

专题 07 一元二次方程及其应用 (60 真题+66 模拟)

2017
~
2021

5年中考真题

(共 60 真题)

一、单选题

1. (江苏省无锡市 2021 年中考数学真题) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 6$, $AC = 8$, 点 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, 则 $PA^2 + PB^2 + PC^2$ 取得最小值时, 下列结论正确的是 ()

- A. 点 P 是 $\triangle ABC$ 三边垂直平分线的交点 B. 点 P 是 $\triangle ABC$ 三条内角平分线的交点
C. 点 P 是 $\triangle ABC$ 三条高的交点 D. 点 P 是 $\triangle ABC$ 三条中线的交点

【答案】D

【分析】以点 A 为坐标原点, AB 所在直线为 x 轴, 建立直角坐标系, 则 $PA^2 + PB^2 + PC^2 =$

$3(x-2)^2 + 3\left(y-\frac{8}{3}\right)^2 + \frac{200}{3}$, 可得 $P(2, \frac{8}{3})$ 时, $PA^2 + PB^2 + PC^2$ 最小, 进而即可得到答案.

【详解】以点 A 为坐标原点, AB 所在直线为 x 轴, 建立直角坐标系, 如图,

则 $A(0, 0)$, $B(6, 0)$, $C(0, 8)$,

设 $P(x, y)$, 则 $PA^2 + PB^2 + PC^2 = x^2 + y^2 + (x-6)^2 + y^2 + x^2 + (y-8)^2$

$$= 3x^2 + 3y^2 - 12x - 16y + 100 = 3(x-2)^2 + 3\left(y-\frac{8}{3}\right)^2 + \frac{200}{3},$$

$\therefore$ 当 $x=2$, $y=\frac{8}{3}$ 时, 即: $P(2, \frac{8}{3})$ 时, $PA^2 + PB^2 + PC^2$ 最小,

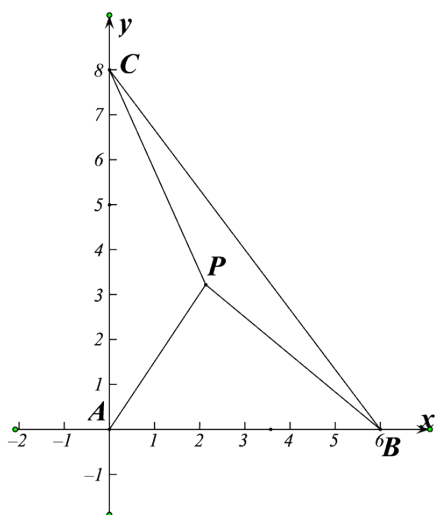
$\therefore$ 由待定系数法可知: AB 边上中线所在直线表达式为: $y = -\frac{8}{3}x + 8$,

AC 边上中线所在直线表达式为: $y = -\frac{2}{3}x + 4$,

又 $\because P(2, \frac{8}{3})$ 满足 AB 边上中线所在直线表达式和 AC 边上中线所在直线表达式,

$\therefore$ 点 P 是 $\triangle ABC$ 三条中线的交点,

故选 D.



【点睛】本题主要考查三角形中线的交点，两点间的距离公式，建立合适的坐标系，把几何问题化为代数问题，是解题的关键。

2. (江苏省盐城市 2021 年中考) 若 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的两个根，则 $x_1 + x_2$ 的值是 ()

- A. 2 B. -2 C. 3 D. -3

【答案】A

【分析】根据一元二次方程根与系数的关系解答即可。

【详解】解：∵ x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的两个根，

$$\therefore x_1 + x_2 = 2.$$

故选：A.

【点睛】本题考查了一元二次方程根与系数的关系，属于基本题目，熟练掌握该知识是解题的关键。

3. (江苏省泰州市 2019 年中考) 方程 $2x^2 + 6x - 1 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 ，则 $x_1 + x_2$ 等于 ()

- A. -6 B. 6 C. -3 D. 3

【答案】C

【分析】根据对于一元二次方程，当 $\Delta > 0$ 时，两根之和为 $-\frac{b}{a}$ 即可求出答案。

【详解】∵ 由于 $\Delta > 0$ ，∴ $x_1 + x_2 = -3$ ，故选 C.

【点睛】本题考查一元二次方程根与系数的关系，解题的关键是熟练掌握根与系数的关系。

4. (江苏省淮安市 2019 年中考) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x - k = 0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是 ()

- A. $k < -1$ B. $k > -1$ C. $k < 1$ D. $k > 1$

【答案】B

【分析】直接利用根的判别式进而得出 k 的取值范围.

【详解】 $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x - k = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore b^2 - 4ac = 4 - 4 \times 1 \times (-k)$$

$$= 4 + 4k > 0,$$

$$\therefore k > -1.$$

故选 B.

【点睛】此题主要考查了根的判别式, 正确记忆公式是解题关键.

5. (江苏省盐城市 2019 年中考) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - kx - 2 = 0$ (k 为实数) 根的情况是 ()

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 没有实数根 D. 不能确定

【答案】A

【分析】根据一元二次方程根的判别式, 可判断根的情况.

【详解】一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 中, $b^2 - 4ac$ 叫做一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根的判别式, 通常用“ Δ ”来表示, 即 $\Delta = b^2 - 4ac$, 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有 2 个实数根, 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有 1 个实数根 (2 个相等的实数根), 当 $\Delta < 0$ 时, 方程没有实数根. 方程 $x^2 - kx + 2 = 0$ 根的判别式

$$\Delta = (-k)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = k^2 + 8 > 0, \text{ 所以有两个不相等的实数根.}$$

【点睛】本题考查根据一元二次方程根的判别式判断根的个数.

6. (江苏省南通市 2019 年中考) 用配方法解方程 $x^2 + 8x + 9 = 0$, 变形后的结果正确的是 ()

- A. $(x+4)^2 = -9$ B. $(x+4)^2 = -7$ C. $(x+4)^2 = 25$ D. $(x+4)^2 = 7$

【答案】D

【分析】先将常数项移到右侧, 然后两边同时加上一次项系数一半的平方, 配方后进行判断即可.

【详解】 $x^2 + 8x + 9 = 0$,

$$x^2 + 8x = -9,$$

$$x^2 + 8x + 4^2 = -9 + 4^2,$$

$$\text{所以 } (x+4)^2 = 7,$$

故选 D.

【点睛】本题考查了配方法解一元二次方程, 熟练掌握配方法的一般步骤以及注意事项是解题的关键.

7. (江苏省淮安市 2018 年中考) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - k + 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 则 k 的值是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【答案】B

【分析】根据判别式的意义得到 $\Delta = (-2)^2 - 4(-k+1) = 0$, 然后解一次方程即可.

【详解】根据题意得: $\Delta = (-2)^2 - 4(-k+1) = 0$,

解得: $k=0$.

故选 B.

【点睛】本题考查了根的判别式: 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系: 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

8. (江苏省泰州市 2018 年中考) 已知 x_1 、 x_2 是关于 x 的方程 $x^2 - ax - 2 = 0$ 的两根, 下列结论一定正确的是 ()

- A. $x_1 \neq x_2$ B. $x_1 + x_2 > 0$ C. $x_1 \cdot x_2 > 0$ D. $x_1 < 0, x_2 < 0$

【答案】A

【详解】分析: A、根据方程的系数结合根的判别式, 可得出 $\Delta > 0$, 由此即可得出 $x_1 \neq x_2$, 结论 A 正确;
B、根据根与系数的关系可得出 $x_1 + x_2 = a$, 结合 a 的值不确定, 可得出 B 结论不一定正确;
C、根据根与系数的关系可得出 $x_1 \cdot x_2 = -2$, 结论 C 错误;
D、由 $x_1 \cdot x_2 = -2$, 可得出 $x_1 < 0, x_2 > 0$, 结论 D 错误.

综上所述可得出结论.

详解: A、 $\Delta = (-a)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = a^2 + 8 > 0$,

$\therefore x_1 \neq x_2$, 结论 A 正确;

B、 $\because x_1, x_2$ 是关于 x 的方程 $x^2 - ax - 2 = 0$ 的两根,

$\therefore x_1 + x_2 = a$,

$\therefore a$ 的值不确定,

$\therefore$ B 结论不一定正确;

C、 $\because x_1, x_2$ 是关于 x 的方程 $x^2 - ax - 2 = 0$ 的两根,

$\therefore x_1 \cdot x_2 = -2$, 结论 C 错误;

D、 $\because x_1 \cdot x_2 = -2$,

$\therefore x_1 < 0, x_2 > 0$, 结论 D 错误.

故选 A.

点睛：本题考查了根的判别式以及根与系数的关系，牢记“当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根”是解题的关键。

9.（江苏省盐城市 2018 年中考）已知一元二次方程 $x^2+kx-3=0$ 有一个根为 1，则 k 的值为（ ）

- A. -2 B. 2 C. -4 D. 4

【答案】B

【详解】分析：根据一元二次方程的解的定义，把 $x=1$ 代入方程得关于 k 的一次方程 $1-3+k=0$ ，然后解一次方程即可。

详解：把 $x=1$ 代入方程得 $1+k-3=0$ ，

解得 $k=2$ 。

故选 B。

点睛：本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解。

10.（2017 年中考 数学（江苏扬州卷））一元二次方程 $x^2 - 7x - 2=0$ 的实数根的情况是（ ）

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 没有实数根 D. 不能确定

【答案】A

【详解】 $\because \Delta = (-7)^2 - 4 \times (-2) = 57 > 0$ ， $\therefore$ 方程有两个不相等的实数根，

故选 A。

11.（2017 年中考（江苏无锡卷）数学）某商店今年 1 月份的销售额是 2 万元，3 月份的销售额是 4.5 万元，从 1 月份到 3 月份，该店销售额平均每月的增长率是（ ）

- A. 20% B. 25% C. 50% D. 62.5%

【答案】C

【详解】试题解析：设该店销售额平均每月的增长率为 x ，则二月份销售额为 $2(1+x)$ 万元，三月份销售额为 $2(1+x)^2$ 万元，

由题意可得： $2(1+x)^2=4.5$ ，

解得： $x_1=0.5=50\%$ ， $x_2=-2.5$ （不合题意舍去），

答即该店销售额平均每月的增长率为 50%；

故选 C。

12.（2017 年中考（江苏卷）数学）关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 有两个相等的实数根，则 k 的值

为

A. 1

B. -1

C. 2

D. -2

【答案】A

【解析】试题分析： $\Delta = 4 - 4k = 0 \Rightarrow k = 1$ 故答案选 A.

