

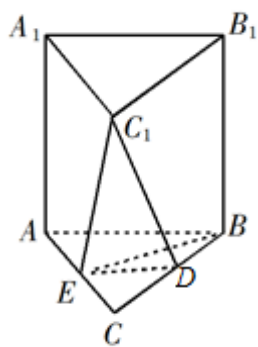
# 十年（2014—2023）年高考真题分项汇编—立体几何解答题

## 目录

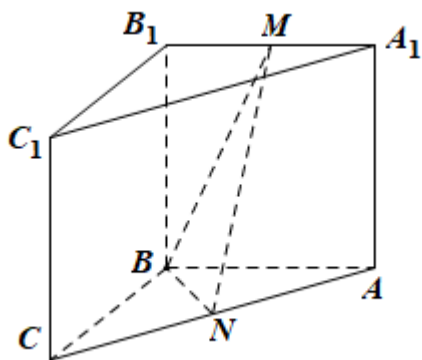
题型一：证明平行问题 .....	1
题型二：证明垂直问题 .....	2
题型三：求线线角 .....	5
题型四：求线面角 .....	7
题型五：求二面角 .....	16
题型六：求几何题的表面积和体积 .....	18
题型七：求距离的问题 .....	30
题型八：根据条件确定点的位置 .....	31
题型九：立体几何中求最值问题 .....	36
题型十：立体几何的综合应用 .....	37

### 题型一：证明平行问题

1. (2019 · 江苏 · 第 16 题) 如图，在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中， $D, E$  分别为  $BC, AC$  的中点， $AB = BC$  .
- 求证：(1)  $A_1B_1 \parallel$  平面  $DEC_1$ ；(2)  $BE \perp C_1E$  .



2. (2022 高考北京卷 · 第 17 题) 如图，在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中，侧面  $BCC_1B_1$  为正方形，平面  $BCC_1B_1 \perp$  平面  $ABB_1A_1$ ， $AB = BC = 2$ ， $M, N$  分别为  $A_1B_1, AC$  的中点.



(1) 求证:  $MN \parallel$  平面  $BCC_1B_1$ ;

(2) 再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知, 求直线  $AB$  与平面  $BMN$  所成角的正弦值.

条件①:  $AB \perp MN$ ;

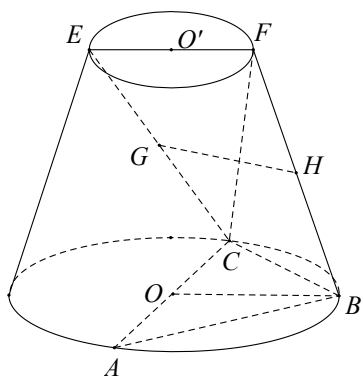
条件②:  $BM = MN$ .

注: 如果选择条件①和条件②分别解答, 按第一个解答计分.

3. (2016 高考数学山东理科·第 17 题) (本小题满分 12 分) 在如图所示的圆台中,  $AC$  是下底面圆  $O$  的直径,  $EF$  是上底面圆  $O'$  的直径,  $FB$  是圆台的一条母线.

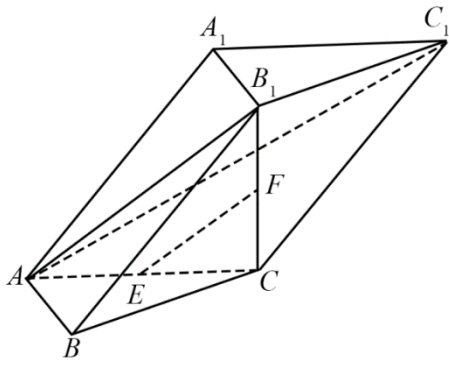
(i) 已知  $G, H$  分别为  $EC, FB$  的中点, 求证:  $GH \parallel$  平面  $ABC$ ;

(ii) 已知  $EF = FB = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{3}$ ,  $AB = BC$ . 求二面角  $F-BC-A$  的余弦值.



## 题型二: 证明垂直问题

1. (2020 江苏高考·第 15 题) 在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AB \perp AC$ ,  $B_1C \perp$  平面  $ABC$ ,  $E, F$  分别是  $AC, B_1C$  的中点.



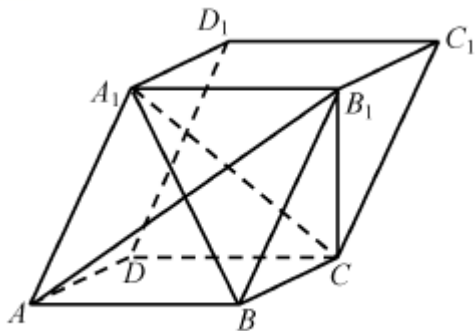
(1) 求证:  $EF \parallel$  平面  $AB_1C_1$ ;

(2) 求证: 平面  $AB_1C \perp$  平面  $ABB_1$ .

2. (2018 年高考数学江苏卷 · 第 15 题)(本小题满分 14 分) 在平行六面体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AA_1 = AB, AB_1 \perp B_1C_1$ .

