

2024 届陕西省窑店中学下学期高三数学试题二模考试试卷

考生请注意：

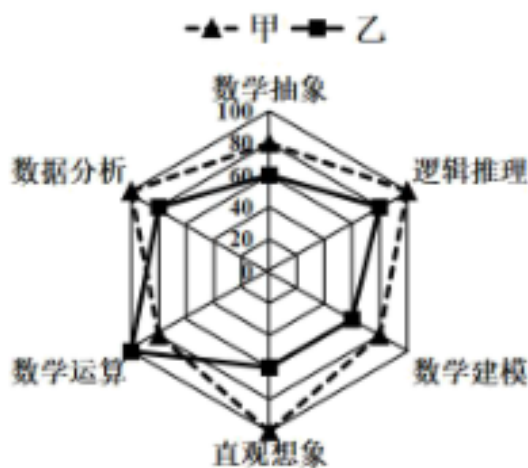
1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \mid x > 0\}$ ， $B = \{x \mid x^2 - x + b = 0\}$ ，若 $A \cap B = \{3\}$ ，则 $b =$ ()

- A. -6 B. 6 C. 5 D. -5

2. 为比较甲、乙两名高中学生的数学素养，对课程标准中规定的数学六大素养进行指标测验（指标值满分为 100 分，分值高者为优），根据测验情况绘制了如图所示的六大素养指标雷达图，则下面叙述不正确的是 ()

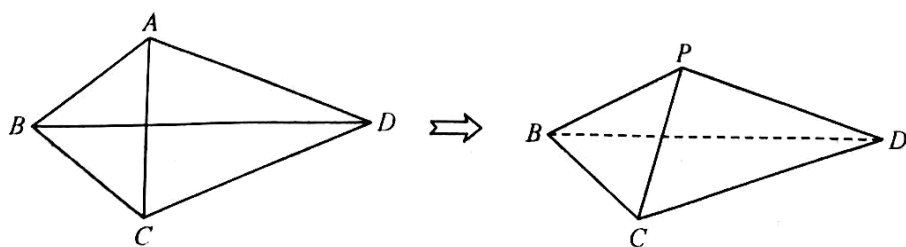


- A. 甲的数据分析素养优于乙 B. 乙的数据分析素养优于数学建模素养
C. 甲的六大素养整体水平优于乙 D. 甲的六大素养中数学运算最强

3. 设 m, n 为直线， α, β 为平面，则 $m \perp \alpha$ 的一个充分条件可以是 ()

- A. $\alpha \perp \beta, \alpha \perp \beta = n, m \perp n$ B. $\alpha \parallel \beta, m \perp \beta$
C. $\alpha \perp \beta, m \parallel \beta$ D. $n \subset \alpha, m \perp n$

4. 如图，在平面四边形 $ABCD$ 中，满足 $AB = BC, CD = AD$ ，且 $AB + AD = 10, BD = 8$ ，沿着 BD 把 ABD 折起，使点 A 到达点 P 的位置，且使 $PC = 2$ ，则三棱锥 $P-BCD$ 体积的最大值为 ()



- A. 12 B. $12\sqrt{2}$ C. $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{16}{3}$

5. 已知复数 z 满足 $i \cdot z = 2 + i$, 则 z 的共轭复数是 ()

- A. $-1 - 2i$ B. $-1 + 2i$ C. $1 - 2i$ D. $1 + 2i$

6. 若 $\left(2x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^n$ 的二项式展开式中二项式系数的和为 32, 则正整数 n 的值为 ()

- A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

7. 已知复数 z 满足 $z = i(1 - i)$, (i 为虚数单位), 则 $|z| =$ ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3

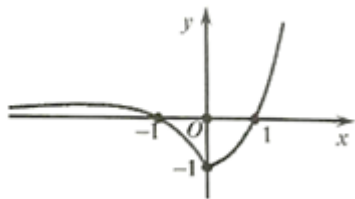
8. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线与直线 $6x - 3y + 1 = 0$ 垂直, 则该双曲线的离心率为 ()