考点：根的判别式的性质.

二、填空题

13. (江苏省南通市 2021 年中考) 若 m, n 是一元二次方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的两个实数根, 则 $\frac{m^3 + m^2n}{3m - 1}$ 的值为

_____.

【答案】3

【分析】先根据一元二次方程的解的定义得到 $m^2 + 3m - 1 = 0$, 则 $3m - 1 = -m^2$, 根据根与系数的关系得出 $m + n = -3$, 再将其代入整理后的代数式计算即可.

【详解】解: $\because m$ 是一元二次方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的根,

$$\therefore m^2 + 3m - 1 = 0,$$

$$\therefore 3m - 1 = -m^2,$$

$\because m, n$ 是一元二次方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的两个根,

$$\therefore m + n = -3,$$

$$\therefore \frac{m^3 + m^2n}{3m - 1} = \frac{m^2(m + n)}{-m^2} = -(m + n) = 3,$$

故答案为: 3.

【点睛】本题考查了根与系数的关系: 若 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两根时,

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$. 也考查了一元二次方程的解.

14. (江苏省泰州市 2021 年中考数学真题试卷) 关于 x 的方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两根分别为 x_1, x_2 则 $x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2$ 的值为 ____.

【答案】2.

【分析】先根据根与系数的关系得到 $x_1 + x_2 = 1, x_1 \cdot x_2 = -1$, 然后利用整体代入的方法计算即可.

【详解】解: $\because$ 关于 x 的方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两根分别为 x_1, x_2 ,

$$\therefore x_1 + x_2 = 1, x_1 \cdot x_2 = -1,$$

$$\therefore x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2 = 1 - (-1) = 2.$$

故答案为: 2.

【点睛】本题考查了根与系数的关系：若 x_1, x_2 为一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两个根，则有

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}, \text{ 熟记知识点是解题的关键.}$$

15. (江苏省徐州市 2021 年中考数学真题) 若 x_1, x_2 是方程 $x^2 + 3x = 0$ 的两个根，则 $x_1 + x_2 =$ _____.

【答案】-3

【分析】根据一元二次方程根与系数的关系，即可求解.

【详解】解：∵ x_1, x_2 是方程 $x^2 + 3x = 0$ 的两个根，

$$\therefore x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3,$$

故答案是：-3.

【点睛】本题主要考查一元二次方程根与系数的关系，掌握 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根，

则 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ，是解题的关键.

16. (江苏省宿迁市 2021 年中考数学真题) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + ax - 6 = 0$ 的一个根是 3，则 $a =$ _____.

【答案】-1

【分析】把 $x=3$ 代入一元二次方程即可求出 a .

【详解】解：∵ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + ax - 6 = 0$ 的一个根是 3，

$$\therefore 9 + 3a - 6 = 0,$$

解得 $a = -1$.

故答案为：-1

【点睛】本题考查了一元二次方程的根的意义，一元二次方程方程的解又叫一元二次方程的根，熟知一元二次方程根的意义是解题的关键.

17. (江苏省盐城市 2021 年中考) 劳动教育已纳入人才培养全过程，某学校加大投入，建设校园农场，该农场一种作物的产量两年内从 300 千克增加到 363 千克. 设平均每年增产的百分率为 x ，则可列方程为 _____.

$$\text{【答案】 } 300(1+x)^2 = 363$$

【分析】此题是平均增长率问题，一般用增长后的量 = 增长前的量 $\times (1 + \text{增长率})$ ，结合本题，如果设平均每年增产的百分率为 x ，根据“粮食产量在两年内从 300 千克增加到 363 千克”，即可得出方程.

【详解】解：设平均每年增产的百分率为 x ；

第一年粮食的产量为：300 $(1+x)$ ；

第二年粮食的产量为：300 $(1+x)(1+x) = 300(1+x)^2$ ；

依题意，可列方程： $300(1+x)^2=363$ ；

故答案为： $300(1+x)^2=363$ ．

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程中求平均变化率的方法．若设变化前的量为 a ，变化后的量为 b ，平均变化率为 x ，则经过两次变化后的数量关系为 $a(1\pm x)^2=b$ ．

18.（江苏省宿迁市 2021 年中考数学真题）方程 $\frac{2}{x^2-4}-\frac{x}{x-2}=1$ 的解是_____．

【答案】 $x_1=\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$ ， $x_2=\frac{-1-\sqrt{13}}{2}$

【分析】先把两边同时乘以 x^2-4 ，去分母后整理为 $x^2+x-3=0$ ，进而即可求得方程的解．

【详解】解： $\frac{2}{x^2-4}-\frac{x}{x-2}=1$ ，

两边同时乘以 x^2-4 ，得

$$2-x(x+2)=x^2-4，$$

整理得： $x^2+x-3=0$

解得： $x_1=\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$ ， $x_2=\frac{-1-\sqrt{13}}{2}$ ，

经检验， $x_1=\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$ ， $x_2=\frac{-1-\sqrt{13}}{2}$ 是原方程的解，

故答案为： $x_1=\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$ ， $x_2=\frac{-1-\sqrt{13}}{2}$ ．

【点睛】本题考查了分式方程和一元二次方程的解法，熟练掌握分式方程和一元二次方程的解法是解决本题的关键．

19.（江苏省南京市 2021 年中考）设 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2-3x+k=0$ 的两个根，且 $x_1=2x_2$ ，则 $k=$ _____．

【答案】2

【分析】先利用根与系数的关系中两根之和等于 3，求出该方程的两个根，再利用两根之积得到 k 的值即可．

【详解】解：由根与系数的关系可得： $x_1+x_2=3$ ， $x_1x_2=k$ ，

$$\because x_1=2x_2，$$

$$\therefore 3x_2=3，$$

$$\therefore x_2=1，$$

$$\therefore x_1 = 2,$$

$$\therefore k = 1 \times 2 = 2;$$

故答案为：2.

【点睛】本题考查了一元二次方程根与系数之间的关系，解决本题的关键是牢记公式，即对于一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ ，其两根之和为 $-\frac{b}{a}$ ，两根之积为 $\frac{c}{a}$.

20. (江苏省连云港市 2021 年中考数学真题) 已知方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 有两个相等的实数根，则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{9}{4}$

【详解】试题分析： $\because x^2 - 3x + k = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = 0,$$

$$\therefore 9 - 4k = 0,$$

$$\therefore k = \frac{9}{4}.$$

故答案为 $\frac{9}{4}$.

考点：根的判别式.

21. (江苏省南通市 2020 年中考) 1275 年，我国南宋数学家杨辉在《田亩比类乘除算法》中提出这样一个问题：直田积八百六十四步，只云阔不及长一十二步．问阔及长各几步．意思是：矩形面积 864 平方步，宽比长少 12 步，问宽和长各几步．若设长为 x 步，则可列方程为_____.

【答案】 $x(x - 12) = 864$.

【分析】由长和宽之间的关系可得出宽为 $(x - 12)$ 步，根据矩形的面积为 864 平方步，即可得出关于 x 的一元二次方程，此题得解．

【详解】解： $\because$ 长为 x 步，宽比长少 12 步，

$\therefore$ 宽为 $(x - 12)$ 步．

依题意，得： $x(x - 12) = 864$.

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程以及数学常识，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键．

22. (江苏省南通市 2020 年中考) 若 x_1, x_2 是方程 $x^2 - 4x - 2020 = 0$ 的两个实数根，则代数式 $x_1^2 - 2x_1 + 2x_2$ 的值等于_____.

【答案】 2028

【分析】根据一元二次方程的解的概念和根与系数的关系得出 $x_1^2 - 4x_1 = 2020$ ， $x_1 + x_2 = 4$ ，代入原式

$=x_1^2-4x_1+2x_1+2x_2=x_1^2-4x_1+2(x_1+x_2)$ 计算可得.

【详解】解：∵ x_1, x_2 是方程 $x^2 - 4x - 2020 = 0$ 的两个实数根，

∴ $x_1+x_2=4, x_1^2 - 4x_1 - 2020 = 0$ ，即 $x_1^2 - 4x_1 = 2020$ ，

则原式 $=x_1^2 - 4x_1 + 2x_1 + 2x_2$

$=x_1^2 - 4x_1 + 2(x_1+x_2)$

$=2020+2 \times 4$

$=2020+8$

$=2028$ ，

故答案为：2028.

【点睛】本题主要考查根与系数的关系，解题的关键是掌握 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根时， $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ ， $x_1x_2=\frac{c}{a}$.

23. (江苏省常州市 2020 年中考) 若关于 x 的方程 $x^2 + ax - 2 = 0$ 有一个根是 1，则 $a =$ _____.

【答案】1

【分析】根据一元二次方程的解的定义，把 $x=1$ 代入方程得到关于 a 的一次方程，然后解此一次方程即可.

【详解】解：把 $x=1$ 代入方程 $x^2 + ax - 2 = 0$ 得 $1+a-2=0$ ，

解得 $a=1$.

故答案是：1.

【点睛】本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解.

24. (江苏省扬州市 2020 年中考) 方程 $(x+1)^2 = 9$ 的根是_____.

【答案】 $x_1 = 2, x_2 = -4$

【分析】利用直接开平方法解方程.

【详解】解： $(x+1)^2 = 9$

$x+1 = \pm 3$

$x = -1 \pm 3$ ，

∴ $x_1 = 2, x_2 = -4$ ，

故答案为： $x_1 = 2, x_2 = -4$.

【点睛】此题考查一元二次方程的解法：直接开平方法，根据一元二次方程的特点选择恰当的解法是解题的关键.

25. (江苏省泰州市 2020 年中考) 方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的两根为 x_1 、 x_2 则 $x_1 \cdot x_2$ 的值为_____.