求证: (1)  $AB \parallel$  平面  $A_1B_1C$ ;

(2) 平面  $ABB_1A_1 \perp$  平面  $A_1BC$ .

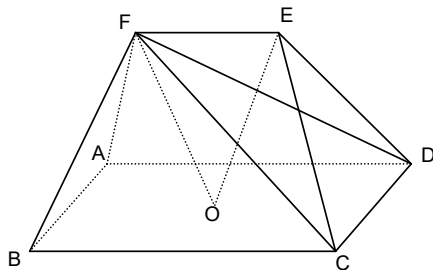


(第 15 题)

3. (本小题满分 12 分) 如图, 在五面体  $ABCDEF$  中, 点  $O$  是矩形  $ABCD$  的对角线的交点, 面  $CDE$  是等边三角形, 棱  $EF \parallel \frac{1}{2}BC$ .

(I) 证明  $FO \parallel$  平面  $CDE$ ;

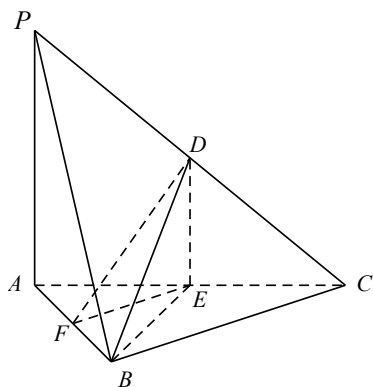
(II) 设  $BC = \sqrt{3}CD$ , 证明  $EO \perp$  平面  $CDF$ .



4. (2014 年高考数学江苏 · 第 16 题) 如图, 在三棱锥  $P - ABC$  中,  $D, E, F$  分别为棱  $PC, AC, AB$  的中点. 已知  $PA \perp AC, PA = 6$ ,

$BC = 8, DF = 5.$

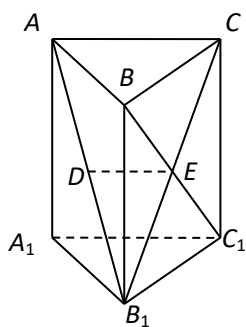
- (1) 求证：直线  $PA \parallel$  平面  $DEF$  ；  
 (2) 求证：平面  $BDE \perp$  平面  $ABC$  .



(第16题)

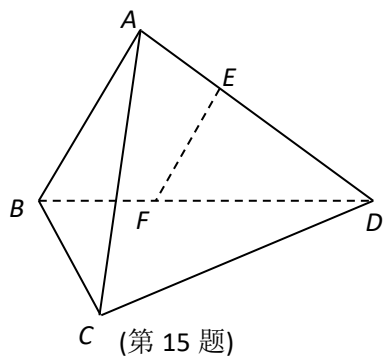
5. (2015 高考数学江苏文理 · 第 16 题) 如图，在直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中，已知  $AC \perp BC$ ， $BC = CC_1$ ，设  $AB_1$  的中点为  $D$ ， $B_1C \cap BC_1 = E$  .

- 求证：(1)  $DE \parallel$  平面  $AA_1C_1C$  ；  
 (2)  $BC_1 \perp AB_1$  .



6. (2017 年高考数学江苏文理科 · 第 15 题) 如图，在三棱锥  $A - BCD$  中， $AB \perp AD$ ， $BC \perp BD$ ，平面  $ABD \perp$  平面  $BCD$ ，点  $E, F$  ( $E$  与  $A, D$  不重合) 分别在棱  $AD$ ， $BD$  上，且  $EF \perp AD$  .

- 求证：(1)  $EF \parallel$  平面  $ABC$  ；  
 (2)  $AD \perp AC$  .

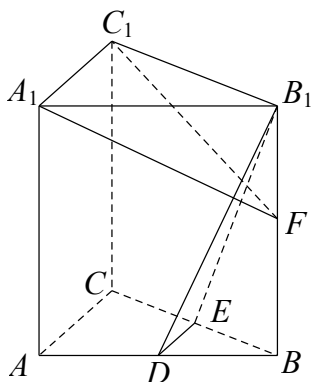


(第 15 题)

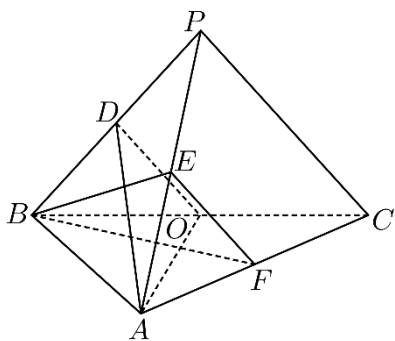
7. (2016 高考数学江苏文理科 · 第 16 题) 如图，在直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中， $D, E$  分别为  $AB, BC$  的中

点，点  $F$  在侧棱  $B_1B$  上，且  $B_1D \perp A_1F$ ， $A_1C_1 \perp A_1B_1$ 。

求证：(1) 直线  $DE \parallel$  平面  $A_1C_1F$ ； (2) 平面  $B_1DE \perp$  平面  $A_1C_1F$ 。



