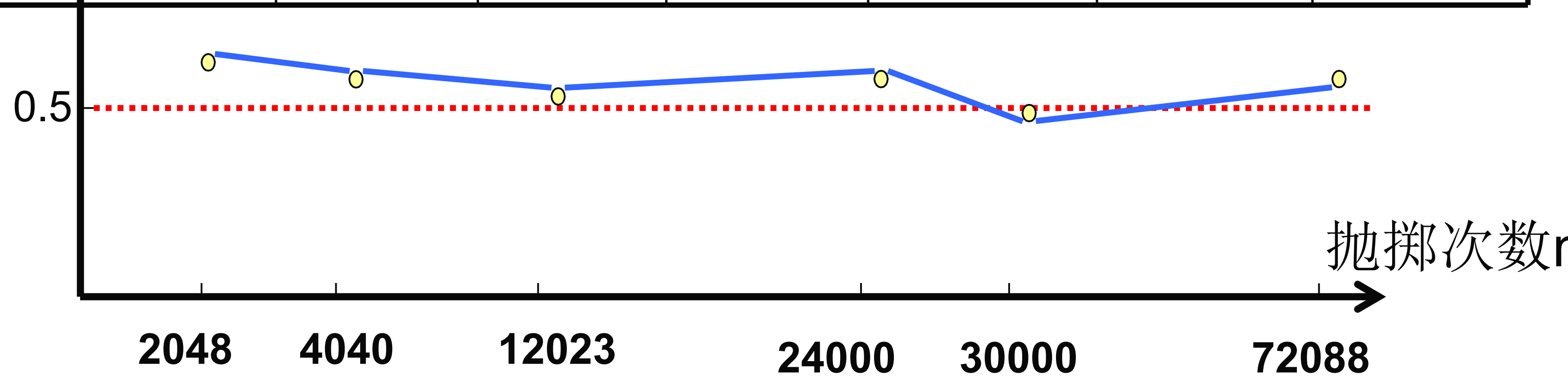
25.3用频率估计概率

历史上曾有人作过抛掷硬币的大量反复试验，成果如下表所示

抛掷次数（n)	2048	4040	12023	30000	24000	72088
正面朝上数(m)	1061	2048	6019	14984	12023	36124
频率(m/n)	0.518	0.506	0.501	0.4996	0.5005	0.5011



试验结论： **当抛硬币的次数诸多时,出现下面的频率值是稳定的,接近于常数0.5,在它附近摆动.**

我们知道,当抛掷一枚硬币时,要么出现正面,要么出现反面,它们是随机的.经过上面的试验,我们发觉在大量试验中出现正面的可能为0.5,那么出现反面的可能为多少呢?

出现背面的可能也为0. 5

这就是为何我们在抛一次硬币时, 说出现正面的可能为0. 5, 出现背面的可能为0. 5.

随机事件在一次试验中是否发生虽然不能事先拟定，但是在大量反复试验的情况下，它的发生呈现出一定的规律性．出现的频率值接近于常数.

随机事件及其概率

某批乒乓球产品质量检验成果表：

优等品数 m	45	92	194	470	954	1902
抽取球数 n	50	100	200	500	1000	2023
优等品频率 $\frac{m}{n}$	0.9	0.92	0.97	0.94	0.954	0.951

当抽查的球数诸多时，抽到优等品的频率 $\frac{m}{n}$ 接近于常数0.95，在它附近摆动。

随机事件及其概率

事件A 的概率的定义：

一般地，在大量反复进行同一试验时，事件A 发生的频率$\frac{m}{n}$（n为试验的次数，m是事件发生的频数）总是接近于某个常数，在它附近摆动，这时就把这个常数叫做事件A 的概率，记做 $P(A)=p$ ．

由定义可知:

（1）求一种事件的概率的基本措施是经过大量的反复试验；

（2）只有当频率在某个常数附近摆动时，这个常数才叫做事件A 的概率；

（3）概率是频率的稳定值，而频率是概率的近似值；

（4）概率反应了随机事件发生的可能性的大小；

（5）必然事件的概率为1，不可能事件的概率为0．所以 $0 \le P(A) \le 1$ ·

例 1：对一批衬衫进行抽查，成果如下表：

抽取件数n	50	100	200	500	800	1000
优等品件数m	42	88	176	445	724	901
优等品频率m/n	0.84	0.88	0.88	0.89	0.905	0.901

