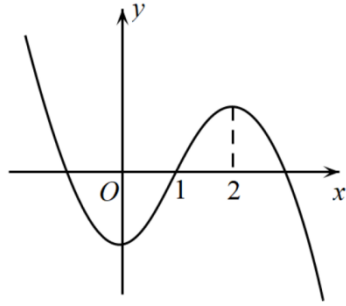
1. (2022·吉林·长春市第五中学高二期中) 设 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数, $y = f'(x)$ 的图像如图所示, 则 $y = f(x)$ 的图像最有可能的是 ()



- A. B.

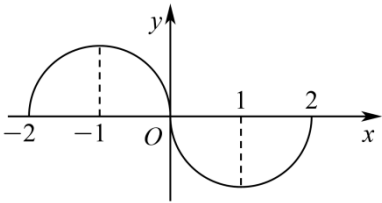


C.

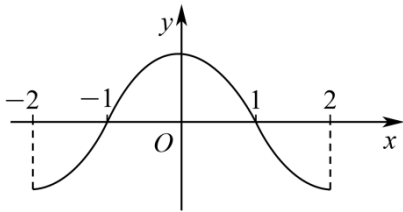


D.

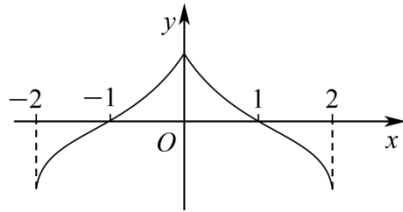
2. (2022·全国·高二单元测试) 已知函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 图像如图所示, 则 $f(x)$ 的图像是图四个图像中的 ().



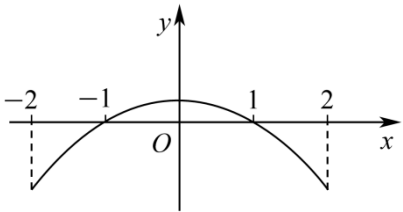
A.



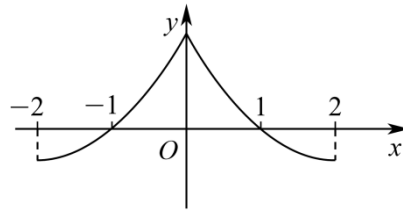
B.



C.

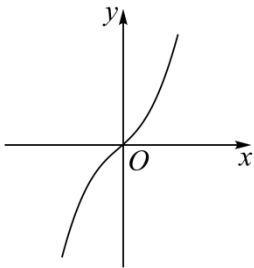


D.

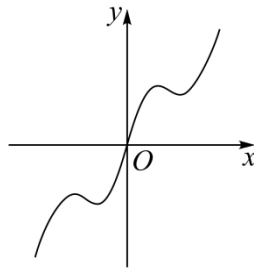


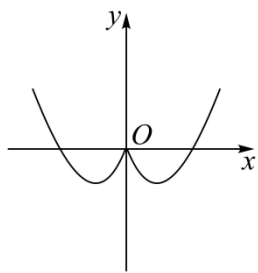
3. (2022·山东德州·高二期末) 函数 $f(x) = x^3 \lg(x^2 + 1) + ex$ 的部分图像可能是 ()

A.

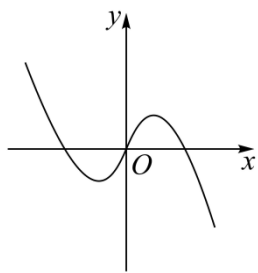


B.



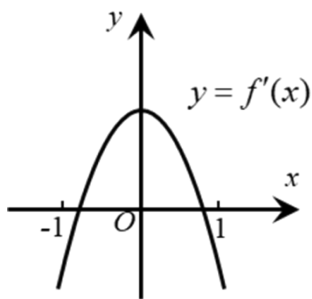


C.

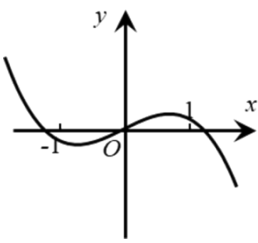


D.

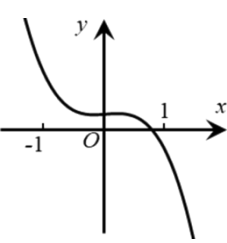
4. (2022·广东广州·高二期末) 已知函数 $y = f(x)$ 的图象是下列四个图象之一, 函数 $y = f'(x)$ 的图象如图所示, 则函数 $y = f(x)$ 图象是 ()



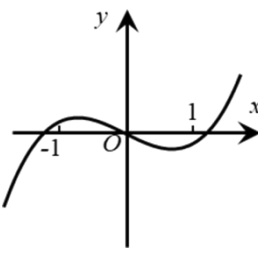
A.



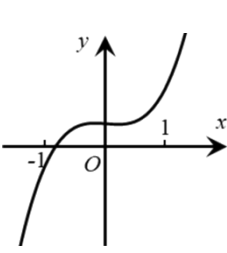
B.



C.



D.