8. (2023 年全国乙卷理科 · 第 19 题) 如图，在三棱锥  $P-ABC$  中， $AB \perp BC$ ， $AB=2$ ， $BC=2\sqrt{2}$ ， $PB=PC=\sqrt{6}$ ， $BP$ ， $AP$ ， $BC$  的中点分别为  $D$ ， $E$ ， $O$ ， $AD=\sqrt{5}DO$ ，点  $F$  在  $AC$  上， $BF \perp AO$ 。



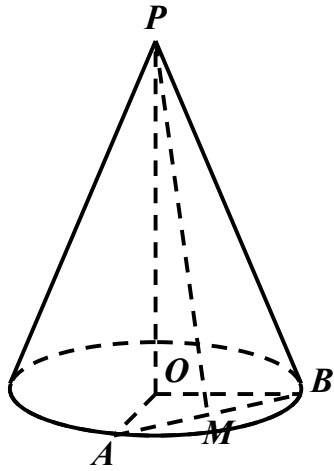
- (1) 证明： $EF \parallel$  平面  $ADO$ ；
- (2) 证明：平面  $ADO \perp$  平面  $BEF$ ；
- (3) 求二面角  $D-AO-C$  的正弦值。

### 题型三：求线线角

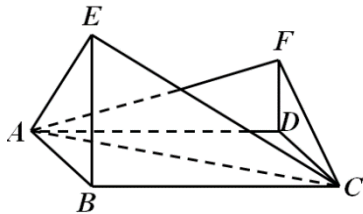
1. (2018 年高考数学上海 · 第 17 题) (本题满分 14 分，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分)

已知圆锥的顶点为  $P$ ，底面圆心为  $O$ ，半径为 2，

- (1) 设圆锥的母线长为 4，求圆锥的体积；
- (2) 设  $PO=4$ ， $OA$ 、 $OB$  是底面半径，且  $\angle AOB=90^\circ$ ， $M$  为线段  $AB$  的中点，如图，求异面直线  $PM$  与  $OB$  所成的角的大小。



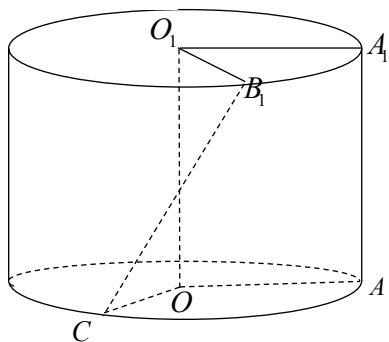
2. (2015 高考数学新课标 1 理科 · 第 18 题) 如图, 四边形  $ABCD$  为菱形,  $\angle ABC = 120^\circ$ ,  $E, F$  是平面  $ABCD$  同一侧的两点,  $BE \perp$  平面  $ABCD$ ,  $DF \perp$  平面  $ABCD$ ,  $BE = 2DF$ ,  $AE \perp EC$ .
- (1) 证明: 平面  $AEC \perp$  平面  $AFC$ ;
- (2) 求直线  $AE$  与直线  $CF$  所成角的余弦值.



3. (2016 高考数学上海理科 · 第 19 题) (本题满分 12 分) 本题共有 2 个小题, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 6 分.

将边长为 1 的正方形  $AA_1O_1O$  (及其内部) 绕的  $OO_1$  旋转一周形成圆柱, 如图,  $\widehat{AC}$  长为  $\frac{2}{3}\pi$ ,  $\widehat{A_1B_1}$  长为  $\frac{\pi}{3}$ , 其中  $B_1$  与  $C$  在平面  $AA_1O_1O$  的同侧.

- (1) 求三棱锥  $C-O_1A_1B_1$  的体积;
- (2) 求异面直线  $B_1C$  与  $AA_1$  所成的角的大小.



4. (2015 高考数学广东理科 · 第 18 题) (本小题满分 14 分)

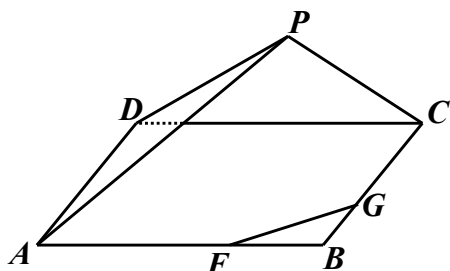
如图 2, 三角形  $PDC$  所在的平面与长方形  $ABCD$  所在的平面垂直,  $PD=PC=4$ ,  $AB=6$ ,  $BC=3$ . 点  $E$

