

2023—2024 学年度第一学期期中考试试题

高二数学

一、单选题（本大题共 8 小题，共 40 分．在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 直线 $x + \sqrt{3}y - 3 = 0$ 的倾斜角是（ ）

A. 30°

B. 60°

C. 150°

D. 120°

【答案】C

【解析】

【分析】由斜率可确定直线的倾斜角.

【详解】由 $x + \sqrt{3}y - 3 = 0$ 得 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ ，所以该直线的斜率为： $k = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

设直线倾斜角为 θ ，则 $0^\circ \leq \theta < 180^\circ$ ，且 $\tan \theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，所以 $\theta = 150^\circ$.

故选：C

2. 已知 $P(A) = 0.5$ ， $P(B) = 0.3$ ， $P(AB) = 0.2$ ，则 $P(A \cup B) =$ （ ）

A. 0.5

B. 0.6

C. 0.8

D. 1

【答案】B

【解析】

【分析】依题意根据 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ 计算可得；

【详解】解：因为 $P(A) = 0.5$ ， $P(B) = 0.3$ ， $P(AB) = 0.2$

则 $P(AB) \neq P(A)P(B)$ ，所以事件 A 与事件 B 不相互独立，

$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.5 + 0.3 - 0.2 = 0.6$.

故选：B

3. 若直线 $l_1: x + ay + 6 = 0$ 与 $l_2: (a-2)x + 3y + 2a = 0$ 平行，则 l_1 与 l_2 间的距离为（ ）

A. $\sqrt{2}$

B. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$

C. $\sqrt{3}$

D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】由两直线平行的判定有 $3 - a(a - 2) = 0$ 且 $2a^2 - 18 \neq 0$ 求参数 a ，应用平行线距离公式求 l_1 与 l_2 间的距离.

【详解】 $\because$ 直线 $l_1: x + ay + 6 = 0$ 与 $l_2: (a - 2)x + 3y + 2a = 0$ 平行,

$$\therefore 3 - a(a - 2) = 0 \text{ 且 } 2a^2 - 18 \neq 0, \text{ 解得 } a = -1, l_2: -3x + 3y - 2 = 0, x - y + \frac{2}{3} = 0.$$

$$\therefore \text{直线 } l_1 \text{ 与 } l_2 \text{ 间的距离 } d = \frac{\left|6 - \frac{2}{3}\right|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{8\sqrt{2}}{3}.$$

故选: B.

4. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 2, 若 a_1, a_3, a_4 成等比数列, S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则

S_9 等于 ()

A. -8

B. -6

C. 10

D. 0

【答案】D

【解析】

【分析】由 a_1, a_3, a_4 成等比数列, 可得 $a_3^2 = a_1 a_4$, 再利用等差数列的通项公式及其前 n 项和公式即可得出.

【详解】 $\because a_1, a_3, a_4$ 成等比数列, $\therefore a_3^2 = a_1 a_4$,

$$\therefore (a_1 + 2 \times 2)^2 = a_1 \cdot (a_1 + 3 \times 2),$$

化为 $2a_1 = -16$,

解得 $a_1 = -8$.

$$\therefore \text{则 } S_9 = -8 \times 9 + \frac{9 \times 8}{2} \times 2 = 0,$$

故选 D.

【点睛】本题考查了等比数列与等差数列的通项公式及其前 n 项和公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

5. 若直线 l 经过点 $P(-2,1)$ ，且直线 l 的一个法向量为 $\vec{v} = (2, -1)$ ，则直线 l 的方程为 ()

A. $x + 2y = 0$

B. $x + 2y - 4 = 0$

C. $2x - y + 5 = 0$

D. $2x + y + 3 = 0$

【答案】C

【解析】

【分析】根据直线 l 的一个法向量为 $\vec{v} = (2, -1)$ ，得到 $k_l = 2$ ，写出直线方程.