- A. 2 B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D. $2\sqrt{3}$

9. 已知函数 $f(x) = \ln x + 1$, $g(x) = 2e^{x-\frac{1}{2}}$, 若 $f(m) = g(n)$ 成立, 则 $m - n$ 的最小值是 ()

- A. $\frac{1}{2} + \ln 2$ B. $e - 2$ C. $\ln 2 - \frac{1}{2}$ D. $\sqrt{e} - \frac{1}{2}$

10. 函数 $f(x)$ 的图象如图所示, 则它的解析式可能是 ()



- A. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2^x}$ B. $f(x) = 2^x (|x| - 1)$

- C. $f(x) = |\ln|x||$ D. $f(x) = xe^x - 1$

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{e^x}, & x > 0 \\ -x^2 - 2x, & x \leq 0 \end{cases}$ 若函数 $g(x) = f(x) - k(x + \frac{1}{2})$ 在 R 上零点最多, 则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $(0, \frac{2}{3e})$ B. $(-\frac{2}{3e}, 0)$ C. $(-\frac{1}{2\sqrt{e}}, 0)$ D. $(0, \frac{1}{2\sqrt{e}})$

12. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c , 且 $A = 60^\circ$, $b = 3$, AD 为 BC 边上的中线, 若

$AD = \frac{7}{2}$, 则 V_{ABC} 的面积为 ()

- A. $\frac{25\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{15\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{15}{4}$ D. $\frac{35\sqrt{3}}{4}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量 $\vec{a} = (\cos 5^\circ, \sin 5^\circ)$, $\vec{b} = (\cos 65^\circ, \sin 65^\circ)$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x - 2y + 4 \geq 0, \\ x + 4y + 6 \geq 0, \\ x - 2 \leq 0, \end{cases}$, 则 $z = x^2 + y^2$ 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

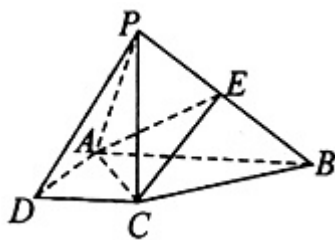
15. 假如某人有壹元、贰元、伍元、拾元、贰拾元、伍拾元、壹佰元的纸币各两张，要支付贰佰壹拾玖 (219) 元的货款，则有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 种不同的支付方式.

16. 设 S_n 是公差为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $a_7 = -2a_1$, 则 $\frac{S_9}{S_5 + a_4} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 是直角梯形, $AB \perp AD, AB \parallel CD, PC \perp$ 底面 $ABCD$

$AB = 2AD = 2CD = 4, PC = 2a, E$ 是 PB 的中点.

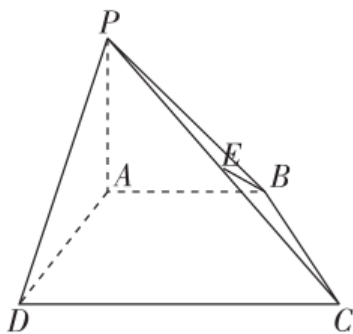


(1) 求证: 平面 $EAC \perp$ 平面 PBC ;

(2) 若二面角 $P-AC-E$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 求直线 PA 与平面 EAC 所成角的正弦值.

18. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AD \perp AB, AB \parallel CD, AB = AD = AP = \frac{1}{2}CD = 2$,

E 为 PC 的中点.



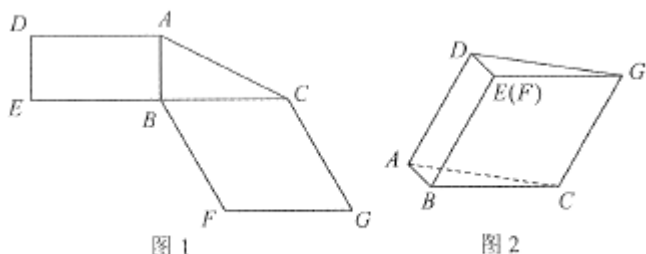
- (1) 求证: $BE \perp$ 平面 PCD ;
- (2) 求二面角 $A-PB-C$ 的余弦值.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{e^x} (a > 0)$ 的导函数 $y = f'(x)$ 的两个零点为 -3 和 0 .