是  $CD$  边的中点，点  $F, G$  分别在线段  $AB, BC$  上，且  $AF=2FB, CG=2GB$ 。

(1) 证明： $PE \perp FG$ ；

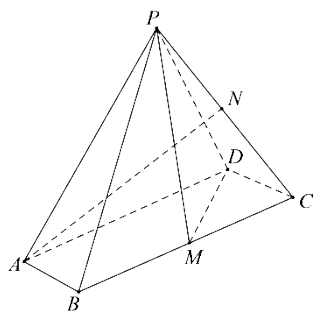
(2) 求二面角  $P-AD-C$  的正切值；

(3) 求直线  $PA$  与直线  $FG$  所成角的余弦值。



### 题型四：求线面角

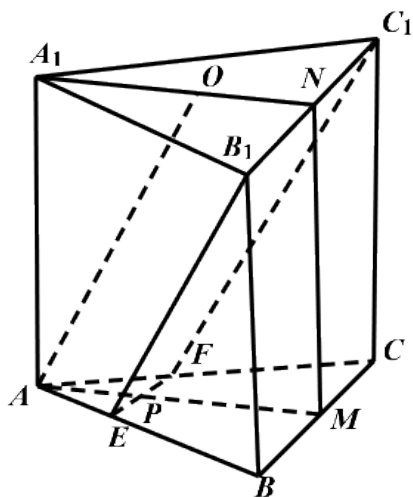
1. (2021 年高考浙江卷·第 19 题) 如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中，底面  $ABCD$  是平行四边形，  
 $\angle ABC = 120^\circ, AB = 1, BC = 4, PA = \sqrt{15}$ ， $M, N$  分别为  $BC, PC$  的中点， $PD \perp DC, PM \perp MD$ 。



(1) 证明： $AB \perp PM$ ；

(2) 求直线  $AN$  与平面  $PDM$  所成角的正弦值。

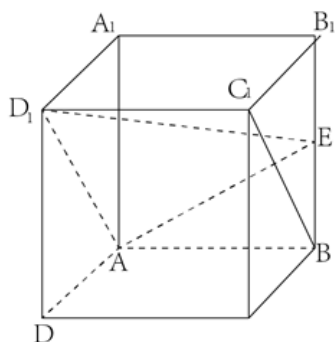
2. (2020 年高考课标 II 卷理科·第 20 题) 如图，已知三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的底面是正三角形，侧面  $BB_1C_1C$  是矩形， $M, N$  分别为  $BC, B_1C_1$  的中点， $P$  为  $AM$  上一点，过  $B_1C_1$  和  $P$  的平面交  $AB$  于  $E$ ，交  $AC$  于  $F$ 。



(1) 证明:  $AA_1 \parallel MN$ , 且平面  $A_1AMN \perp EB_1C_1F$ ;

(2) 设  $O$  为  $\triangle A_1B_1C_1$  的中心, 若  $AO \parallel$  平面  $EB_1C_1F$ , 且  $AO=AB$ , 求直线  $B_1E$  与平面  $A_1AMN$  所成角的正弦值.

3. (2020 北京高考 · 第 16 题) 如图, 在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $E$  为  $BB_1$  的中点.



(I) 求证:  $BC_1 \parallel$  平面  $AD_1E$ ;

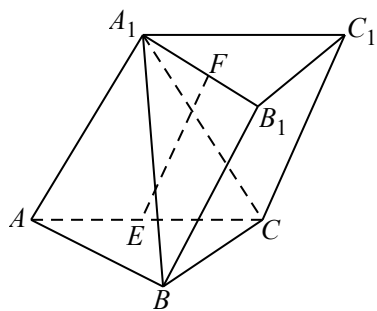
(II) 求直线  $AA_1$  与平面  $AD_1E$  所成角的正弦值.

4. (2019 · 浙江 · 第 19 题) 如图, 已知三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$ , 平面  $A_1ACC_1 \perp$  平面  $ABC$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,

$A_1A = A_1C = AC$ ,  $E, F$  分别是  $AC, A_1B_1$  的中点.

(I) 证明:  $EF \perp BC$ ;

(II) 求直线  $EF$  与平面  $A_1BC$  所成角的余弦值.

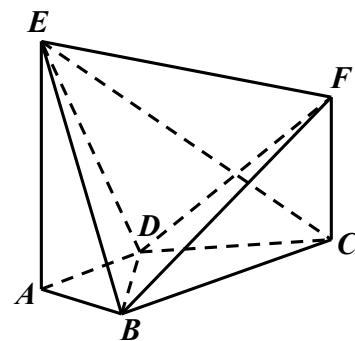


5. (2019 · 天津 · 理 · 第 17 题) 如图,  $AE \perp$  平面  $ABCD$ ,  $CF \parallel AE$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $AD \perp AB$ ,  $AB = AD = 1$ ,  $AE = BC = 2$ .

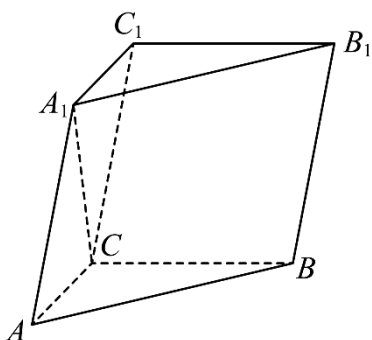
(I) 求证:  $BF \parallel$  平面  $ADE$ ;

(II) 求直线  $CE$  与平面  $BDE$  所成角的正弦值;

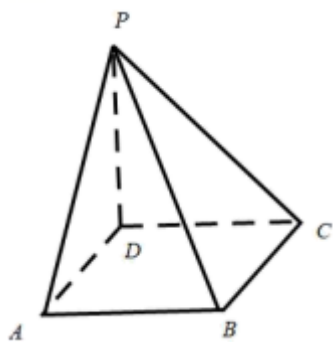
(III) 若二面角  $E-BD-F$  的余弦值为  $\frac{1}{3}$ , 求线段  $CF$  的长.