【详解】因为直线 l 的一个法向量为 $\vec{v} = (2, -1)$ ，

所以 $k_l = 2$ ，

则直线 l 的方程为 $y - 1 = 2(x + 2)$ ，即 $2x - y + 5 = 0$ ，

故选：C

6. 在明代程大位所著的《算法统宗》中有这样一首歌谣，“放牧人粗心大意，三畜偷偷吃苗青，苗主扣住牛马羊，要求赔偿五斗粮，三畜户主愿赔偿，牛马羊吃得异样．马吃了牛的一半，羊吃了马的一半．”请问各畜赔多少？它的大意是放牧人放牧时粗心大意，牛、马、羊偷吃青苗，青苗主人扣住牛、马、羊向其主人要求赔偿五斗粮食（1斗=10升），三畜的主人同意赔偿，但牛、马、羊吃的青苗量各不相同．马吃的青苗是牛的一半，羊吃的青苗是马的一半．问羊、马、牛的主人应该分别向青苗主人赔偿多少升粮食？（ ）

A. $\frac{25}{7}, \frac{50}{7}, \frac{100}{7}$

B. $\frac{25}{14}, \frac{25}{7}, \frac{50}{7}$

C. $\frac{100}{7}, \frac{200}{7}, \frac{400}{7}$

D.

$\frac{50}{7}, \frac{100}{7}, \frac{200}{7}$

【答案】D

【解析】

【分析】设羊户赔粮 a_1 升,马户赔粮 a_2 升,牛户赔粮 a_3 升,易知 a_1, a_2, a_3 成等比数列,

$q=2, a_1+a_2+a_3=50$, 结合等比数列的性质可求出答案.

【详解】设羊户赔粮 a_1 升,马户赔粮 a_2 升,牛户赔粮 a_3 升,则 a_1, a_2, a_3 成等比数列,且公比

$$q=2, a_1+a_2+a_3=50, \text{ 则 } a_1(1+q+q^2)=50, \text{ 故 } a_1=\frac{50}{1+2+2^2}=\frac{50}{7}, a_2=2a_1=\frac{100}{7},$$

$$a_3=2^2a_1=\frac{200}{7}.$$

故选:D.

【点睛】本题考查数列与数学文化,考查了等比数列的性质,考查了学生的运算求解能力,属于基础题.

7. 点 $P(2,3)$ 到直线 $l: ax+y-2a=0$ 的距离为 d , 则 d 的最大值为()

A. 3

B. 4

C. 5

D. 7

【答案】A

【解析】

【分析】首先确定直线所过的定点, 然后确定 d 的最大值即可.

【详解】直线方程即 $y=-a(x-2)$, 据此可知直线恒过定点 $M(2,0)$,

当直线 $l \perp PM$ 时, d 有最大值,

$$\text{结合两点之间距离公式可得 } d \text{ 的最大值为 } \sqrt{(2-2)^2+(3-0)^2}=3.$$

本题选择A选项.

【点睛】本题主要考查直线恒过定点问题, 两点之间距离公式及其应用等知识, 意在考查学生的转化能力和计算求解能力.

8. 曲线 $y=1+\sqrt{4-x^2}$ 与直线 $kx-y-2k+4=0$ 有两个交点时, 实数 k 取值范围是()

A. $\left(\frac{5}{12}, \frac{3}{4}\right]$

B. $\left(\frac{5}{12}, \frac{3}{4}\right)$

C. $\left[\frac{1}{3}, \frac{3}{4}\right]$

D.

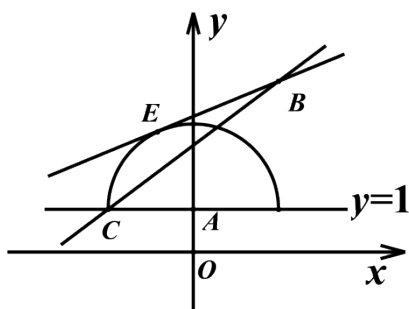
$$\left(0, \frac{5}{12}\right)$$

【答案】A

【解析】

【分析】曲线 $y = 1 + \sqrt{4 - x^2}$ 即 $x^2 + (y - 1)^2 = 4, (y \geq 1)$ ，表示以 $A(0, 1)$ 为圆心，以 2 为半径的圆位于直线 $y = 1$ 上方的部分（包含圆与直线 $y = 1$ 的交点 C 和 D ），是一个半圆，如图直线 $y = k(x - 2) + 4$ 过定点 $B(2, 4)$ ，要有 2 个交点，直线要在 BC, BE 之间，求出两直线的斜率可得结果