题组4 含参函数单调性的讨论

1. (2022·四川·宁南中学高二阶段练习(文)) 已知函数 $f(x) = e^x - ax, a \in \mathbb{R}$. 求 $f(x)$ 的单调区间;

2. (2022 贵州省) 已知函数 $f(x) = \frac{a}{x} + \ln x (a \in \mathbb{R})$, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

3. (2022·辽宁·沈阳二中高二期末) 已知函数 $f(x) = 2\ln x - (2-a)x - \frac{1}{2}ax^2$, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

4. (2022·四川省) 已知函数 $f(x) = x^3 - \frac{a+3}{2}x^2 + ax + b$, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

5. (2022·全国·高三阶段练习(理)) 已知函数 $f(x) = a \ln(x+1) - (a+2)x, g(x) = 2 - 2e^x$, 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

6 (2022·全国·阶段练习(文)) 已知 $f(x) = 1 + \frac{\ln x + 1}{ax}$ ($a \in \mathbf{R}$ 且 $a \neq 0$). 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

题组5 单调性的运用

1. (2022·湖北黄冈) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , $f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{1}{2}$, 若对于任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f'(x) + 4x > 0$

，则当 $\alpha \in (0, 2\pi)$ 时，则关于 α 的不等式 $f(\sin \alpha) - \cos 2\alpha < 0$ 的解集为 ()

- A. $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi\right)$ B. $\left(0, \frac{\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}\pi, 2\pi\right)$
C. $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi\right)$ D. $\left(0, \frac{\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{5}{6}\pi, 2\pi\right)$

2. (2022·福建龙岩) (多选) 已知 $e^a = 3.1^{5.1}$, $e^b = 4.1^{4.1}$, $e^c = 5.1^{3.1}$ ，则 ()

- A. $a > c$ B. $c > a$ C. $c > b$ D. $b > c$

3. (2022·全国·高二专题练习) 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数，且 $f(2) = 0$ ，当 $x > 0$ 时，有 $\frac{xf'(x) - f(x)}{x^2} < 0$ 恒成立，则不等式 $x^2 f(x) \leq 0$ 的解集为 ___.

4. (2022·广东揭阳) 设函数 $f'(x)$ 是奇函数 $f(x)(x \in \mathbf{R})$ 的导函数， $f(-1) = 0$ ，当 $x > 0$ 时， $xf'(x) - f(x) > 0$ ，则使得 $f(x) > 0$ 成立的 x 的取值范围是_____.

5 (2022·福建福州) 定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $xf'(x) - 1 > 0$, $f(2) = \ln 2$ ，则不等式 $f(e^x) < x$ 的解集为_____.

6. (2022·山西太原) 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = e^x f(-x)$ ，且 $f(1) = \sqrt{e}$, $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数，当 $x \in [0, +\infty)$ 时， $f'(x) < \frac{1}{2} f(x)$ ，则不等式 $\sqrt{e} f(x-1) < e^{\frac{x}{2}}$ 的解集为_____.

由 $u = x^3 - x^2 - x + 1$ ，得 $u' = 3x^2 - 2x - 1 = (3x+1)(x-1)$ ，

令 $u' = 0$ ，即 $(3x+1)(x-1) = 0$ ，解得 $x = -\frac{1}{3}$ ，或 $x = 1$ ，

当 $-1 < x < -\frac{1}{3}$ 或 $x > 1$ 时， $u' > 0$ ；

所以 $u(x)$ 在 $\left(-1, -\frac{1}{3}\right)$ 和 $(1, +\infty)$ 上单调递增；

所以 $y = \lg u$ 在定义域内是单调递增函数，

所以函数 $y = \lg(x^3 - x^2 - x + 1)$ 在 $\left(-1, -\frac{1}{3}\right)$ 和 $(1, +\infty)$ 上单调递增。

故选：BD.

4. (2022·广东) 已知函数 $f(x) = x^2 + 5x + 2\ln x$ ，则函数 $f(x)$ 的单调递增区间是 _____.

答案：(0, +∞)

【解析】函数 $f(x) = x^2 + 5x + 2\ln x$ ，其定义域 $\{x | x > 0\}$ ，

则 $f'(x) = 2x + 5 + 2 \times \frac{1}{x} = \frac{2x^2 + 5x + 2}{x} > 0$ 在 $(0, +\infty)$ 恒成立，

所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间是 $(0, +\infty)$ 。

故答案为：(0, +∞)。

5. (2022·安徽) 函数 $f(x) = x^3 - x^2 + x$ 的单调递增区间为 _____.

答案：(-∞, +∞)

【解析】由题意知， $f(x) = x^3 - x^2 + x$ 定义域为 \mathbf{R} ， $f'(x) = 3x^2 - 2x + 1$ ，

且 $f'(x) = 3x^2 - 2x + 1 = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} > 0$ 在 \mathbf{R} 上恒成立，

所以，函数 $f(x) = x^3 - x^2 + x$ 的单调递增区间为 $(-\infty, +\infty)$ 。

故答案为：(-∞, +∞)。

6. (2022·黑龙江) 函数 $f(x) = \ln x - \frac{2}{x-1}$ 的单调增区间为 _____.

答案：(0, 1)，(1, +∞)

【解析】因为函数的定义域为 $(0, 1) \cup (1, +\infty)$ ，而 $f'(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{(x-1)^2} > 0$ ，所以函数

$f(x) = \ln x - \frac{2}{x-1}$ 的单调增区间为 $(0, 1)$ ， $(1, +\infty)$ 。

故答案为：(0, 1)，(1, +∞)。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/067042110051006113>