【答案】-3

【分析】直接根据韦达定理 $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ 可得.

【详解】解：∵方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的两根为 x_1 、 x_2 ,

$$\therefore x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -3,$$

故答案为：-3.

【点睛】本题主要考查韦达定理， x_1 、 x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根时，则 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

26. (江苏省镇江市 2020 年中考) 一元二次方程 $x^2 - 2x = 0$ 的解是_____.

【答案】 $x_1 = 0$, $x_2 = 2$

【分析】方程整理后，利用因式分解法求出解即可.

【详解】方程整理得： $x(x - 2) = 0$,

可得 $x = 0$ 或 $x - 2 = 0$,

解得： $x_1 = 0$, $x_2 = 2$.

故答案为 $x_1 = 0$, $x_2 = 2$.

27. (江苏省泰州市 2019 年中考) 若关于 x 的方程 $x^2 + 2x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m < 1$

【分析】利用一元二次方程根的判别式的意义可以得到 $\Delta = 2^2 - 4m > 0$ ，然后解关于 m 的不等式即可.

【详解】根据题意得 $\Delta = 2^2 - 4m > 0$ ，解得 $m < 1$ ，故答案为 $m < 1$.

【点睛】本题考查一元二次方程根的判别式. 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根.

28. (江苏省盐城市 2019 年中考) 设 x_1 、 x_2 是方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的两个根，则 $x_1 + x_2 - x_1 x_2 =$ _____.

【答案】1

【分析】根据一元二次方程根与系数的关系公式，可直接求得 $x_1 + x_2$ 和 $x_1 x_2$.

【详解】如果方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两个实数根是 x_1 、 x_2 ，那么 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$. 可知：

$$x_1 + x_2 = -\frac{-3}{1} = 3, x_1 \cdot x_2 = \frac{2}{1} = 2, \text{ 所以 } x_1 + x_2 - x_1 x_2 = 3 - 2 = 1.$$

【点睛】本题考查一元二次方程根与系数的关系.

29. (江苏省扬州市 2019 年中考) 一元二次方程 $x(x-2) = x-2$ 的根是_____.

【答案】 $x_1=1, x_2=2$.

【分析】整体移项后，利用因式分解法进行求解即可.

【详解】 $x(x-2)-(x-2)=0$,

$$(x-1)(x-2)=0,$$

$$x-1=0 \text{ 或 } x-2=0,$$

$$\text{所以 } x_1=1, \quad x_2=2,$$

$$\text{故答案为 } x_1=1, \quad x_2=2.$$

【点睛】本题考查了解一元二次方程——因式分解法，根据方程的特点熟练选择恰当的方法进行求解是关键.

30. (江苏省徐州市 2019 年中考) 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解是_____.

【答案】 ± 2

【分析】首先移项可得 $x^2 = 4$ ，再两边直接开平方即可.

【详解】解： $x^2 - 4 = 0$,

$$\text{移项得：} x^2 = 4,$$

$$\text{两边直接开平方得：} x = \pm 2,$$

$$\text{故答案为：} \pm 2.$$

【点睛】此题主要考查了解一元二次方程，掌握方法是解答此题的关键.

31. (江苏省南京市 2019 年中考) 已知 $x = 2 + \sqrt{3}$ 是关于 x 的方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 的一个根，则 $m =$

_____.

【答案】1

【分析】把 $x = 2 + \sqrt{3}$ 代入方程得到关于 m 的方程，然后解关于 m 的方程即可.

【详解】解：把 $x = 2 + \sqrt{3}$ 代入方程得 $(2 + \sqrt{3})^2 - 4(2 + \sqrt{3}) + m = 0$,

解得 $m=1$.

故答案为 1.

【点睛】本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解.

32. (江苏省镇江市 2019 年中考) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根, 则 m 的值是 _____.

【答案】1

【详解】试题分析: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根, $\therefore \Delta = 0$, $\therefore 4 - 4m = 0$, $\therefore m = 1$, 故答案为 1.

考点: 根的判别式.

33. (江苏省连云港市 2019 年中考) 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 2x + 2 - c = 0$ 有两个相等的实数根, 则 $\frac{1}{a} + c$ 的值等于 _____.

【答案】2.

【分析】根据“关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 2x + 2 - c = 0$ 有两个相等的实数根”, 结合根的判别式公式, 得到关于 a 和 c 的等式, 整理后即可得到的答案.

【详解】解: 根据题意得:

$$\Delta = 4 - 4a(2 - c) = 0,$$

$$\text{整理得: } 4ac - 8a = -4,$$

$$4a(c - 2) = -4,$$

$\because$ 方程 $ax^2 + 2x + 2 - c = 0$ 是一元二次方程,

$$\therefore a \neq 0,$$

$$\text{等式两边同时除以 } 4a \text{ 得: } c - 2 = -\frac{1}{a},$$

$$\text{则 } \frac{1}{a} + c = 2,$$

故答案为 2.

【点睛】本题考查了根的判别式, 正确掌握根的判别式公式是解题的关键.

34. (江苏省南通市 2018 年中考) 若关于 x 的一元二次方程 $\frac{1}{2}x^2 - 2mx - 4m + 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 则 $(m-2)^2 - 2m(m-1)$ 的值为__.

【答案】 $\frac{7}{2}$

【分析】根据根的判别式即可求出答案.

【详解】由题意可知： $\Delta = 4m^2 - 2(1 - 4m) = 4m^2 + 8m - 2 = 0$,

$$\therefore m^2 + 2m = \frac{1}{2},$$

$$\therefore (m-2)^2 - 2m(m-1) = -m^2 - 2m + 4 = -\frac{1}{2} + 4 = \frac{7}{2},$$

故答案为 $\frac{7}{2}$.

【点睛】本题考查根的判别式，解题的关键是正确理解根的判别式的作用，本题属于基础题型.

35. (江苏省淮安市 2018 年中考) 一元二次方程 $x^2 - x = 0$ 的根是_____.

【答案】 $x_1=0$, $x_2=1$

【分析】方程左边分解因式后，利用两数相乘积为 0，两因式中至少有一个为 0 转化为两个一元一次方程来求解.

【详解】方程变形得： $x(x-1)=0$,

可得 $x=0$ 或 $x-1=0$,

解得： $x_1=0$, $x_2=1$.

故答案为 $x_1=0$, $x_2=1$.

【点睛】此题考查了解一元二次方程 - 因式分解法，熟练掌握方程的解法是解本题的关键.

36. (江苏省泰州市 2018 年中考) 已知 $3x - y = 3a^2 - 6a + 9$, $x + y = a^2 + 6a - 9$, 若 $x \leq y$, 则实数 a 的值为_____.

【答案】3

【分析】根据题意列出关于 x 、 y 的方程组，然后求得 x 、 y 的值，结合已知条件 $x \leq y$ 来求 a 的取值.

【详解】解：依题意得：
$$\begin{cases} 3x - y = 3a^2 - 6a + 9 \\ x + y = a^2 + 6a - 9 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = a^2 \\ y = 6a - 9 \end{cases}$$

$\therefore x \leq y$,

$$\therefore a^2 \leq 6a - 9,$$

整理，得 $(a-3)^2 \leq 0$,

故 $a-3=0$,

解得 $a=3$.

故答案是：3.

点睛：考查了配方法的应用，非负数的性质以及解二元一次方程组．配方法的理论依据是公式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$.

37. (江苏省徐州市 2018 年中考) 若 x_1 、 x_2 为方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的两个实数根，则 $x_1 + x_2 =$ _____.

【答案】-1

【解析】【分析】根据一元二次方程根与系数的关系直接进行求解即可得.

【详解】 $\because x_1$ 、 x_2 为方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的两个实数根，

$$\therefore x_1 + x_2 = -1,$$

故答案为：-1.

【点睛】本题考查了一元二次方程的根与系数的关系，若一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两个

实数根为 x_1 ， x_2 ，则 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

38. (江苏省南京市 2018 年中考) 设 x_1 、 x_2 是一元二次方程 $x^2 - mx - 6 = 0$ 的两个根，且 $x_1 + x_2 = 1$ ，则 $x_1 =$ _____， $x_2 =$ _____.

【答案】-2， 3

【详解】分析：根据根与系数的关系得到 $m=1$ ，然后解一元二次方程即可得到 x_1 和 x_2 的值.

详解： $\because x_1$ 、 x_2 是一元二次方程 $x^2 - mx - 6 = 0$ 的两个根，

$$\therefore x_1 + x_2 = m,$$

$$\because x_1 + x_2 = 1,$$

$$\therefore m = 1,$$

$$\therefore x^2 - x - 6 = 0$$

解得 $x_1 = -2$ ， $x_2 = 3$.

故答案为：-2, 3.

点睛：本题考查了根与系数的关系：若 x_1 、 x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根时， $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ，

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

39. (江苏省扬州市 2018 年中考) 若 m 是方程 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ 的一个根，则 $6m^2 - 9m + 2015$ 的值为_____.

【答案】2018

【分析】根据一元二次方程的解的定义即可求出答案.

【详解】由题意可知： $2m^2-3m-1=0$,

$$\therefore 2m^2-3m=1$$

$$\therefore \text{原式}=3(2m^2-3m)+2015=2018$$

故答案为 2018

【点睛】本题考查一元二次方程的解，解题的关键是正确理解一元二次方程的解的定义，本题属于基础题型.

40. (2017 年中考 数学 (江苏常州卷)) 已知 $x=1$ 是关于 x 的方程 $ax^2-2x+3=0$ 的一个根，则 $a=$ _____.

【答案】-1

【详解】试题解析：把 $x=1$ 代入 $ax^2-2x+3=0$,

$$\text{得, } a-2+3=0.$$

$$\text{解得: } a=-1.$$

故答案为-1.

41. (2017 年中考 数学 (江苏淮安卷)) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2-x+k+1=0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k < -\frac{3}{4}$

【解析】根据题意得 $\Delta = (-1)^2 - 4(k+1) > 0$ ，解得 $k < -\frac{3}{4}$ ，

$$\text{故答案为: } k < -\frac{3}{4}.$$

42. (2017 年中考 (江苏南京卷) 数学) 已知关于 x 的方程 $x^2+px+q=0$ 的两根为-3 和-1，则 $p=$ _____； $q=$ _____.