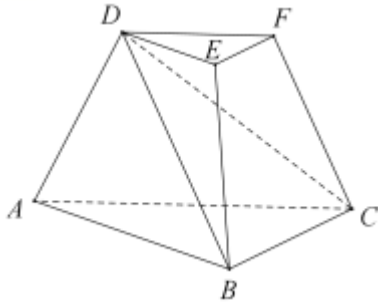
6. (2023 年全国甲卷理科 · 第 18 题) 如图, 在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $A_1C \perp$  底面  $ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AA_1 = 2$ ,  $A_1$  到平面  $BCC_1B_1$  的距离为 1.



- (1) 证明:  $A_1C = AC$ ;
- (2) 已知  $AA_1$  与  $BB_1$  的距离为 2, 求  $AB_1$  与平面  $BCC_1B_1$  所成角的正弦值.
7. (2020 年新高考全国卷 II 数学(海南) · 第 20 题) 如图, 四棱锥  $P-ABCD$  的底面为正方形,  $PD \perp$  底面  $ABCD$ . 设平面  $PAD$  与平面  $PBC$  的交线为  $l$ .



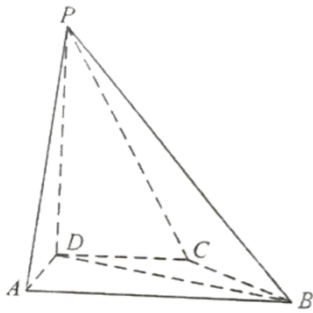
- (1) 证明:  $l \perp$  平面  $PDC$ ;
- (2) 已知  $PD=AD=1$ ,  $Q$  为  $l$  上的点,  $QB=\sqrt{2}$ , 求  $PB$  与平面  $QCD$  所成角的正弦值.
8. (2020 年浙江省高考数学试卷 · 第 19 题) 如图, 三棱台  $DEF-ABC$  中, 面  $ADFC \perp$  面  $ABC$ ,  $\angle ACB = \angle ACD = 45^\circ$ ,  $DC = 2BC$ .



(I) 证明:  $EF \perp DB$ ;

(II) 求  $DF$  与面  $DBC$  所成角的正弦值.

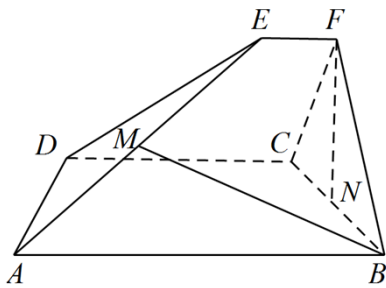
9. (2022 年高考全国甲卷数学(理) · 第 18 题) 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PD \perp$  底面  $ABCD, CD \parallel AB, AD = DC = CB = 1, AB = 2, DP = \sqrt{3}$ .



(1) 证明:  $BD \perp PA$ ;

(2) 求  $PD$  与平面  $PAB$  所成的角的正弦值.

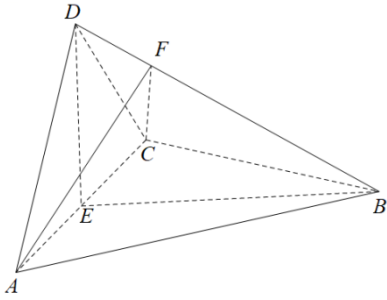
10. (2022 年浙江省高考数学试题 · 第 19 题) 如图, 已知  $ABCD$  和  $CDEF$  都是直角梯形,  $AB \parallel DC$ ,  $DC \parallel EF$ ,  $AB = 5, DC = 3, EF = 1, \angle BAD = \angle CDE = 60^\circ$ , 二面角  $F-DC-B$  的平面角为  $60^\circ$ . 设  $M, N$  分别为  $AE, BC$  的中点.



(1) 证明:  $FN \perp AD$ ;

(2) 求直线  $BM$  与平面  $ADE$  所成角的正弦值.

11. (2022 年高考全国乙卷数学(理) · 第 18 题) 如图, 四面体  $ABCD$  中,  $AD \perp CD, AD = CD, \angle ADB = \angle BDC$ ,  $E$  为  $AC$  的中点.