【详解】解：曲线 $y = 1 + \sqrt{4 - x^2}$ 即 $x^2 + (y - 1)^2 = 4, (y \geq 1)$ ，表示以 $A(0, 1)$ 为圆心，以 2 为半径的圆位于直线 $y = 1$ 上方的部分（包含圆与直线 $y = 1$ 的交点 C 和 D ），是一个半圆，如图：



直线 $y = k(x - 2) + 4$ 过定点 $B(2, 4)$ ，设半圆的切线 BE 的切点为 E ，

则 BC 的斜率为 $k_{BC} = \frac{4 - 1}{2 + 2} = \frac{3}{4}$ 。

设切线 BE 的斜率为 k' ， $k' > 0$ ，则切线 BE 的方程为 $y - 4 = k'(x - 2)$ ，根据圆心 A 到线 BE 距离等于半径得

$$2 = \frac{|0 - 1 + 4 - 2k'|}{\sqrt{1 + k'^2}}, \quad k' = \frac{5}{12},$$

由题意可得 $k' < k \leq k_{BC}$ ， $\therefore \frac{5}{12} < k \leq \frac{3}{4}$ ，

故选：A。

二、多选题（本大题共 4 小题，共 20.0 分。在每小题有多项符合题目要求）

9. 下列说法正确的是（ ）

A. 任意一条直线都有倾斜角，但不一定有斜率

- B. 点 $(0,2)$ 关于直线 $y=x+1$ 的对称点为 $(1,1)$
- C. 经过点 $(1,1)$ 且在 x 轴和 y 轴上截距都相等的直线方程为 $x+y-2=0$
- D. 直线 $x-y-2=0$ 与两坐标轴围成的三角形的面积是 2

【答案】ABD

【解析】

【分析】A 选项，利用斜率定义可知，当倾斜角为 90° 时，斜率不存在；B 选项求解点关于直线的对称点，满足两点的斜率与 $y=x+1$ 乘积为 -1，中点在已知直线 $y=x+1$ 上，进而求出对称点；C 选项要考虑截距均为 0 的情况，D 选项求出与坐标轴的交点坐标，进而求出围成的三角形的面积.

【详解】当倾斜角为 90° 时，斜率不存在，故 A 选项正确；设 $(0,2)$ 关于直线 $y=x+1$ 的对

称点为 (m,n) ，则满足
$$\begin{cases} \frac{n-2}{m} = -1 \\ \frac{n+2}{2} = \frac{m}{2} + 1 \end{cases}$$
，解得：
$$\begin{cases} m=1 \\ n=1 \end{cases}$$
，故点 $(0,2)$ 关于直线 $y=x+1$ 的对

称点为 $(1,1)$ ，B 正确；当在 x 轴和 y 轴上截距都等于 0 时，此时直线为 $y=x$ ，故 C 错误；

直线 $x-y-2=0$ 与两坐标轴的交点坐标为 $(2,0)$ 与 $(0,-2)$ ，故与两坐标轴围成的三角形

的面积为 $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ ，D 正确

故选：ABD

10. 甲、乙两人练习射击，命中目标的概率分别为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ ，甲、乙两人各射击一次，下列说法正确的是（ ）

A. 目标恰好被命中一次的概率为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

B. 目标恰好被命中两次的概率为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

C. 目标被命中的概率为 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

D. 目标被命中的概率为 $1 - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$

【答案】BD

【解析】

【分析】利用独立事件的概率乘法公式和互斥事件、对立事件的概率公式可判断各选项的正误.

【详解】甲、乙两人练习射击，命中目标的概率分别为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ ，甲、乙两人各射击一次，

在 A 中，目标恰好被命中一次的概率为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$ ，故 A 错误；

在 B 中，由相互独立事件概率乘法公式得：目标恰好被命中两次的概率为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ ，故 B 正确；

在 CD 中，目标被命中的概率为 $1 - \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$ ，故 C 错误，D 正确.