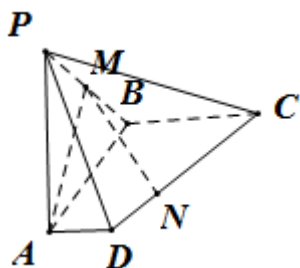
- (1) 求 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 若 $f(x)$ 的极小值为 $-e^3$, 求 $f(x)$ 在区间 $[-5, +\infty)$ 上的最大值.

20. (12 分) 图 1 是由矩形 $ADEB$, $Rt\triangle ABC$ 和菱形 $BFGC$ 组成的一个平面图形, 其中 $AB=1$, $BE=BF=2$, $\angle FBC=60^\circ$, 将其沿 AB , BC 折起使得 BE 与 BF 重合, 连结 DG , 如图 2.

- (1) 证明: 图 2 中的 A, C, G, D 四点共面, 且平面 $ABC \perp$ 平面 $BCGE$;
- (2) 求图 2 中的二面角 $B-CG-A$ 的大小.



21. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 侧棱 $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AD=1$, $PA=AB=BC=2$, M 是棱 PB 的中点.



- (1) 求证: $AM \parallel$ 平面 PCD ;
- (2) 若 $\angle ABC = 90^\circ$, 点 N 是线段 CD 上一点, 且 $DN = \frac{1}{3}DC$, 求直线 MN 与平面 PCD 所成角的正弦值.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = |2x-1| - |x+2|$, $g(x) = |x+m| - |x-m|$.

- (1) 解不等式 $f(x) > 8$;
- (2) $\forall x_1 \in R, \exists x_2 \in R$ 使得 $f(x_1) = g(x_2)$, 求实数 m 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

由 $A \cap B = \{3\}$ ，得 $3 \in B$ ，代入集合 B 即可得 b 。

【详解】

Q $A \cap B = \{3\}$ ， $\therefore 3 \in B$ ， $\therefore 9 - 3 + b = 0$ ，即： $b = -6$ ，

故选：A

【点睛】

本题考查了集合交集的含义，也考查了元素与集合的关系，属于基础题。

2、D

【解析】

根据所给的雷达图逐个选项分析即可。

【详解】

对于 A，甲的数据分析素养为 100 分，乙的数据分析素养为 80 分，

故甲的数据分析素养优于乙，故 A 正确；

对于 B，乙的数据分析素养为 80 分，数学建模素养为 60 分，

故乙的数据分析素养优于数学建模素养，故 B 正确；

对于 C，甲的六大素养整体水平平均得分为

$$\frac{100+80+100+80+100+80}{6} = \frac{310}{3},$$

乙的六大素养整体水平平均得分为 $\frac{80+60+80+60+60+100}{6} = \frac{250}{3}$ ，故 C 正确；

对于 D，甲的六大素养中数学运算为 80 分，不是最强的，故 D 错误；

故选：D

【点睛】

本题考查了样本数据的特征、平均数的计算，考查了学生的数据处理能力，属于基础题。

3、B

【解析】

根据线面垂直的判断方法对选项逐一分析，由此确定正确选项.

【详解】

对于 A 选项，当 $\alpha \perp \beta$ ， $\alpha \cap \beta = n$ ， $m \perp n$ 时，由于 m 不在平面 β 内，故无法得出 $m \perp \alpha$.

对于 B 选项，由于 $\alpha // \beta$ ， $m \perp \beta$ ，所以 $m \perp \alpha$.故 B 选项正确.

对于 C 选项，当 $\alpha \perp \beta$ ， $m // \beta$ 时， m 可能含于平面 α ，故无法得出 $m \perp \alpha$.

对于 D 选项，当 $n \subset \alpha$ ， $m \perp n$ 时，无法得出 $m \perp \alpha$.

综上所述， $m \perp \alpha$ 的一个充分条件是“ $\alpha // \beta$ ， $m \perp \beta$ ”

故选：B

【点睛】

本小题主要考查线面垂直的判断，考查充分必要条件的理解，属于基础题.