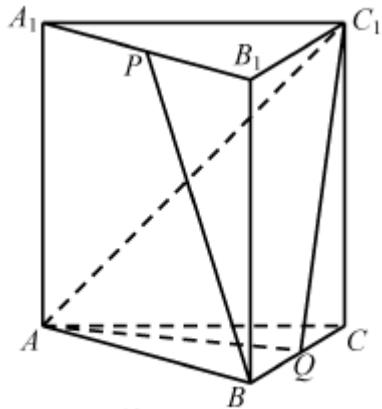


(1) 证明：平面  $BED \perp$  平面  $ACD$ ；

(2) 设  $AB = BD = 2, \angle ACB = 60^\circ$ ，点  $F$  在  $BD$  上，当  $\triangle AFC$  的面积最小时，求  $CF$  与平面  $ABD$  所成的角的正弦值。

12. (2018 年高考数学江苏卷 · 第 25 题) (本小题满分 10 分) 如图，在正三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中， $AB=AA_1=2$ ，点  $P, Q$  分别为  $A_1B_1, BC$  的中点。

- (1) 求异面直线  $BP$  与  $AC_1$  所成角的余弦值；
- (2) 求直线  $CC_1$  与平面  $AQC_1$  所成角的正弦值。

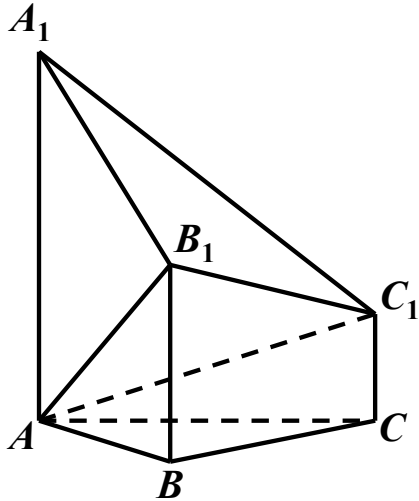


(第 22 题)

13. (2018 年高考数学浙江卷 · 第 19 题) (本题满分 15 分) 如图，已知多面体  $ABCA_1B_1C_1$ ， $A_1A, B_1B, C_1C$  均垂直于平面  $ABC$ ，

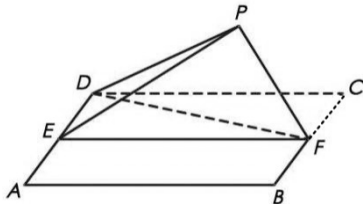
$\angle ABC = 120^\circ$ ， $A_1A = 4$ ， $C_1C = 1$ ， $AB = BC = B_1B = 2$ 。

- (1) 证明： $AB_1 \perp$  平面  $A_1B_1C_1$ ；
- (2) 求直线  $AC_1$  与平面  $ABB_1$  所成角的正弦值。



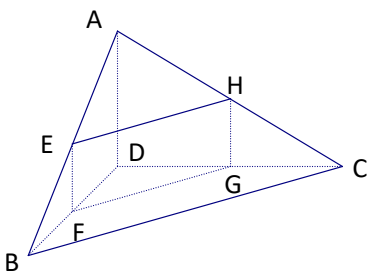
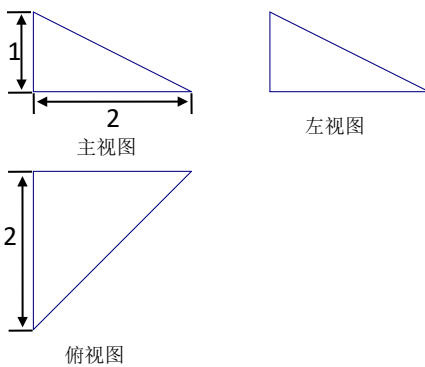
14. (2018 年高考数学课标卷 I (理) · 第 18 题) (12 分) 如图, 四边形  $ABCD$  为正方形,  $E, F$  分别为  $AD, BC$  的中点, 以  $DF$  为折痕把  $\triangle DCF$  折起, 使点  $C$  到达点  $P$  的位置, 且  $PF \perp BF$ .

- (1) 证明: 平面  $PEF \perp$  平面  $ABFD$ ;  
 (2) 求  $DP$  与平面  $ABFD$  所成角的正弦值.



15. (2014 年高考数学陕西理科 · 第 19 题) 四面体  $ABCD$  及其三视图如图所示, 过被  $AB$  的中点  $E$  作平行于  $AD, BC$  的平面分别交四面体的棱  $BD, DC, CA$  于点  $F, G, H$ .

- (1) 证明: 四边形  $EFGH$  是矩形; (2) 求直线  $AB$  与平面  $EFGH$  夹角  $\theta$  的正弦值.



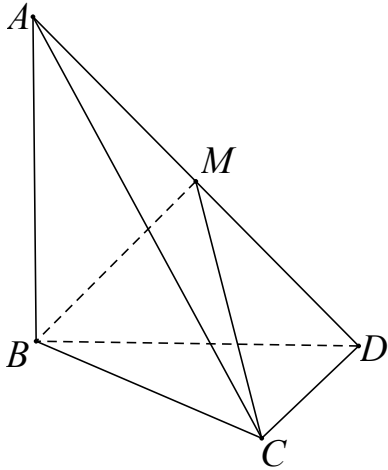
16. (2014 高考数学福建理科 · 第 17 题) (本小题满分 12 分)

在平行四边形  $ABCD$  中,  $AB = BD = CD = 1$ ,  $AB \perp BD, CD \perp BD$ .

将  $\triangle ABD$  沿  $BD$  折起, 使得平面  $ABD \perp$  平面  $BCD$ , 如图:

(1) 求证:  $AB \perp CD$ ;

(2) 若  $M$  为  $AD$  中点, 求直线  $AD$  与平面  $MBC$  所成角的正弦值.