求抽取一件衬衫是优等品的概率约是多少？
抽取衬衫2023件，约有优质品几件？

例 2 填表

某射手进行射击，成果如下表所示：

射击次数n	20	100	200	500	800
击中靶心次数m	13	58	104	255	404
击中靶心频率m/n	**0.65**	**0.58**	**0.52**	**0.51**	**0.55**

(1)这个射手射击一次，击中靶心的概率是多少？ 0.5

(2)这射手射击1600次，击中靶心的次数是_800____。

估计移植成活率

是实际问题中的一种概率，可了解为成活的概率.

某林业部门要考察幼树在一定条件的移植成活率，应采用什么样详细做法?

观察在各次试验中得到的幼树成活的频率，谈谈你的看法.

移植总数（n）	成活数（m）	成活的频率（$\frac{m}{n}$）
10	8	0.8
50	47	0.94
270	235	0.870
400	369	0.923
750	662	0.883
1500	1335	0.890
3500	3203	0.915
7000	6335	0.905
9000	8073	0.897
14000	12628	0.902

估计移植成活率

由下表能够发觉，幼树移植成活的频率在___0.9___左右摆动，而且伴随移植棵数越来越大，这种规律愈加明显.

所以估计幼树移植成活的概率为___0.9___.

移植总数（n）	成活数（m）	成活的频率（$\frac{m}{n}$）
10	8	0.8
50	47	0.94
270	235	0.870
400	369	0.923
750	662	0.883
1500	1335	0.890
3500	3203	0.915
7000	6335	0.905
9000	8073	0.897
14000	12628	0.902

估计移植成活率

由下表能够发觉，幼树移植成活的频率在____0.9____左右摆动，而且伴随移植棵数越来越大，这种规律愈加明显.

所以估计幼树移植成活的概率为____0.9____.

1. 林业部门种植了该幼树1000棵, 估计能成活____900____棵.

2. 我们学校需种植这么的树苗500棵来绿化校园, 则至少向林业部门购置约____556____棵.

移植总数（n）	成活数（m）	成活的频率（$\frac{m}{n}$）
10	8	0.8
1500	1335	0.890
3500	3203	0.915
7000	6335	0.905
9000	8073	0.897
14000	12628	0.902

共同练习

完毕下表，利用你得到的结论解答下列问题：

柑橘总质量（n）/公斤	损坏柑橘质量（m）/公斤	柑橘损坏的频率（$\frac{m}{n}$）
50	5.50	0.110
100	10.5	0.105
150	15.15	0.101
200	19.42	0.097
250	24.25	0.097
300	30.93	0.103
350	35.32	0.101
400	39.24	0.098
450	44.57	0.099
500	51.54	0.103

某水果企业以2元/公斤的成本新进了10 000公斤柑橘，假如企业希望这些柑橘能够取得利润5 000元，那么在出售柑橘（已去掉损坏的柑橘）时，每公斤大约定价为多少元比较合适？

思考

柑橘总质量（n）/公斤	损坏柑橘质量（m）/公斤	柑橘损坏的频率（$\frac{m}{n}$）
50	5.50	0.110
100	10.5	0.105
150	15.15	0.101
200	19.42	0.097
250	24.25	0.097
300	30.93	0.103
350	35.32	0.101
400	39.24	0.098
450	44.57	0.099
500	51.54	0.103

从表能够看出，柑橘损坏的频率在常数 0.1 左右摆动，而且随统计量的增长这种规律逐渐 稳定 ，那么能够把柑橘损坏的概率估计为这个常数．假如估计这个概率为0.1，则柑橘完好的概率为 0.9 ．

根据估计的概率能够懂得，在10 000公斤柑橘中完好柑橘的质量为10 000×0.9＝9 000公斤，完好柑橘的实际成本为

$$\frac{2\times 10000}{9000}=\frac{2}{0.9}\approx 2.22(\text{元/千克})$$

设每公斤柑橘的销价为x元，则应有（x－2.22）×9 000=5 000

解得 $x\approx 2.8$

所以，出售柑橘时每公斤大约定价为2.8元可获利润5 000元.

