

2019-2020学年甘肃省兰州二中高三（下）第五次月考数学试卷（理科）

选择题

1. (3分) 设集合  $A = \{x | \log_2 x \leq 0\}$  ,  $B = \{x | 1 < 3^x < 27\}$  , 则  $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B = ()$

- A.  $(0, 1)$                       B.  $(1, 3]$                       C.  $(1, 3)$                       D.  $[1, 3)$

2. (3分) 已知i为虚数单位,  $z = \frac{4}{1+i}$ , 则复数z的虚部为( )

- A.  $-2i$                       B.  $2i$                       C.  $2$                       D.  $-2$

3. (3分) 命题 “对任意 $x \in [1, 2)$ ,  $z^2 - a < 0$ ” 为真命题的一个充分不必要条件可以是( )

- A.  $a \geq 4$                       B.  $a > 4$                       C.  $a \geq 1$                       D.  $a > 1$

4. (3分) 若  $a = \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$ ,  $b = 3\log_8 3^3$ ,  $c = \left(\frac{2}{3}\right)^1$ , 则a, b, c的大小关系是( )

- A.  $c < b < a$                       B.  $a < b < c$                       C.  $b < a < c$                       D.  $c < a < b$

5. (3分) 若曲线 $y = mx + \ln x$ 在点(1, m)处的切线垂直于y轴, 则实数m=( ).

- A.  $-1$                       B.  $0$                       C.  $1$                       D.  $2$

6. (3分) 为得到  $y = 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$  的图象, 只需要将 $y = 2\cos 3x$ 函数的图象( )

- A. 向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位                      B. 向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位                      C. 向左平移  $\frac{5\pi}{18}$  个单位  
D. 向右平移  $\frac{5\pi}{18}$  个单位

7. (3分) 根据有关资料, 围棋状态空间复杂度的上限M约为 $2^{3^{61}}$ , 而可观测宇宙中普通物质的原子总数N约为 $10^{40}$ . 则下列各数中与  $\frac{M}{N}$  最接近的是( ) (参考数据:  $\lg 2 \approx 0.30$ )

- A.  $10^{3^0}$       B.  $10^{2^8}$       C.  $10^{3^6}$       D.  $10^{9^3}$

8. (3分) 过点P(4, 2)作一直线AB与双曲线  $2: \frac{x^2}{2} - y^2 = 1$  相交于A, B两点, 若P为AB的中点, 则|AB|=( )

- A.  $2\sqrt{2}$       B.  $2\sqrt{3}$       C.  $3\sqrt{3}$       D.  $4\sqrt{3}$

9. (3分) 2019年4月25日-27日, 北京召开第二届“一带一路”国际高峰论坛, 组委会要从6个国内媒体团和3个国外媒体团中选出3个媒体团进行提问, 要求这三个媒体团中既有国内媒体团又有国外媒体团, 且国内媒体团不能连续提问, 则不同的提问方式的种数为( )

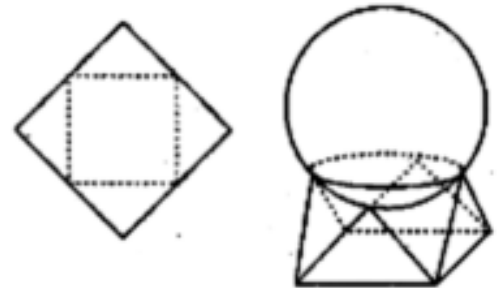
- A. 198      B. 268      C. 306      D. 378

10. (3分) 已知正项数列{ $a_n$ }的前n项和为  $S_n$ , 且  $a_1 = 1, a_{n+1}^2 = 2S_n + n + 1 (n \in \mathbb{N}^*)$ , 设数列  $\left(\frac{1}{a_1 a_{n+1}}\right)$  的前n项和为T, 则  $T_n$

的取值范围为( )

- A.  $\left(0, \frac{1}{2}\right]$       B. (0, 1)      C.  $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$       D.  $\left[\frac{1}{2}, 1\right)$

11. (3分) 如图所示, 用一边长  $\sqrt{2}$  的正方形硬纸, 按各边中点垂直折四个小三角形, 做成一个蛋巢, 将体积为  $\frac{4\pi}{3}$  的鸡蛋(视为球体)放入其中, 蛋巢形状保持不变, 则鸡蛋(球体)离蛋巢底面的最短距离为( )