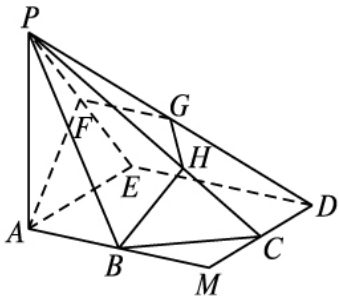


17. (2014 高考数学北京理科 · 第 17 题) 如图, 正方形  $AMDE$  的边长为 2,  $B, C$  分别为  $AM, MD$  的中点,

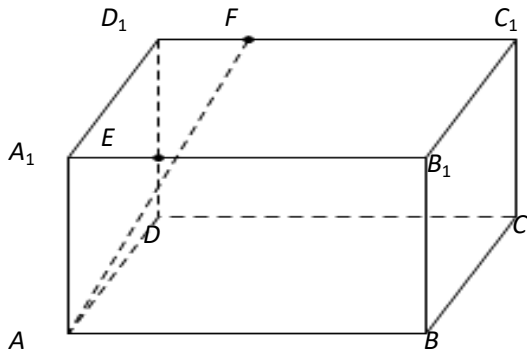
在五棱锥  $P-ABCDE$  中,  $F$  为棱  $PE$  的中点, 平面  $ABF$  与棱  $PD, PC$  分别交于点  $G, H$

(1) 求证:  $AB \parallel FG$ ;

(2) 若  $PA \perp$  平面  $ABCDE$ , 且  $PA = AE$ , 求直线  $BC$  与平面  $ABF$  所成角的大小, 并求线段  $PH$  的长.

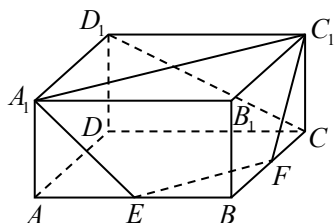


18. (2015 高考数学新课标 2 理科 · 第 19 题) (本题满分 12 分) 如图, 长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB=16, BC=10, AA_1=8$ , 点  $E, F$  分别在  $A_1B_1, C_1D_1$  上,  $A_1E = D_1F = 4$ . 过点  $E, F$  的平面  $\alpha$  与此长方体的面相交, 交线围成一个正方形.

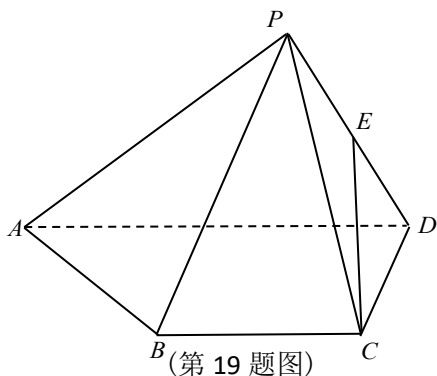


- (I) 在图中画出这个正方形(不必说出画法和理由);  
 (II) 求直线  $AF$  与平面  $\alpha$  所成角的正弦值.

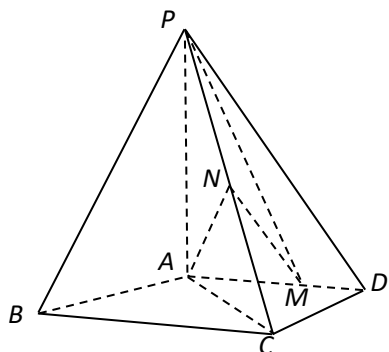
19. (2015 高考数学上海理科·第 19 题)(本题满分 12 分)如图, 在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AA_1=1$ ,  $AB=AD=2$ ,  $E$ 、 $F$  分别是棱  $AB$ 、 $BC$  的中点, 证明  $A_1$ 、 $C_1$ 、 $F$ 、 $E$  四点共面, 并求直线  $CD_1$  与平面  $A_1C_1FE$  所成角的大小.



20. (2017 年高考数学浙江文科·第 19 题)如图, 已知四棱锥  $P-ABCD$ ,  $\triangle PAD$  是以  $AD$  为斜边的等腰直角三角形,  $BC \parallel AD$ ,  $CD \perp AD$ ,  $PC = AD = 2DC = 2CB$ ,  $E$  为  $PD$  的中点.  
 (I) 证明:  $CE \parallel$  平面  $PAB$ ;  
 (II) 求直线  $CE$  与平面  $PBC$  所成角的正弦值.



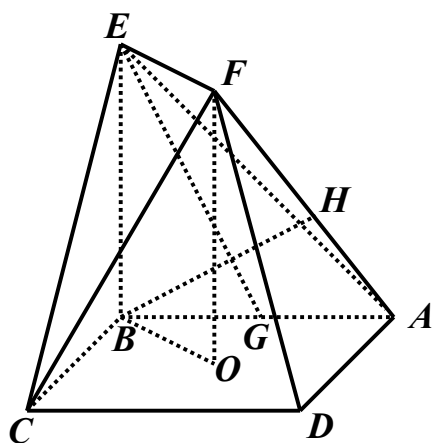
21. (2016 高考数学课标 III 卷理科·第 19 题)如图, 四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  地面  $ABCD$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $AB = AD = AC = 3$ ,  $PA = BC = 4$ ,  $M$  为线段  $AD$  上一点,  $AM = 2MD$ ,  $N$  为  $PC$  的中点.  
 (I) 证明  $MN \parallel$  平面  $PAB$ ;  
 (II) 求直线  $AN$  与平面  $PMN$  所成角的正弦值.