【答案】4 3

【解析】试题分析：根据一元二次方程的根与系数的关系，可知 $p=-(-3-1)=4$ ， $q=(-3)\times(-1)=3$.

故答案为 4，3.

考点：一元二次方程的根与系数的关系

43. (2017 年中考 (江苏盐城卷) 数学) 若方程 $x^2-4x+1=0$ 的两根是 x_1, x_2 ，则 $x_1(1+x_2)+x_2$ 的值为

_____.

【答案】5.

【解析】试题分析：根据题意得 $x_1 + x_2 = 4$ ， $x_1 x_2 = 1$ ，所以 $x_1(1 + x_2) + x_2 = x_1 + x_2 + x_1 x_2 = 4 + 1 = 5$ 。故答案为 5.

考点：根与系数的关系.

44. (2017 年中考 数学 (江苏南通卷)) 若一元二次方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值为

_____.

【答案】9.

【详解】分析：根据一元二次方程的根的判别式，满足 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ ，得到有关 m 的方程即可求出 m 的值.

详解：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 36 - 4m = 0,$$

解得：m=9，

故答案为 9.

点睛：此题主要考查了一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：

(1) $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；

(2) $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；

(3) $\Delta < 0$ ，方程没有实数根.

三、解答题

45. (江苏省徐州市 2021 年中考数学真题) (1) 解方程： $x^2 - 4x - 5 = 0$

(2) 解不等式组：
$$\begin{cases} 2x - 1 \leq 3 \\ x + 2 > 3x + 8 \end{cases}$$

【答案】(1) $x_1 = -1$ ， $x_2 = 5$ ；(2) $x < -3$

【分析】(1) 根据分解因式法求解一元二次方程，即可得到答案；

(2) 根据一元一次不等式组的性质计算，即可得到答案.

【详解】(1) ∵ $x^2 - 4x - 5 = 0$

$$\therefore (x+1)(x-5) = 0$$

$$\therefore x_1 = -1, x_2 = 5;$$

$$(2) \therefore \begin{cases} 2x-1 \leq 3 \\ x+2 > 3x+8 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} 2x \leq 4 \\ 2x < -6 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x \leq 2 \\ x < -3 \end{cases}$$

$$\therefore x < -3.$$

【点睛】本题考查了一元二次方程、一元一次不等式组的知识；解题的关键是熟练掌握一元二次方程、一元一次不等式组的解法，从而完成求解。

46. (江苏省无锡市 2021 年中考数学真题) (1) 解方程： $(x+1)^2 - 4 = 0$ ；

$$(2) \text{ 解不等式组：} \begin{cases} -2x+3 \leq 1, \\ x-1 < \frac{x}{3}+1. \end{cases}$$

【答案】(1) $x_1=1, x_2=-3$; (2) $1 \leq x < 3$

【分析】(1) 先移项，再直接开平方，即可求解；

(2) 分别求出两个不等式的解，再取公共部分，即可求解。

【详解】解：(1) $(x+1)^2 - 4 = 0$,

$$(x+1)^2 = 4,$$

$$x+1=2 \text{ 或 } x+1=-2,$$

$$\therefore x_1=1, x_2=-3;$$

$$(2) \begin{cases} -2x+3 \leq 1 \text{ ①} \\ x-1 < \frac{x}{3}+1 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{又①得：} x \geq 1,$$

$$\text{由②得：} x < 3,$$

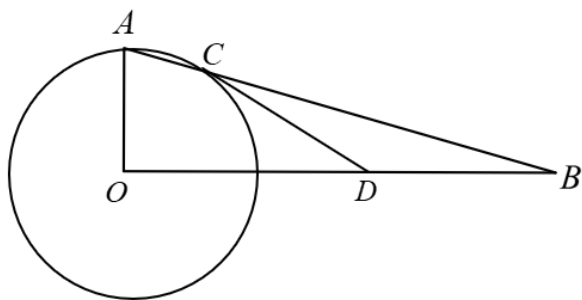
$$\therefore \text{不等式组的解为：} 1 \leq x < 3.$$

【点睛】本题主要考查解一元二次方程以及一元一次不等式组，掌握直接开平方法以及解不等式组的基本步骤，是解题的关键。

47. (江苏省宿迁市 2021 年中考数学真题) 如图，在 $Rt\triangle AOB$ 中， $\angle AOB=90^\circ$ ，以点 O 为圆心， OA 为半径的圆交 AB 于点 C ，点 D 在边 OB 上，且 $CD=BD$ 。

(1) 判断直线 CD 与圆 O 的位置关系，并说明理由；

(2) 已知 $\tan \angle DOC = \frac{24}{7}$, $AB=40$, 求 $\odot O$ 的半径.



【答案】(1) 直线 CD 与圆 O 相切, 理由见解析; (2) $4\sqrt{2}$.

【分析】(1) 连接 OC , 证明 $\angle DCB + \angle OCA = 90^\circ$, 可得 $\angle OCD = 90^\circ$, 从而可得答案;

(2) 由 $OC \perp CD$, $\tan \angle DOC = \frac{CD}{OC} = \frac{24}{7}$, 设 $CD = 24x$, 则 $OC = 7x$, 再求解 $OD = 25x$, $OA = 7x$, 再表示

$OB = OD + BD = 49x$, 再利用 $AO^2 + BO^2 = AB^2$, 列方程解方程, 可得答案.

【详解】解: (1) 直线 CD 与圆 O 相切, 理由如下:

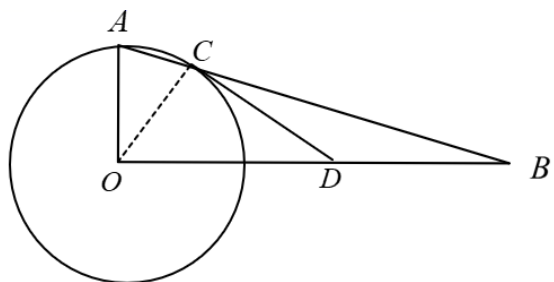
如图, 连接 OC ,

$$\because \angle AOB = 90^\circ, OA = OC,$$

$$\therefore \angle B + \angle OAC = 90^\circ, \angle OAC = \angle OCA,$$

$$\because CD = BD,$$

$$\therefore \angle B = \angle DCB,$$



$$\therefore \angle DCB + \angle OCA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OCD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore OC \perp CD,$$

$\because OC$ 为 $\odot O$ 的半径,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线.

$$(2) \because OC \perp CD, \tan \angle DOC = \frac{CD}{OC} = \frac{24}{7},$$

设 $CD = 24x$, 则 $OC = 7x$,

$$\therefore OD = \sqrt{OC^2 + CD^2} = 25x, OA = OC = 7x,$$

$$\therefore CD = BD,$$

$$\therefore BD = 24x,$$

$$\therefore OB = OD + BD = 49x,$$

$$\therefore AB = 40, \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore AO^2 + BO^2 = AB^2,$$

$$\therefore (7x)^2 + (49x)^2 = 40^2,$$

$$\therefore x^2 = \frac{32}{49},$$

$$\therefore x_1 = \frac{4\sqrt{2}}{7}, x_2 = -\frac{4\sqrt{2}}{7} \quad (\text{负根舍去})$$

$$\therefore \odot O \text{ 的半径为: } OC = 7x = 7 \times \frac{4\sqrt{2}}{7} = 4\sqrt{2}.$$

【点睛】本题考查的是切线的判定与性质，勾股定理的应用，等腰三角形的性质，锐角三角函数的应用，一元二次方程的解法，熟练应用基础知识，把知识串联起来是解题的关键。

48. (江苏省宿迁市 2020 年中考) 某超市经销一种商品，每千克成本为 50 元，经试销发现，该种商品的每天销售量 y (千克) 与销售单价 x (元/千克) 满足一次函数关系，其每天销售单价，销售量的四组对应值如下表所示：

销售单价 x (元/千克)	55	60	65	70
销售量 y (千克)	70	60	50	40

(1) 求 y (千克) 与 x (元/千克) 之间的函数表达式；

(2) 为保证某天获得 600 元的销售利润，则该天的销售单价应定为多少？

(3) 当销售单价定为多少时，才能使当天的销售利润最大？最大利润是多少？

【答案】(1) $y = -2x + 180$ ；(2) 60 元/千克或 80 元/千克；(3) 70 元/千克；800 元

【分析】(1) 利用待定系数法来求一次函数的解析式即可；

(2) 依题意可列出关于销售单价 x 的方程，然后解一元二次方程组即可；

(3) 利用每件的利润乘以销售量可得总利润，然后根据二次函数的性质来进行计算即可。

【详解】解：(1) 设 y 与 x 之间的函数表达式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)，将表中数据 (55, 70)、(60, 60) 代入得：

$$\begin{cases} 55k + b = 70 \\ 60k + b = 60 \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} k = -2 \\ b = 180 \end{cases},$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数表达式为 $y = -2x + 180$ ；

(2) 由题意得： $(x - 50)(-2x + 180) = 600$ ，

整理得： $x^2 - 140x + 4800 = 0$ ，

解得 $x_1 = 60$, $x_2 = 80$ ，

答：为保证某天获得 600 元的销售利润，则该天的销售单价应定为 60 元/千克或 80 元/千克；

(3) 设当天的销售利润为 w 元，则：

$$w = (x - 50)(-2x + 180)$$

$$= -2(x - 70)^2 + 800,$$

$\therefore -2 < 0$,

$\therefore$ 当 $x = 70$ 时， $w_{\text{最大值}} = 800$.

答：当销售单价定为 70 元/千克时，才能使当天的销售利润最大，最大利润是 800 元.

【点睛】本题考查了待定系数法求一次函数的解析式、一元二次方程和二次函数在实际问题中的应用，理清题中的数量关系是解题的关键.

49. (江苏省盐城 2020 年中考) 以下虚线框中为一个合作学习小组在一次数学实验中的过程记录，请阅读后完成虚线框下方的问题 1~4.