- A.  $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{6}-1}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

12. (3分) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + (4a-3)x + 3a, & x < 0 \\ \log_a(x+1) + 1, & x \geq 0 \end{cases} (a > 0, \text{ 且 } a \neq 1)$  在R上单调递减, 且关于z的方程  $|f(z)| = 2-x$  恰好有两个不相等的实数解, 则a的取值范围是( )

- A.  $\left(0, \frac{2}{3}\right]$       B.  $\left[\frac{2}{3}, \frac{3}{4}\right]$       C.  $\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \cup \left(\frac{3}{4}, 1\right)$       D.  $\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \cup \left\{\frac{3}{4}\right\}$

填空题

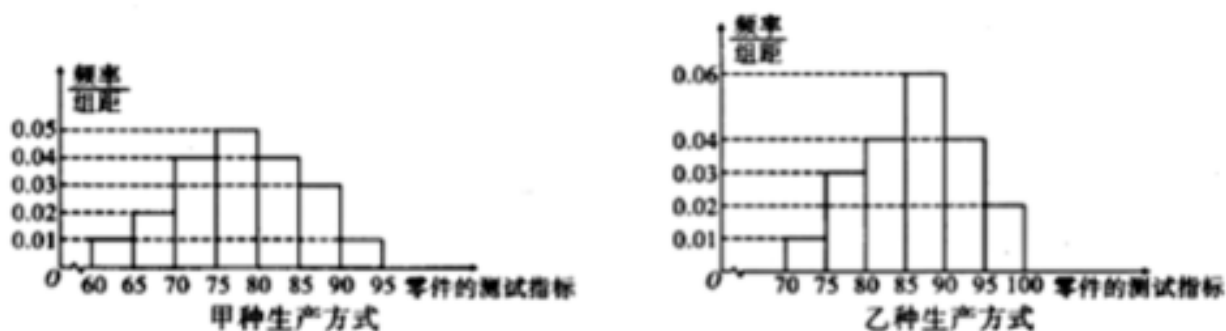
1. (5分)  $\left(\sqrt{x} + \frac{2}{x^2}\right)^n$  展开式中只有第六项二项式系数最大, 则n=\_\_\_\_\_, 展开式中的常数项是 \_\_\_\_\_.

2. (5分) 边长为2正三角形ABO中, 点P满足  $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AO})$ , 则  $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{BC} =$  .
3. (5分) 在  $\triangle ABC$ 中, 角A, B , C所对的边分别为a, b, c, 若  $2\sin^2 A + c(\sin C \sin A) = 2\sin^2 B$ , 且  $\triangle ABC$ 的面积  $S = \frac{1}{4} abc$ . 则角  $B =$  .
4. (5分) 已知  $F_1F_2$ 是椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点, B是短轴的一个端点, 线段  $BF_2$ 的延长线交椭圆于点D, 若  $\triangle F_1BD$ 为等腰三角形, 则椭圆C的离心率为\_\_\_\_\_.

解答题（其中第6题包含解题视频，可扫描页眉二维码，点击对应试题进行查看）

1. (12分) 各项均为整数的等差数列  $\{a_n\}$  其前n项和为  $S_n, a_1 = -1, a_2, a_3, S_4 + 1$ 成等比数列.
- (I) 求  $a_n$ 的通项公式;
- (II) 求数列  $\{(-1)^n \cdot a_n\}$ 的前2n项和  $T_{2n}$ .

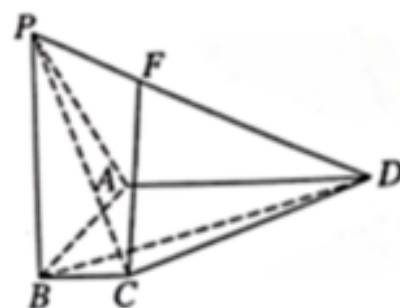
2. (12分) 某工厂采用甲、乙两种不同生产方式生产某零件，现对两种生产方式所生产的这种零件的产品质量进行对比，其质量按测试指标可划分为：指标在区间[80，100]的为了一等品；指标在区间[60，80)的为二等品. 现分别从甲、乙两种不同生产方式所生产的零件中，各自随机抽取100件作为样本进行检测，测试指标结果的频率分布直方图如图所示：



- (1) 若在甲种生产方式生产的这100件零件中按等级，利用分层抽样的方法抽取10件，再从这10件零件中随机抽取3件，求至少有1件一等品的概率；
- (2) 将频率分布直方图中的频率视作概率，用样本估计总体. 若从该厂采用乙种生产方式所生产的所有这种零件中随机抽取3件，记3件零件中所含一等品的件数为 $X$ ，求 $X$ 的分布列及数学期望.