4、C

【解析】

过 P 作 $PE \perp BD$ 于 E，连接 CE，易知 $CE \perp BD$ ， $PE = CE$ ，从而可证 $BD \perp$ 平面 PCE，进而可知

$V_{P-BCD} = V_{B-PCE} + V_{D-PCE} = \frac{1}{3} S_{\triangle PCE} \cdot BD = \frac{8}{3} S_{\triangle PCE}$ ，当 $S_{\triangle PCE}$ 最大时， V_{P-BCD} 取得最大值，取 PC 的中点 F，可得 $EF \perp PC$ ，再由 $S_{\triangle PCE} = \frac{1}{2} PC \cdot EF = \sqrt{PE^2 - 1}$ ，求出 PE 的最大值即可.

【详解】

在 $\triangle BPD$ 和 $\triangle BCD$ 中，
$$\begin{cases} PB = BC \\ PD = CD, \text{ 所以 } \triangle BPD \cong \triangle BCD, \text{ 则 } \angle PBD = \angle CBD, \\ BD = BD \end{cases}$$

过 P 作 $PE \perp BD$ 于 E，连接 CE，显然 $\triangle BPE \cong \triangle BCE$ ，则 $CE \perp BD$ ，且 $PE = CE$ ，

又因为 $PE \cap CE = E$ ，所以 $BD \perp$ 平面 PCE，

所以 $V_{P-BCD} = V_{B-PCE} + V_{D-PCE} = \frac{1}{3} S_{\triangle PCE} \cdot BD = \frac{8}{3} S_{\triangle PCE}$ ，

当 $S_{\triangle PCE}$ 最大时， V_{P-BCD} 取得最大值，取 PC 的中点 F，则 $EF \perp PC$ ，

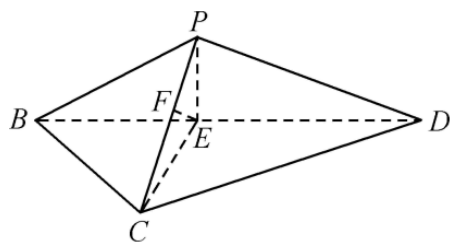
所以 $S_{\triangle PCE} = \frac{1}{2} PC \cdot EF = \sqrt{PE^2 - 1}$ ，

因为 $PB + PD = 10$ ， $BD = 8$ ，所以点 P 在以 B、D 为焦点的椭圆上（不在左右顶点），其中长轴长为 10，焦距长为 8，

所以 PE 的最大值为椭圆的短轴长的一半，故 PE 最大值为 $\sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ ，

所以 $S_{\triangle PCE}$ 最大值为 $2\sqrt{2}$ ，故 V_{P-BCD} 的最大值为 $\frac{8}{3} \times 2\sqrt{2} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$ 。

故选：C.



【点睛】

本题考查三棱锥体积的最大值，考查学生的空间想象能力与计算求解能力，属于中档题.

5、D

【解析】

两边同乘 $-i$ ，化简即可得出答案.

【详解】

$i \cdot z = 2 + i$ 两边同乘 $-i$ 得 $z = 1 - 2i$ ，共轭复数为 $1 + 2i$ ，选 D.

【点睛】

$z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ 的共轭复数为 $\bar{z} = a - bi$

6、C

【解析】

由二项式系数性质， $(a+b)^n$ 的展开式中所有二项式系数和为 2^n 计算.

【详解】

$\left(2x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^n$ 的二项展开式中二项式系数和为 2^n ， $\therefore 2^n = 32, \therefore n = 5$.

故选：C.

【点睛】

本题考查二项式系数的性质，掌握二项式系数性质是解题关键.

7、A

【解析】

$z = i(1-i) = 1+i$ ，故 $|z| = \sqrt{2}$ ，故选 A.

8、B

【解析】

由题中垂直关系，可得渐近线的方程，结合 $c^2 = a^2 + b^2$ ，构造齐次关系即得解

【详解】

双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线与直线 $6x - 3y + 1 = 0$ 垂直.

$\therefore$ 双曲线的渐近线方程为 $y = \pm \frac{1}{2}x$.