(1) 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$, $AB = 2\sqrt{2}$ ，在探究三边关系时，通过画图，度量和计算，收集到，组数据

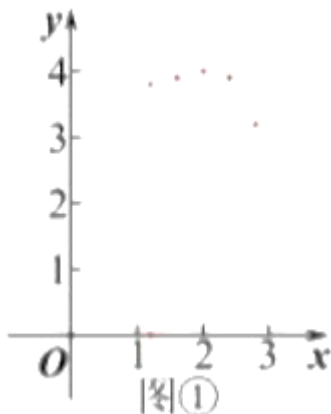
如下表：(单位：厘米)

AC	2.8	2.7	2.6	2.3	2	1.5	0.4
BC	0.4	0.8	1.2	1.6	2	2.4	2.8
$AC + BC$	3.2	3.5	3.8	3.9	4	3.9	3.2

(2) 根据学习函数的经验, 选取上表中 BC 和 $AC+BC$ 的数据进行分析;

① 设 $BC = x$, $AC+BC = y$, 以 (x, y) 为坐标, 在图①所示的坐标系中描出对应的点;

② 连线;



观察思考

(3) 结合表中的数据以及所面的图像, 猜想. 当 $x =$ _____ 时, y 最大;

(4) 进一步 C 猜想: 若 $Rt\triangle MBC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 斜边 $AB = 2a$ (a 为常数, $a > 0$), 则 $BC =$ _____ 时, $AC+BC$ 最大.

推理证明

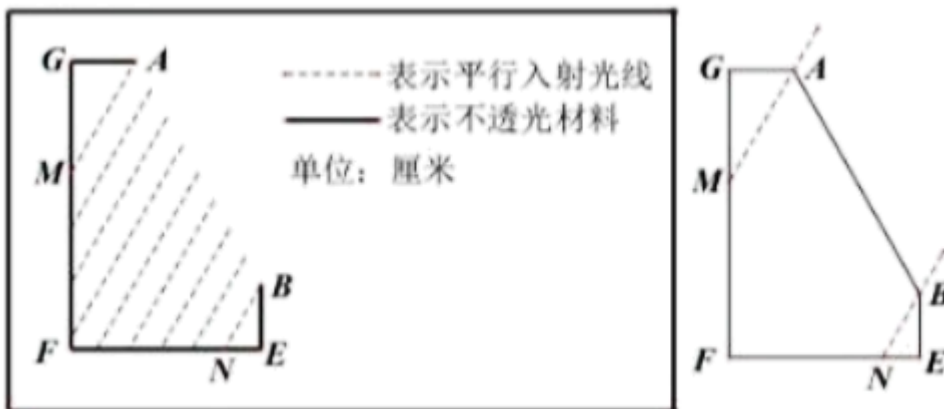
(5) 对 (4) 中的猜想进行证明.

问题 1. 在图①中完善 (2) 的描点过程, 并依次连线;

问题 2. 补全观察思考中的两个猜想: (3) _____ (4) _____

问题 3. 证明上述 (5) 中的猜想:

问题 4. 图②中折线 $B-E-F-G-A$ 是一个感光元件的截面设计草图, 其中点 A, B 间的距离是 4 厘米, $AG = BE = 1$ 厘米, $\angle E = \angle F = \angle G = 90^\circ$, 平行光线从 AB 区域射入, $\angle BNE = 60^\circ$, 线段 FM 、 FN 为感光区域, 当 EF 的长度为多少时, 感光区域长度之和最大, 并求出最大值.



【答案】问题 1：见解析；问题 2：2， $\sqrt{2}a$ ；问题 3：见解析；问题 4：当 $EF = 2\sqrt{2} + 1$ 时，感光区域长度之和 $FM + FN$ 最大为 $\left(4\sqrt{2} + 2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)cm$

【分析】问题 1：根据（1）中的表格数据，描点连线，作出图形即可；

问题 2：根据（1）中的表格数据，可以得知当 $x=2$ 时， y 最大；设 $BC = x, AC = BC = y$ ，则

$AC = \sqrt{4a^2 - x^2}$ ，可得 $y = x + \sqrt{4a^2 - x^2}$ ，有 $2x^2 - 2xy + y^2 - 4a^2 = 0$ ，可得出 $y \leq 2\sqrt{2}a$ ；

问题 3：可用两种方法证明，方法一：（判别式法）设 $BC = x, AC = BC = y$ ，则 $AC = \sqrt{4a^2 - x^2}$ ，可得

$y = x + \sqrt{4a^2 - x^2}$ ，有 $2x^2 - 2xy + y^2 - 4a^2 = 0$ ，可得出 $y \leq 2\sqrt{2}a$ ；方法二：（基本不等式），设

$BC = m, AC = n, AC + BC = y$ ，得 $m^2 + n^2 = 4a^2$ ，可得 $m^2 + n^2 \geq 2mn$ ，根据当 $m = n$ 时，等式成立有 $mn \leq 2a^2$ ，可得出

$y \leq 2\sqrt{2}a$ ；

问题 4：方法一：延长 AM 交 EF 于点 C ，过点 A 作 $AH \perp EF$ 于点 H ，垂足为 H ，过点 B 作 $BK \perp GF$ 交于点 K ，垂足为 K ， BK 交 AH 于点 Q ，由题可知：在 $\triangle BNE$ 中， $\angle BNE = 60^\circ, \angle E = 90^\circ, BE = 1$ ，得 $NE = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

根据 $\angle G = 90^\circ, AG = 1, \angle AMG = 30^\circ$ ，有 $\tan \angle AMG = \frac{AG}{GM}$ ，得 $GM = \sqrt{3}$ ，易证四边形 $AGFH$ 为矩形，四边形 $BKFE$

为矩形，根据 $FN + FM = EF + FG - EN - GM$ 可得 $FN + FM = BQ + AQ + 2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，由问题 3 可知，当 $BQ = AQ = 2\sqrt{2}$

时， $AQ + BQ$ 最大，则有 $BQ = AQ = 2\sqrt{2}$ 时， $FM + FN$ 最大为 $\left(4\sqrt{2} + 2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)cm$ ；方法二：

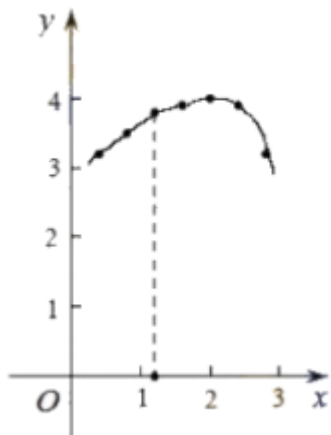
延长 EB 、 GA 相交于点 H 同法一求得： $GM = \sqrt{3}, NE = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，根据四边形 $GFEH$ 为矩形，有

$MF = EH - GM = b + 1 - \sqrt{3}$ ， $FN = EF - NE = a + 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，得到 $MF + FN = a + b + 2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，由问题 3 可知，当

$a = b = 2\sqrt{2}$ 时， $a + b$ 最大

则可得 $a = b = 2\sqrt{2}$ 时 $FM + FN$ 最大为 $\left(4\sqrt{2} + 2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}\right) \text{cm}$.

【详解】问题 1：图



问题 2：(3)2；(4) $\sqrt{2}a$

问题 3：

法一：（判别式法）

证明：设 $BC = x, AC = BC = y$

在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ, AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{4a^2 - x^2}$,

$$\therefore y = x + \sqrt{4a^2 - x^2}$$

$$\therefore y - x = \sqrt{4a^2 - x^2}$$

$$y^2 - 2xy + x^2 = 4a^2 - x^2,$$

$$2x^2 - 2xy + y^2 - 4a^2 = 0,$$

$\therefore$ 关于 x 的元二次方程有实根，

$$\therefore b^2 - 4ac = 4y^2 - 4 \times 2 \cdot (x^2 - 4a^2) \geq 0,$$

$$\therefore y^2 \leq 8a^2,$$

$$\because y > 0, a > 0,$$

$$\therefore y \leq 2\sqrt{2}a,$$

当 y 取最大值 $2\sqrt{2}a$ 时，

$$2x^2 - 4\sqrt{2}ax + 4a^2 = 0$$

$$(\sqrt{2}x - 2a)^2 = 0$$

$$x_1 = x_2 = \sqrt{2}a$$

∴ 当 $BC = \sqrt{2}a$ 时, y 有最大值.

法二: (基本不等式)

设 $BC = m, AC = n, AC + BC = y$

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\because \angle C = 90^\circ$,

$$\therefore m^2 + n^2 = 4a^2$$

$$Q(m - n)^2 \geq 0,$$

$$\therefore m^2 + n^2 \geq 2mn.$$

当 $m = n$ 时, 等式成立

$$\therefore 4a^2 \geq 2mn,$$

$$mn \leq 2a^2.$$

$$Q y = m + n = \sqrt{m^2 + n^2 + 2mn}$$

$$= \sqrt{4a^2 + 2mn},$$

$$Q mn \leq 2a^2,$$

$$\therefore y \leq 2\sqrt{2}a,$$

∴ 当 $BC = AC = \sqrt{2}a$ 时, y 有最大值.