故选：BD.

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，下列说法正确的 ()

A. 若 $S_n = n^2 + 1$ ，则 $\{a_n\}$ 是等差数列

B. 若 $S_n = 3^n - 1$ ，则 $\{a_n\}$ 是等比数列

C. 若 $\{a_n\}$ 是等差数列，则 $S_9 = 9a_5$

D. 若 $\{a_n\}$ 是等比数列，且 $a_1 > 0, q > 0$ ，则 $S_1 \cdot S_3 > S_2^2$

【答案】BC

【解析】

【分析】对于 A，求出 a_1, a_2, a_3 即可判断；

对于 B，利用 $a_n = S_n - S_{n-1}$ 求出通项公式，再验证是否满足 $a_1 = 2$ ，即可判断；

对于 C，根据等差数列的求和公式即可判断；

对于 D，当 $q = 1$ 时，可得 $S_1 \cdot S_3 - S_2^2 = -a_1^2 < 0$ ，即可判断.

【详解】解：对于 A，若 $S_n = n^2 + 1$ ，则 $a_1 = S_1 = 2$ ，

$a_2 = S_2 - S_1 = 3$ ， $a_3 = S_3 - S_2 = 5$ ，则 $\{a_n\}$ 不是等差数列，A 错误；

对于 B，若 $S_n = 3^n - 1$ ，则 $a_1 = S_1 = 2$ ，当 $n \geq 2$ 时，

$a_n = S_n - S_{n-1} = 3^n - 1 - (3^{n-1} - 1) = 2 \times 3^{n-1}$ ，满足 $a_1 = 2$ ，

所以 $a_n = 2 \times 3^{n-1}$ ，则 $\{a_n\}$ 是等比数列，B 正确；

对于 C， $\{a_n\}$ 是等差数列，则 $S_9 = \frac{9(a_1 + a_9)}{2} = 9a_5$ ，C 正确；

对于 D，若 $\{a_n\}$ 是等比数列，当 $q = 1$ 时，则 $S_1 \cdot S_3 - S_2^2 = 3a_1^2 - 4a_1^2 = -a_1^2 < 0$ ，D 错误.

故选：BC.

12. 已知圆 $M: x^2 + (y - 2)^2 = 1$ ，点 P 为 x 轴上一个动点，过点 P 作圆 M 的两条切线，

切点分别为 A ， B ，直线 AB 与 MP 交于点 C ，则下列结论正确的是（ ）

A. 四边形 $PAMB$ 周长的最小值为 $2 + \sqrt{3}$

B. $|AB|$ 的最大值为 2

C. 若 $P(1, 0)$ ，则三角形 PAB 的面积为 $\frac{8}{5}$

D. 若 $Q(\frac{\sqrt{15}}{4}, 0)$ ，则 $|CQ|$ 的最大值为 $\frac{9}{4}$

【答案】CD

【解析】

【分析】首先设 $|MP| = t$ ，

对于选项 A，根据题意，表达四边形 $PAMB$ 周长关于 t 的函数，由 t 的取值范围求函数的最小值可判断 A 错误；

对于选项 B，根据等面积法，求出 $|AB|$ 关于 t 的函数关系，由 t 的取值范围求函数的最大值可判断 B 错误；

对于选项 C，根据题意，计算 $\triangle PAB$ 的底和高，求出面积判断 C 正确；

对于选项 D，设动点 $P(m, 0)$ ，求出切线 AB 的方程与直线 PM 的方程，二者联立消去 m 得

到二者交点 C 的轨迹是圆, $|CQ|$ 的最大值为圆心 O_1 与 Q 距离加半径, 可判断 D 正确.