共同练习

完毕下表，利用你得到的结论解答下列问题：

柑橘总质量（n）/公斤	损坏柑橘质量（m）/公斤	柑橘损坏的频率（$\frac{m}{n}$）
50	5.50	0.110
100	10.5	0.105
150	15.15	0.101
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
400	39.24	0.098
450	44.57	0.099
500	51.54	0.103

为简朴起见，我们能否直接把表中的500公斤柑橘相应的柑橘损坏的频率看作柑橘损坏的概率？

根据频率稳定性定理，在要求精确度不是很高的情况下，不妨用表中试验次数最多一次的频率近似地作为事件发生概率的估计值.

为简朴起见，我们能否直接把表中500公斤柑橘相应的柑橘损坏的频率看作柑橘损坏的频率看作柑橘损坏的概率？

应该能够的

因为500公斤柑橘损坏51.54公斤，损坏率是0.103，能够近似的估算是柑橘的损坏概率

练习

某农科所在相同条件下做了某作物种子发芽率的试验，成果如下表所示：

种子个数	发芽种子个数	发芽种子频率
100	94	0.94
200	187	0.94
300	282	0.94
400	338	0.96
500	435	0.87
600	530	0.89
700	624	0.89
800	718	0.9
900	814	0.9
1000	981	0.98

一般地，1 000公斤种子中大约有多少是不能发芽的？

种子个数	发芽种子个数	发芽种子频率
100	94	**0.94**
200	187	0.94
300	282	0.94
400	338	0.96
500	435	0.87
600	530	0.89
700	624	0.89
800	718	0.9
900	814	0.9
1000	981	0.98

一般地，1 000公斤种子中大约有多少是不能发芽的?

解答:这批种子的发芽的频率稳定在0.9即种子发芽的概率为90%,不发芽的概率为0.1,机不发芽率为10%

所以： $1000\times10\%=100$公斤

1000公斤种子大约有100公斤是不能发芽的.

上面两个问题,都不属于成果可能性相等的类型.移植中有两种情况活或死.它们的可能性并不相等，事件发生的概率并不都为50%.柑橘是好的还是坏的两种事件发生的概率也不相等.所以也不能简朴的用50%来表达它发生的概率.

◆当试验次数很大时，一种事件发生频率也稳定在相应的概率附近. 所以，我们能够经过屡次试验，用一种事件发生的频率来估计这一事件发生的概率.

在相同情况下随机的抽取若干个体进行试验，进行试验统计.并计算事件发生的频率 $\frac{m}{n}$ 根据频率估计该事件发生的概率.

2. 对某电视机厂生产的电视机进行抽样检测的数据如下：

抽取台数	50	100	200	300	500	1000
优等品数	40	92	192	285	478	954

（1）计算表中优等品的各个频率；

（2）该厂生产的电视机优等品的概率是多少？

处理问题

姚明在几场比赛中罚球投篮的成果如下：

投篮次数	8	6	9	12	20
进球次数	7	5	9	11	18
进球频率	**0.875**	**0.83**	**1.0**	**0.92**	**0.9**

(1)计算表中进球的频率；

(2)思索：姚明罚球一次，进球的概率有多大?

(3)计算：姚明在接下来的比赛中假如将要罚球**15**次，试估计他能进多少个球?

(4)设想：假如你是火箭队的主教练，你该怎样利用姚明在罚球上的技术特点呢?

试一试

一批西装质量抽检情况如下:

抽检件数	200	400	600	800	1000	1200
正品件数	190	390	576	773	967	1160
次品的频率	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{27}{800}$	$\frac{33}{1000}$	$\frac{1}{30}$

(1) 填写表格中次品的频率.

(2) 从这批西装中任选一套是次品的概率是多少? $\frac{1}{30}$

(3) 若要销售这批西装2023件, 为了以便购置次品西装的顾客前来调换, 至少应该进多少件西装? 2069