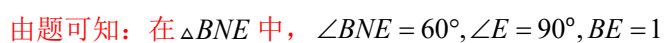
问题 4:

法一: 延长 AM 交 EF 于点 C ,

过点 A 作 $AH \perp EF$ 于点 H , 垂足为 H ,

过点 B 作 $BK \perp GF$ 交于点 K , 垂足为 K ,

BK 交 AH 于点 Q ,



$$\therefore \tan \angle BNE = \frac{BE}{NE}$$

即 $\sqrt{3} = \frac{1}{NE}$

$$\therefore NE = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore AM \parallel BN,$$

$$\therefore \angle C = 60^\circ,$$

又 $\angle GFE = 90^\circ$,

$$\therefore \angle CMF = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AMG = 30^\circ,$$

$$\angle G = 90^\circ, AG = 1, \angle AMG = 30^\circ,$$

$\therefore$ 在 $Rt_{\Delta}AGM$ 中,

$$\tan \angle AMG = \frac{AG}{GM},$$

$$\text{即 } \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{GM}$$

$$\therefore GM = \sqrt{3},$$

$$\text{Q } \angle G = \angle GFH = 90^\circ, \angle AHF = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $AGFH$ 为矩形

$$\therefore AH = FG,$$

$$\text{Q} \angle GFH = \angle E = 90^\circ, \angle BHF = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $BKFE$ 为矩形,

$$\therefore BK = FE,$$

$$QFN + FM = EF + FG - EN - GM$$

$$= BK + AH - \frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3}$$

$$= BQ + AQ + QH + QK - \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$= BQ + AQ + 2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \text{在 } Rt\triangle ABQ \text{ 中, } AB = 4.$$

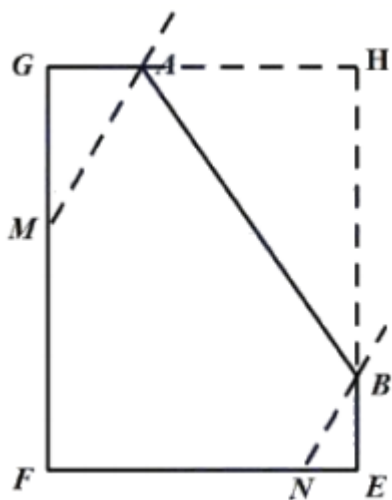
由问题 3 可知, 当 $BQ = AQ = 2\sqrt{2}$ 时, $AQ + BQ$ 最大

$$\therefore BQ = AQ = 2\sqrt{2} \text{ 时, } FM + FN \text{ 最大为 } \left(4\sqrt{2} + 2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}\right) cm$$

$$\text{即当 } EF = 2\sqrt{2} + 1 \text{ 时, 感光区域长度之和 } FM + FN \text{ 最大为 } \left(4\sqrt{2} + 2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}\right) cm$$

法二:

延长 EB 、 GA 相交于点 H ,



同法一求得:

$$GM = \sqrt{3}, NE = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{设 } AH = a, BH = b$$

$\therefore$ 四边形 $GFEH$ 为矩形,

$$\therefore GF = EH, EF = GH,$$

$$\therefore MF = EH - GM = b + 1 - \sqrt{3}.$$

$$FN = EF - NE = a + 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore MF + FN = a + b + 2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$Q a^2 + b^2 = 16,$$

由问题 3 可知，当 $a = b = 2\sqrt{2}$ 时， $a + b$ 最大

$$\therefore a = b = 2\sqrt{2} \text{ 时 } FM + FN \text{ 最大为 } \left(4\sqrt{2} + 2 - \frac{4\sqrt{3}}{3} \right) cm$$

即当 $EF = 2\sqrt{2} + 1$ 时，感光区域长度之和 $FM + FN$ 最大为 $\left(4\sqrt{2} + 2 - \frac{4\sqrt{3}}{3} \right) cm$ 。

【点睛】本题考查了一元二次方程，二次函数，不等式，解直角三角形，三角函数，矩形的性质等知识点，熟悉相关性质是解题的关键。

50. (江苏省徐州市 2020 年中考) (1) 解方程： $2x^2 - 5x + 3 = 0$ ；

$$(2) \text{ 解不等式组： } \begin{cases} 3x - 4 < 5 \\ \frac{2x - 1}{3} > \frac{x - 2}{2} \end{cases}$$

【答案】(1) $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = 1$ (2) $-4 < x < 3$

【分析】(1) 根据因式分解法即可求解；

(2) 分别求出各不等式的解集，即可求出其公共解集。

【详解】(1) 解方程： $2x^2 - 5x + 3 = 0$

$$(2x - 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore 2x - 3 = 0 \text{ 或 } x - 1 = 0$$

$$\text{解得 } x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = 1;$$

$$(2) \text{ 解 } \begin{cases} 3x - 4 < 5 \text{ ①} \\ \frac{2x - 1}{3} > \frac{x - 2}{2} \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①得 $x < 3$

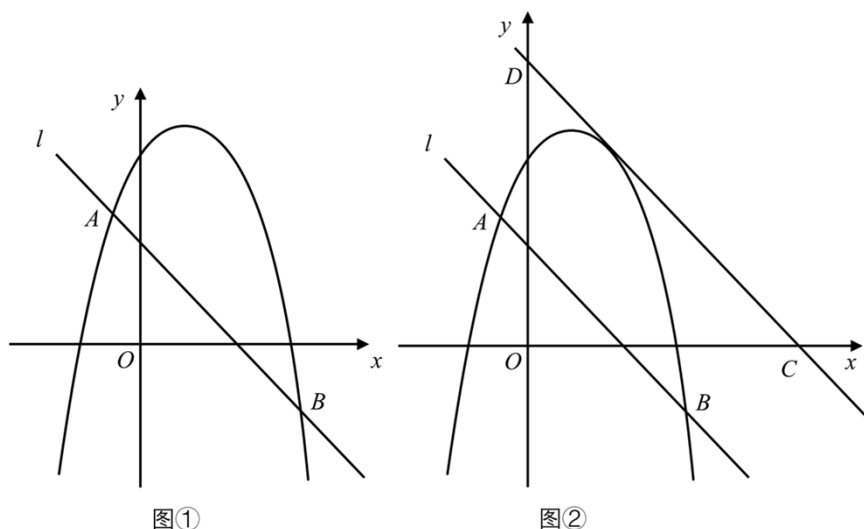
解不等式②得 $x > -4$

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-4 < x < 3$ 。

【点睛】此题主要考查方程与不等式的求解，解题的关键是熟知其解法。

51. (江苏省淮安市 2020 年中考) 如图①，二次函数 $y = -x^2 + bx + 4$ 的图象与直线 l 交于 $A(-1, 2)$ 、 $B(3, n)$ 两点。点 P 是 x 轴上的一个动点，过点 P 作 x 轴的垂线交直线 l 于点 M ，交该二次函数的图象于点 N ，设点 P

的横坐标为 m .



(1) $b = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 若点 N 在点 M 的上方, 且 $MN = 3$, 求 m 的值;

(3) 将直线 AB 向上平移 4 个单位长度, 分别与 x 轴、 y 轴交于点 C 、 D (如图②).

①记 $\triangle NBC$ 的面积为 S_1 , $\triangle NAC$ 的面积为 S_2 , 是否存在 m , 使得点 N 在直线 AC 的上方, 且满足

$S_1 - S_2 = 6$? 若存在, 求出 m 及相应的 S_1 、 S_2 的值; 若不存在, 请说明理由.

②当 $m > -1$ 时, 将线段 MA 绕点 M 顺时针旋转 90° 得到线段 MF , 连接 FB 、 FC 、 OA , 若

$\angle FBA + \angle AOD - \angle BFC = 45^\circ$, 直接写出直线 OF 与该二次函数图象交点的横坐标.

【答案】 (1) 1, -2; (2) $m=0$ 或 2; (3) ①存在, 且 $m=1-\sqrt{3}$, $S_1=5+2\sqrt{3}$, $S_2=2\sqrt{3}-1$; ② $\frac{1+\sqrt{65}}{4}$ 或 $\frac{1-\sqrt{65}}{4}$.

【分析】

(1) 把点 A 的坐标代入抛物线解析式即可求出 b , 于是可得抛物线的解析式, 再把点 B 的坐标代入抛物线的解析式即可求出 n ;

(2) 先利用待定系数法求出直线 AB 的解析式, 由点 $P(m, 0)$, 则点 M 、 N 的坐标可得, 于是 MN 的长可用含 m 的代数式表示, 由 $MN=3$ 可得关于 m 的方程, 解方程即可求出 m 的值;

(3) ①易求出平移后直线 CD 的解析式, 进而可得点 C 坐标, 然后利用待定系数法分别求出直线 AC 和直线 NC 的解析式, 设直线 MN 交 AC 于点 F , 过点 B 作 $BE \perp x$ 轴交直线 NC 于点 E , 如图 2, 然后即可用含 m 的代数式表示出 S_1 和 S_2 , 由 $S_1 - S_2 = 6$ 可得关于 m 的方程, 解方程即可求出 m , 进一步即可求出结果;

②当旋转后点 F 在点 C 左侧时, 过点 B 作 $BQ \perp x$ 轴于点 Q , 过点 M 作 $GH \parallel x$ 轴, 作 $AG \perp GH$ 于点 G , 作

$FH \perp GH$ 于点 H ，交 x 轴于点 K ，如图 3，根据直线 AB 的特点和旋转的性质可得 $\triangle AMG$ 和 $\triangle FMH$ 是全等的两个等腰直角三角形，进一步即可根据等腰直角三角形的性质和直线上点的坐标特点求得 $FK=2$ ，由条件 $\angle FBA + \angle AOD - \angle BFC = 45^\circ$ ，根据角的和差和平行线的性质可得 $\angle AOD = \angle CFK$ ，然后根据两个角的正切相等即可求出 CK 的长，于是可得点 F 的坐标，进而可求出直线 OF 的解析式，进一步即可求出直线 OF 与抛物线交点的横坐标；当旋转后点 F 在点 C 右侧时，易得满足 $\angle FBA + \angle AOD - \angle BFC = 45^\circ$ 的点 F 不存在，从而可得答案。

【详解】

解：（1）把 $A(-1, 2)$ 代入抛物线 $y = -x^2 + bx + 4$ ，得 $2 = -(-1)^2 - b + 4$ ，解得： $b=1$ ，

$\therefore$ 抛物线的解析式是： $y = -x^2 + x + 4$ ，

$\because$ 点 $B(3, n)$ 在抛物线上，

$\therefore n = -3^2 + 3 + 4 = -2$ ，

故答案为：1， -2；

（2）设直线 l 的解析式是 $y = kx + a$ ，把点 $A(-1, 2)$ 、 $B(3, -2)$ 两点代入，得：

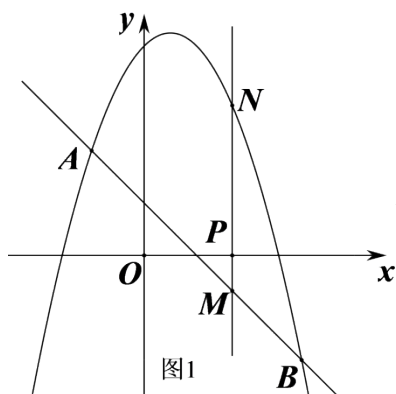
$$\begin{cases} -k + a = 2 \\ 3k + a = -2 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = -1 \\ a = 1 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 l 的解析式是 $y = -x + 1$ ，