$\therefore \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$, 得 $4b^2 = a^2, c^2 - a^2 = \frac{1}{4}a^2$.

则离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

故选: B

【点睛】

本题考查了双曲线的渐近线和离心率，考查了学生综合分析，概念理解，数学运算的能力，属于中档题.

9、A

【解析】

分析: 设 $f(m) = g(n) = t$, 则 $t > 0$, 把 m, n 用 t 表示, 然后令 $h(t) = m - n$, 由导数求得 $h(t)$ 的最小值.

详解: 设 $f(m) = g(n) = t$, 则 $t > 0$, $m = e^{t-1}$, $n = \ln \frac{t}{2} + \frac{1}{2} = \ln t - \ln 2 + \frac{1}{2}$,

$\therefore m - n = e^{t-1} - \ln t + \ln 2 - \frac{1}{2}$, 令 $h(t) = e^{t-1} - \ln t + \ln 2 - \frac{1}{2}$,

则 $h'(t) = e^{t-1} - \frac{1}{t}$, $h''(t) = e^{t-1} + \frac{1}{t^2} > 0$, $\therefore h'(t)$ 是 $(0, +\infty)$ 上的增函数,

又 $h'(1) = 0$, $\therefore$ 当 $t \in (0, 1)$ 时, $h'(t) < 0$, 当 $t \in (1, +\infty)$ 时, $h'(t) > 0$,

即 $h(t)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增, $h(1)$ 是极小值也是最小值,

$h(1) = \frac{1}{2} + \ln 2$, $\therefore m - n$ 的最小值是 $\frac{1}{2} + \ln 2$.

故选 A.

点睛: 本题易错选 B, 利用导数法求函数的最值, 解题时学生可能不会将其中求 $b - a$ 的最小值问题, 通过构造新函数, 转化为求函数 $h(t)$ 的最小值问题, 另外通过二次求导, 确定函数的单调区间也很容易出错.

10、B

【解析】

根据定义域排除 C, 求出 $f(1)$ 的值, 可以排除 D, 考虑 $f(-100)$ 排除 A.

【详解】

根据函数图象得定义域为 R ，所以 C 不合题意；

D 选项，计算 $f(1) = e - 1$ ，不符合函数图象；

对于 A 选项， $f(-100) = 9999 \times 2^{100}$ 与函数图象不一致；

B 选项符合函数图象特征.

故选：B

【点睛】

此题考查根据函数图象选择合适的解析式，主要利用函数性质分析，常见方法为排除法.

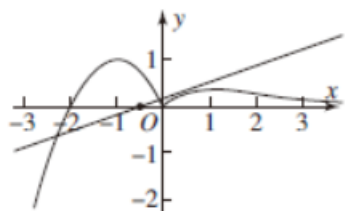
11、D

【解析】

将函数的零点个数问题转化为函数 $y = f(x)$ 与直线 $y = k(x + \frac{1}{2})$ 的交点的个数问题，画出函数 $y = f(x)$ 的图象，易知直线 $y = k(x + \frac{1}{2})$ 过定点 $(-\frac{1}{2}, 0)$ ，故与 $f(x)$ 在 $x < 0$ 时的图象必有两个交点，故只需与 $f(x)$ 在 $x > 0$ 时的图象有两个交点，再与切线问题相结合，即可求解.

【详解】

由图知 $y = f(x)$ 与 $y = k(x + \frac{1}{2})$ 有 4 个公共点即可，



即 $k \in (0, k_{\text{切}})$ ，当设切点 (x_0, y_0) ，

$$\text{则} \begin{cases} k = \frac{1-x_0}{e^{x_0}} \\ k(x_0 + \frac{1}{2}) = \frac{x_0}{e^{x_0}} \end{cases}, \therefore \begin{cases} x_0 = \frac{1}{2} \\ k = \frac{1}{2\sqrt{e}} \end{cases}$$

$$\therefore k \in (0, \frac{1}{2\sqrt{e}}).$$

故选：D.

【点睛】

本题考查了函数的零点个数的问题，曲线的切线问题，注意运用转化思想和数形结合思想，属于较难的压轴题.

12、B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/068013123027006137>