3. (12分) 如图，在四棱锥  $PABCD$  中， $PB \perp$  底面  $ABCD$ ，底面  $ABCD$  为梯形， $AD \parallel BC, AD \perp AB$ ，且  $PB = AB = AD = 3, BC = 1$ ,

- (1) 在  $PD$  上是否存在一点  $F$ ，使得  $CF \parallel$  平面  $PAB$ ，若存在，找出  $F$  的位置，若不存在，请说明理由；
- (2) 求二面角  $B-PD-A$  的大小.





4. (12分) 已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的四个顶点围成的四边形的面积为  $2\sqrt{15}$ , 原点到直线  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  的距离为  $\frac{\sqrt{30}}{4}$
- (1) 求椭圆C的方程;
- (2) 已知定点P(0, 2), 是否存在过P的直线l, 使l与椭圆C交于A, B两点, 且以|AB|为直径的圆过椭圆C的左顶点? 若存在, 求出l的方程; 若不存在, 请说明理由.

5. (12分) 已知函数  $f(x) = \frac{1+a}{x} (a \in \mathbb{R})$ .
- (1) 设函数  $h(x) = a \ln x - f(x)$ , 求函数h(x)的极值;
- (II) 若  $g(x) = a \ln x + \frac{1}{x}$  在  $[1, e]$  上存在一点  $x_0$ , 使得  $g(x_0) \geq f(x_0)$  成立, 求a的取值范围.

6. (12分) 在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为  $\begin{cases} x=3\cos\theta \\ y=3\sin\theta \end{cases}$ ，(θ为参数). 以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线l的极坐标方程为  $\rho(\cos\theta - \sin\theta) = 1$ ,

(1)求C和l的直角坐标方程；

(2)已知直线l与y轴交于点M，且与曲线C交于A，B两点，求  $|\frac{1}{|MA|} - \frac{1}{|MB|}|$  的值.

7. (12分) 已知函数  $f(x) = |x + a| + |x - 1|$ .

(1)当a=1时, 求不等式  $a = 1 \qquad f(x) \geq x + 4$ 的解集；

(2) 若不等式  $f(x) \geq a^2 + 1$  恒成立，求实数  $a$  的取值范围.





2019-2020学年甘肃省兰州二中高三（下）第五次月考数学试卷（理科）（答案&解析）

选择题

1. C

【解析】解：根据题意， $A = \{z | \log_2 z \leq 0\} = (0, 1], B = (0, 3)$ ，

则  $C_g A = (-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$ ，

则  $(C_\mu A) \cap B = (1, 3)$ ；

故选：C.

根据题意，求出集合A、B，进而由补集定义求出C<sub>g</sub>A，进而计算其交集即可得答案.

本题考查集合的交并补的混合运算，涉及对数与指数不等式的求解，属于基础题.

2. D

【解析】解  $z = \frac{4}{1+i} = \frac{4(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{4(1-i)}{2} = 2.2i$ ，

则复数z的虚部为-2，

故选：D.

根据复数的运算法则先进行化简，结合虚部的定义进行求解即可.

本题主要考查复数的计算，结合复数的运算法则是解决本题的关键.

3. B

【解析】解：对任意： $x \in [1, 2], x^2 - a < 0$ ，即  $a > x^2$ ，

故a≥4是命题的充要条件，

故B为充分不必要条件。

故选：B .

求出充要条件，再进行比较，得出结论。

本题考查四个条件的应用，考查了不等式的解法，基础题.

4. D

【解析】解： $a = \left(\frac{9}{-4}\right)^2 = \frac{3}{2}$ ，

$$b = 3[\log_3 3 = \log_2 3) \log_2 \sqrt{8} = \frac{3}{2},$$

$$c = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} < \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1,$$

∴ a, b, c 的大小关系是  $c < a < b$ .