如图 1， $\because$ 点 $P(m, 0)$ ， $\therefore$ 点 $M(m, -m+1)$ 、 $N(m, -m^2+m+4)$ ，

当点 N 在点 M 的上方时，则 $MN = (-m^2 + m + 4) - (-m + 1) = -m^2 + 2m + 3$ ，

当 $MN = 3$ 时， $-m^2 + 2m + 3 = 3$ ，解得： $m=0$ 或 2 ；



（3）①直线 AB 向上平移 4 个单位长度后的解析式为 $y = -x + 5$ ，

$\therefore$ 点 C 、 D 的坐标分别是 $(5, 0)$ 、 $(0, 5)$ ，

则由 $A(-1,2)$ 、 $C(5,0)$ 可得直线 AC 的解析式为 $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$,

由 $N(m, -m^2 + m + 4)$ 、 $C(5,0)$ 可得直线 NC 的解析式为 $y = \frac{m^2 - m - 4}{5 - m}x - \frac{5(m^2 - m - 4)}{5 - m}$,

设直线 MN 交 AC 于点 F , 过点 B 作 $BE \perp x$ 轴交直线 NC 于点 E , 如图 2,

当 $x=3$ 时, $y = \frac{3(m^2 - m - 4)}{5 - m} - \frac{5(m^2 - m - 4)}{5 - m} = -\frac{2(m^2 - m - 4)}{5 - m}$, $\therefore$ 点 $E(3, -\frac{2(m^2 - m - 4)}{5 - m})$,

$\therefore FN = (-m^2 + m + 4) - (-\frac{1}{3}m + \frac{5}{3}) = -m^2 + \frac{4}{3}m + \frac{7}{3}$, $BE = -\frac{2(m^2 - m - 4)}{5 - m} + 2 = \frac{-2m^2 + 18}{5 - m}$,

$\therefore S_1 = \frac{1}{2}BE \cdot PC = \frac{1}{2}(\frac{-2m^2 + 18}{5 - m}) \cdot (5 - m) = -m^2 + 9$,

$S_2 = \frac{1}{2}FN \cdot |x_C - x_A| = \frac{1}{2}(-m^2 + \frac{4}{3}m + \frac{7}{3}) \times 6 = -3m^2 + 4m + 7$,

$\therefore S_1 - S_2 = 6$,

$\therefore (-m^2 + 9) - (-3m^2 + 4m + 7) = 6$, 解得: $m = 1 \pm \sqrt{3}$,

由于当 $m = 1 + \sqrt{3}$ 时, $y_N = -(1 + \sqrt{3})^2 + (1 + \sqrt{3}) + 4 = 1 - \sqrt{3} < 0$,

此时点 N 在直线 AC 的下方, 故 $m = 1 + \sqrt{3}$ 舍去;

当 $m = 1 - \sqrt{3}$ 时, $S_1 = -(1 - \sqrt{3})^2 + 9 = 5 + 2\sqrt{3}$, $S_2 = 2\sqrt{3} - 1$;

$\therefore$ 存在 $m = 1 - \sqrt{3}$, 使 $S_1 - S_2 = 6$, 且此时 $S_1 = 5 + 2\sqrt{3}$, $S_2 = 2\sqrt{3} - 1$;

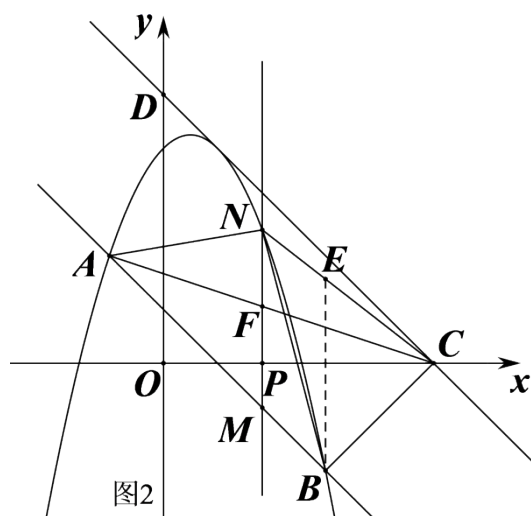


图2

②当旋转后点 F 在点 C 左侧时, 过点 B 作 $BQ \perp x$ 轴于点 Q , 过点 M 作 $GH \parallel x$ 轴, 作 $AG \perp GH$ 于点 G , 作

$FH \perp GH$ 于点 H ，交 x 轴于点 K ，如图 3，

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = -x + 1$ ，

$\therefore \angle AMG = 45^\circ$ ，

$\therefore$ 将线段 MA 绕点 M 顺时针旋转 90° 得到线段 MF ，

$\therefore \angle AMF = 90^\circ$ ， $MA = MF$ ，

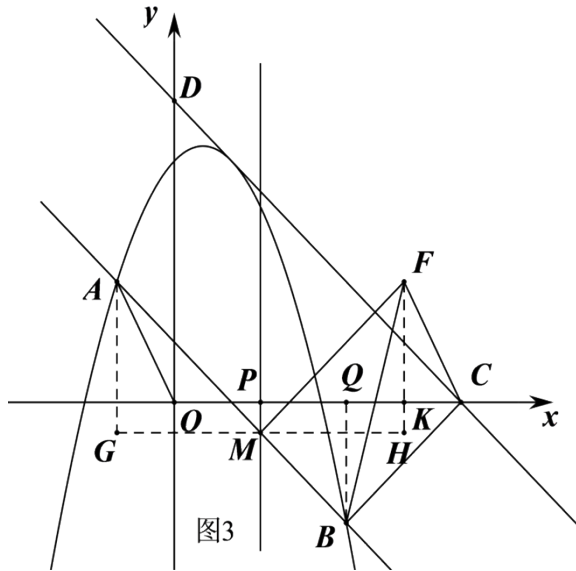
$\therefore \triangle AMG$ 和 $\triangle FMH$ 是全等的两个等腰直角三角形，

$\therefore AG = GM = MH = FH = m + 1$ ，

$\therefore M(m, -m + 1)$ ，

$\therefore KH = PM = m - 1$ ，

$\therefore FK = (m + 1) - (m - 1) = 2$ ，



$\therefore \angle FBA + \angle AOD - \angle BFC = 45^\circ$ ， $\angle FBA = \angle QBA + \angle QBF = 45^\circ + \angle QBF$ ，

$\therefore 45^\circ + \angle QBF + \angle AOD - \angle BFC = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle QBF + \angle AOD = \angle BFC = \angle BFK + \angle CFK$ ，

$\therefore FK \parallel BQ$ ， $\therefore \angle QBF = \angle BFK$ ，

$\therefore \angle AOD = \angle CFK$ ，

$\therefore \tan \angle AOD = \tan \angle CFK = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore CK = \frac{1}{2} FK = 1$ ， $OK = 4$ ，

$\therefore$ 点 F 的坐标是 $(4, 2)$ ，

$\therefore$ 直线 OF 的解析式是 $y = \frac{1}{2}x$ ，

解方程： $-x^2+x+4=\frac{1}{2}x$ ，得 $x_1=\frac{1+\sqrt{65}}{4}$, $x_2=\frac{1-\sqrt{65}}{4}$ ；

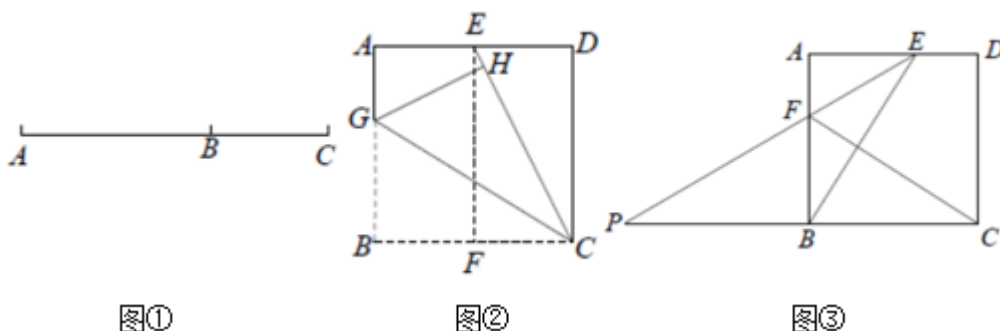
当旋转后点 F 在点 C 右侧时，满足 $\angle FBA + \angle AOD - \angle BFC = 45^\circ$ 的点 F 不存在；

综上，直线 OF 与该二次函数图象交点的横坐标为 $\frac{1+\sqrt{65}}{4}$ 或 $\frac{1-\sqrt{65}}{4}$ 。

【点睛】

本题是二次函数综合题，主要考查了二次函数的图象与性质、二次函数图象上点的坐标特征、一元二次方程的解法、等腰直角三角形的判定和性质、一次函数与二次函数的交点以及三角函数等知识，综合性强、难度较大，属于中考压轴题，熟练掌握二次函数的相关知识、灵活应用数形结合的思想是解题的关键。

52. (江苏省徐州市 2020 年中考) 我们知道：如图①，点 B 把线段 AC 分成两部分，如果 $\frac{BC}{AB} = \frac{AB}{AC}$ 。那么称点 B 为线段 AC 的黄金分割点。它们的比值为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 。



(1) 在图①中，若 $AC = 20\text{cm}$ ，则 AB 的长为 $\frac{20(\sqrt{5}-1)}{2} = 10(\sqrt{5}-1)\text{cm}$ ；

(2) 如图②，用边长为 20cm 的正方形纸片进行如下操作：对折正方形 $ABCD$ 得折痕 EF ，连接 CE ，将 CB 折叠到 CE 上，点 B 对应点 H ，得折痕 CG 。试说明 G 是 AB 的黄金分割点；

(3) 如图③，小明进一步探究：在边长为 a 的正方形 $ABCD$ 的边 AD 上任取点 E ($AE > DE$)，连接 BE ，作 $CF \perp BE$ ，交 AB 于点 F ，延长 EF 、 CB 交于点 P 。他发现当 PB 与 BC 满足某种关系时 E 、 F 恰好分别是 AD 、 AB 的黄金分割点。请猜想小明的发现，并说明理由。

【答案】(1) $10\sqrt{5}-10$ ；(2) 见解析；(3) 当 $PB=BC$ 时， E 、 F 恰好分别是 AD 、 AB 的黄金分割点，理由见解析

【分析】(1) 由黄金比值直接计算即可；

(2) 如图，连接 GE ，设 $BG=x$ ，则 $AG=20-x$ ，易证得四边形 $EFCD$ 是矩形，可求得 CE ，由折叠知 $GH=BG=x$ ， $CH=BC=20$ ，进而 $EH=CE-CH$ ，在 $\text{Rt}\triangle GAE$ 和 $\text{Rt}\triangle GHE$ 中由勾股定理得关于 x 的方程，解之即可证得结论；

(3) 当 $PB=BC$ 时，证得 $\text{Rt}\triangle PBF \cong \text{Rt}\triangle CBF \cong \text{Rt}\triangle BAE$ ，则有 $BF=AE$ ，设 $BF=x$ ，则 $AF=a-x$ ，由 $AE \parallel PB$ 得

AE:PB=AF:BF, 解得 x , 即可证得结论.