【详解】对于选项 A, 设 $|MP|=t$, 则 $|BP|=|AP|=\sqrt{|MP|^2-|MA|^2}=\sqrt{t^2-1}$,

则四边形 $PAMB$ 周长为 $2\sqrt{t^2-1}+2$, 则当 t 最小时周长最小, 又 t 最小值为 2,

所以四边形 $PABM$ 周长最小为 $2\sqrt{3}+2$, 故 A 错误;

对于选项 B, $S_{\text{四边形}PAMB}=2S_{\triangle MAP}=\frac{1}{2}|MP||AB|$, 即 $2\times\frac{1}{2}\times 1\times\sqrt{t^2-1}=\frac{1}{2}t|AB|$,

所以 $|AB|=\frac{2\sqrt{t^2-1}}{t}=2\sqrt{1-\frac{1}{t^2}}$, 因为 $t\geq 2$, 所以 $|AB|\in[\sqrt{3}, 2)$, 故 B 错误;

对于选项 C, 因为 $P(1,0)$, 所以 $|MP|=\sqrt{5}$, 即 $t=\sqrt{5}$, 所以 $|AB|=2\sqrt{1-\frac{1}{t^2}}=\frac{4}{\sqrt{5}}$,

$|AC|=\frac{1}{2}|AB|=\frac{2}{\sqrt{5}}$, $|AP|=\sqrt{t^2-1}=2$, $|PC|=\sqrt{AP^2-AC^2}=\frac{4}{\sqrt{5}}$,

所以三角形 PAB 的面积为 $\frac{1}{2}|AB||PC|=\frac{8}{5}$, 故 C 正确;

对于选项 D, 设 $P(m,0)$, $A(x_1, y_1)$, 则切线 PA 的方程为 $x_1x+(y_1-2)(y-2)=1$,

又因为直线 PA 过点 $P(m,0)$, 代入可得 $x_1m+(y_1-2)(0-2)=1$ 化简得 $mx_1-2y_1+3=0$

设 $B(x_2, y_2)$, 同理可得 $mx_2-2y_2+3=0$,

因此点 A, B 都过直线 $mx-2y+3=0$, 即直线 AB 的方程为 $mx-2y+3=0$,

MP 的方程为 $y=-\frac{2}{m}x+2$,

二者联立得,
$$\begin{cases} y=-\frac{2}{m}x+2 & \text{①} \\ mx-2y+3=0 & \text{②} \end{cases}$$

由①式解出 $m=\frac{2x}{2-y}$, 代入②式并化简得 $x^2+y^2-\frac{7}{2}y+3=0$,

配方得 $x^2+(y-\frac{7}{4})^2=\frac{1}{16}$, $y\neq 2$,

所以点 C 的轨迹是以 $(0, \frac{7}{4})$ 为圆心, $\frac{1}{4}$ 为半径的圆,

设其圆心为 O_1 ，所以 $|CQ|$ 的最大值为 $|O_1Q| + R = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{4}\right)^2 + \left(\frac{7}{4}\right)^2} + \frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$ ，故 D 正确。

故选：CD.

【点睛】本题综合性较强，难度较大，具备运动变化的观点和函数思想是解题的关键，对于 AB 选项，设变量 $|MP| = t$ ，用 t 分别表达周长函数和距离函数求最值，对于 D 选项，设出动点 $P(m, 0)$ ，分别表达直线 AB 和 MP 的方程，联立消去 m ，得到动点 C 的轨迹，进一步求解答案。

三、填空题（本大题共 4 小题，共 20 分）

13. 对某班一次测验成绩进行统计，如下表所示：

分数段	[40,50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
频率	0.03	0.04	0.17	0.36	0.25	0.15

则该班成绩在 $[80,100]$ 内的概率为_____.

【答案】 0.4 $\frac{2}{5}$

【解析】

【分析】根据测验成绩进行统计表，即可求得成绩在 $[80,100]$ 内的概率，得到答案.

【详解】根据测验成绩进行统计表，可得该班成绩在 $[80,100]$ 内的概率为

$$0.25 + 0.15 = 0.4.$$

故答案为： 0.4

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 3 + 2^n$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为_____.

【答案】 $a_n = \begin{cases} 5, & n=1 \\ 2^{n-1}, & n \geq 2 \end{cases}$

【解析】

【详解】当 $n=1$ 时， $a_1 = S_1 = 3 + 2^1 = 5$ ；当 $n \geq 2$ 时，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/068015047014006142>