故选: D.

利用指数函数、对数函数的单调性直接求解.

本题考查三个数的大小的判断, 考查指数函数、对数函数的单调性等基础知识, 考查运算求解能力, 是基础题.

5. A

【解析】本题考查导数知识的运用, 考查切线的斜率, 主要考查学生分析解决问题的能力, 属于基本知识的考查. 求出函数的导数, 求得切线的斜率, 由题意可得  $k=0$ , 解方程即可得到  $m$  的值;

$$\text{解: } f(x) \text{ 的导数为 } f'(x) = m + \frac{1}{x},$$

曲线  $y=f(x)$  在点  $(1, m)$  处的切线斜率为  $k=m+1=0$ , 可得  $m=-1$ .

故选: A.

6. D

【解析】解: 将  $y = 2\cos 3x = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$  的图象, 向右平移  $\frac{5\pi}{18}$  个单位,

可得函数的图象得到  $y = 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$  的图象,

故选: D.

由题意利用诱导公式、函数  $y = A\sin(\omega x + \phi)$  的图象变换规律, 得出结论.

本题主要考查诱导公式、函数  $y = A\sin(\omega x + \phi)$  的图象变换规律, 属于基础题.

7. B

【解析】根据对数的性质可得:  $2 = 10^{\lg 2} \approx 10^{0.30}$  代入  $M$  将  $M$  也化为 10 为底的指数形式, 进而可得结果. 本题解题关键是将一个给定正数 2 写成指数形式, 考查指数形式与对数形式的互化, 属于基础题.

$$\text{解: 由题意: } M = 2^{k-1}, N = 10^{10},$$

$$\text{根据对数性质有: } 2 = 10^{\lg 2} = 10^{0.30},$$

$$M = 2^{361} = (10^{0.30})^{361} = 10^{108},$$

$$\frac{M}{N} = \frac{10^{10r}}{10\%} = 10^{28}.$$

故选:B.

8. D

【解析】解：易知直线AB不与y轴平行，设其方程为 $y-2=k(z-4)$

代入双曲线  $C: \frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ , 整理得  $(1-2k^2)z^2 + 8k(2k-1)r - 32k^2 + 32k - 10 = 0$

设此方程两实根为 $z_1, z_2$ ,  $z_1 + z_2 = \frac{8k(2k-1)}{2k^2-1}$  贝

又P(4, 2)为AB的中点,

所以  $\frac{8k(2k-1)}{2k^2-1} = 8$ ,

解得 $k=1$

当 $k=1$ 时, 直线与双曲线相交, 即上述二次方程的 $\Delta > 0$ ,

所求直线AB的方程为 $y-2=x-4$ 化成一般式为  $r - y - 2 = 0, x_1 + x_2 = 8, x_1 x_2 = 10$

$$|AB| = \sqrt{2}|x_1 - x_2| = \sqrt{2} \cdot \sqrt{8^2 - 40} = 4\sqrt{3}.$$

故选:D.

设出直线AB的方程与双曲线方程联立消去 $v$ , 设两实根为  $(1, x_2)$ , 利用韦达定理可表示出  $x_1 + x_2$  的值, 根据P点坐标求得  $x_1 + x_2 = 8$  进而求得 $k$ , 则直线AB的方程可得; 利用弦长公式求得 $|AB|$ .

本题主要考查了双曲线的应用, 圆锥曲线与直线的关系, 弦长公式等. 考查了学生综合分析和推理的能力.

9. A

【解析】解：分两种情况讨论：

①若选两个国内媒体一个国外媒体，有  $C_6^2 C_3^1 A_2^2 = 90$  种不同提问方式：

②若选两个外国媒体一个国内媒体，有  $C_0^1 C_3^2 A_3^3 = 108$  种不同提问方式。

综合①②得：

不同的提问方式的种数共有 $90+108=198$ 种提问方式。

故选:A.

由排列组合及计数问题分类讨论：①若选两个国内媒体一个国外媒体，②若选两个外国媒体一个国内媒体，可得解. 本题考查了排列组合及计数问题，属中档题。

10. D

【解析】解：正项数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ , 且  $a_1 = 1, a_{n+1}^2 - 2S_n + n + 1 (n \in N^+)$ ,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/068006014116007011>