【详解】(1) $AB = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times 20 = (10\sqrt{5}-10) \text{ (cm)},$

故答案为: $10\sqrt{5}-10$;

(2) 如图, 连接 GE , 设 $BG=x$, 则 $GA=20-x$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle D = 90^\circ,$$

由折叠性质得: $CH=BC=20$, $GE=BG=x$, $\angle GHC=\angle B=90^\circ$, $AE=ED=10$,

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, $CE = \sqrt{ED^2 + CD^2} = 10\sqrt{5}$,

$$\therefore EH = 10\sqrt{5} - 20,$$

在 $\text{Rt}\triangle GHE$ 中, $GE^2 = GH^2 + EH^2 = x^2 + (10\sqrt{5} - 20)^2$

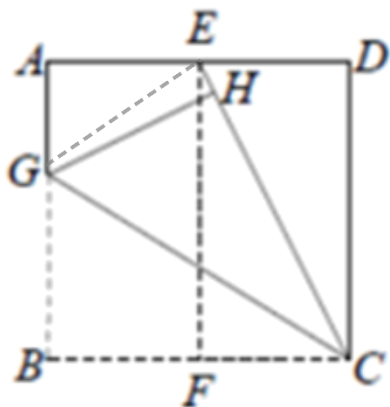
在 $\text{Rt}\triangle GAE$ 中, $GE^2 = AG^2 + AE^2 = (20-x)^2 + 100$,

$$\therefore x^2 + (10\sqrt{5} - 20)^2 = (20-x)^2 + 100,$$

解得: $x = 10\sqrt{5} - 10$,

即 $\frac{BG}{AB} = \frac{10\sqrt{5}-10}{20} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$,

$\therefore G$ 是 AB 的黄金分割点;



(3) 当 $PB=BC$ 时, E 、 F 恰好分别是 AD 、 AB 的黄金分割点.

理由: $\because CF \perp BE$,

$$\therefore \angle BCF + \angle CBE = 90^\circ, \text{ 又 } \angle CBE + \angle ABE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle BCF,$$

$\because \angle A = \angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC$,

$\therefore \triangle BAE \cong \triangle CBF$ (ASA),

$\therefore AE = BF$,

设 $AE = BF = x$, 则 $AF = a - x$,

$\because AD \parallel BC$ 即 $AE \parallel PB$,

$$\therefore \frac{AE}{BP} = \frac{AF}{BF} \text{ 即 } \frac{x}{a} = \frac{a-x}{x},$$

$$\therefore x^2 + ax - a^2 = 0,$$

$$\text{解得: } x = \frac{\sqrt{5}a - a}{2} \text{ 或 } x = \frac{-\sqrt{5}a - a}{2} \text{ (舍去),}$$

$$\text{即 } BF = AE = \frac{\sqrt{5}a - a}{2},$$

$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{BF}{AB} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2},$$

$\therefore E$ 、 F 分别是 AD 、 AB 的黄金分割点.

【点睛】本题考查了正方形的性质、折叠性质、勾股定理、全等三角形的判定与性质、平行线分线段成比例、解一元二次方程等知识，解答的关键是认真审题，找出相关信息的关联点，确定解题思路，进而推理、探究、发现和计算.

53. (江苏省无锡市 2020 年中考) 解方程:

$$(1) x^2 + x - 1 = 0 \quad (2) \begin{cases} -2x \leq 0 \\ 4x + 1 < 5 \end{cases}$$

$$\text{【答案】(1) } x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad ; (2) 0 \leq x < 1$$

【分析】(1) 根据公式法求解即可;

(2) 先分别求每一个不等式, 然后即可得出不等式组的解集.

【详解】(1) 由方程可得 $a=1$, $b=1$, $c=-1$,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2};$$

(2) 解不等式 $-2x \leq 0$, 得 $x \geq 0$,

解不等式 $4x + 1 < 5$, 得 $x < 1$,

$\therefore$ 不等式的解集为 $0 \leq x < 1$.

【点睛】本题考查了解一元二次方程和解不等式组, 掌握运算法则是解题关键.

54. (江苏省南京市 2020 年中考) 解方程: $x^2 - 2x - 3 = 0$.

【答案】 $x_1 = 3, x_2 = -1$

【分析】 将方程的左边因式分解后即可求得方程的解

【详解】 解：因式分解得： $(x+1)(x-3) = 0$ ，

即 $x+1=0$ 或 $x-3=0$ ，

解得： $x_1 = -1, x_2 = 3$

【点睛】 本题考查了解一元二次方程-因式分解法：先把方程右边变形为 0，然后把方程左边进行因式分解，这样把一元二次方程转化为两个一元一次方程，再解一次方程可得到一元二次方程的解。

55. (江苏省徐州市 2019 年中考) 如图，有一块矩形硬纸板，长 30cm ，宽 20cm 。在其四角各剪去一个同样的正方形，然后将四周突出部分折起，可制成一个无盖长方体盒子。当剪去正方形的边长取何值时，所得长方体盒子的侧面积为 200cm^2 ？



【答案】 当剪去正方形的边长为 $\frac{5}{2}\text{cm}$ 时，所得长方体盒子的侧面积为 200cm^2 。

【分析】 设剪去正方形的边长为 $x\text{cm}$ ，则做成无盖长方体盒子的底面长为 $(30-2x)\text{cm}$ ，宽为 $(20-2x)\text{cm}$ ，高为 $x\text{cm}$ ，根据长方体盒子的侧面积为 200cm^2 ，即可得出关于 x 的一元二次方程，解之取其较小值即可得出结论。

【详解】 设剪去正方形的边长为 $x\text{cm}$ ，则做成无盖长方体盒子的底面长为 $(30-2x)\text{cm}$ ，宽为 $(20-2x)\text{cm}$ ，高为 $x\text{cm}$ ，

依题意，得： $2 \times [(30-2x) + (20-2x)]x = 200$ ，

整理，得： $2x^2 - 25x + 50 = 0$ ，

解得： $x_1 = \frac{5}{2}$ ， $x_2 = 10$ ，

当 $x = 10$ 时， $20 - 2x = 0$ ，不合题意，舍去，

$\therefore x = \frac{5}{2}$ ，

答：当剪去正方形的边长为 $\frac{5}{2}\text{cm}$ 时，所得长方体盒子的侧面积为 200cm^2 。

【点睛】 本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键。

56 (江苏省无锡市 2019 年中考). 解方程

(1) $x^2 - 2x - 5 = 0$

(2) $\frac{1}{x-2} = \frac{4}{x+1}$

【答案】(1) $x_1 = 1 + \sqrt{6}, x_2 = 1 - \sqrt{6}$; (2) $x = 3$ 是方程的解.

【分析】(1)利用配方法进行求解即可;

(2)方程两边同时乘以 $(x-2)(x+1)$, 化为整式方程, 解整式方程后进行检验即可得.

【详解】(1) $x^2 - 2x = 5$,

$$x^2 - 2x + 1 = 5 + 1,$$

$$(x-1)^2 = 6,$$

$$x-1 = \pm\sqrt{6},$$

$$\therefore x_1 = 1 + \sqrt{6}, x_2 = 1 - \sqrt{6};$$

(2)方程两边同时乘以 $(x-2)(x+1)$, 得

$$x+1 = 4(x-2),$$

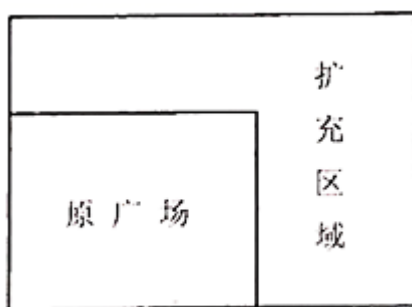
解得: $x = 3$,

检验: 当 $x = 3$ 时, $(x-2)(x+1) \neq 0$,

所以 $x = 3$ 是原方程的解.

【点睛】本题考查了解一元二次方程, 解分式方程, 熟练掌握相关解法是解题的关键. 解分式方程时要注意要进行检验.

57. (江苏省南京市 2019 年中考) 某地计划对矩形广场进行扩建改造. 如图, 原广场长 50m, 宽 40m, 要求扩充后的矩形广场长与宽的比为 3: 2. 扩充区域的扩建费用每平方米 30 元, 扩建后在原广场和扩充区域都铺设地砖, 铺设地砖费用每平方米 100 元. 如果计划总费用 642000 元, 扩充后广场的长和宽应分别是多少米?



【答案】扩充后广场的长和宽应分别为 90m 和 60m.

【分析】设扩充后广场的长为 $3xm$, 宽为 $2xm$, 根据矩形的面积公式和总价 = 单价 $\times$ 数量列出方程并解答.

【详解】解: 设扩充后广场的长为 $3x$ m, 宽为 $2x$ m.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/068007113125006055>