22. (2016 高考数学天津理科·第 17 题)如图, 正方形  $ABCD$  的中心为  $O$ , 四边形  $OBEF$  为矩形, 平面  $OBEF \perp$  平面  $ABCD$ , 点  $G$  为  $AB$  的中点,  $AB = BE = 2$ .  
 (I) 求证:  $EG \parallel$  平面  $ADF$ ;

(II) 求二面角  $O-EF-C$  的正弦值;

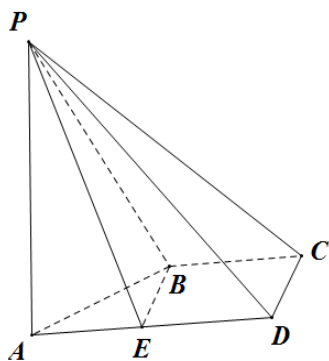
(III) 设  $H$  为线段  $AF$  上的点, 且  $AH = \frac{2}{3}HF$ , 求直线  $BH$  和平面  $CEF$  所成角的正弦值.



23. (2016 高考数学四川理科 · 第 18 题) 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle ADC = \angle PAB = 90^\circ$ ,  $BC = CD = \frac{1}{2}AD$ ,  $E$  为棱  $AD$  的中点, 异面直线  $PA$  与  $CD$  所成的角为  $90^\circ$

(1) 在平面  $PAB$  内找一点  $M$ , 使得直线  $CM \parallel$  平面  $PBE$ , 并说明理由;

(2) 若二面角  $P-CD-A$  的大小为  $45^\circ$ , 求直线  $PA$  与  $PCE$  所成的角正弦值.

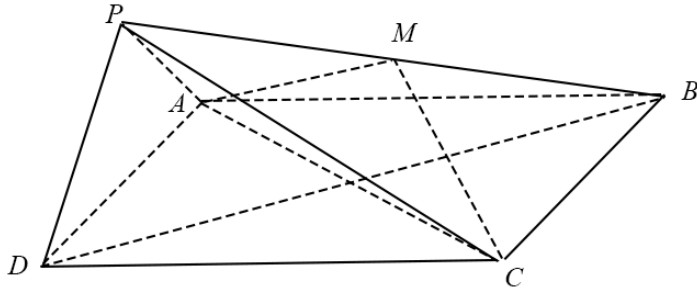


24. (2017 年高考数学北京理科 · 第 16 题) 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  为正方形, 平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD$ , 点  $M$  在线段  $PB$  上,  $PD \parallel$  平面  $MAC$ ,  $PA = PD = \sqrt{6}$ ,  $AB = 4$ .

(I) 求证:  $M$  为  $PB$  的中点;

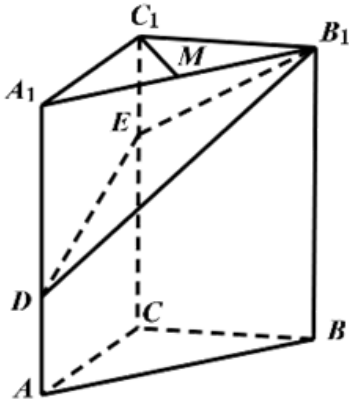
(II) 求二面角  $B-PD-A$  的大小;

(III) 求直线  $MC$  与平面  $BDP$  所成角的正弦值.

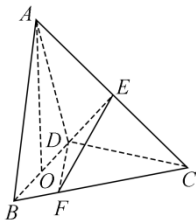


### 题型五：求二面角

1. (2020 天津高考·第 17 题) 如图, 在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $CC_1 \perp$  平面  $ABC$ ,  $AC \perp BC$ ,  $AC = BC = 2$ ,  $CC_1 = 3$ , 点  $D, E$  分别在棱  $AA_1$  和棱  $CC_1$  上, 且  $AD = 1$ ,  $CE = 2$ ,  $M$  为棱  $A_1B_1$  的中点.

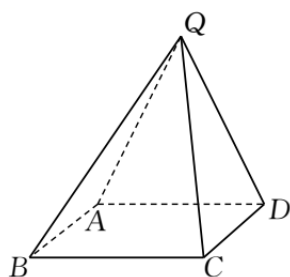


- (I) 求证:  $C_1M \perp B_1D$ ;  
 (II) 求二面角  $B-B_1E-D$  的正弦值;  
 (III) 求直线  $AB$  与平面  $DB_1E$  所成角的正弦值.
2. (2020 江苏高考·第 24 题) 在三棱锥  $A-BCD$  中, 已知  $CB = CD = \sqrt{5}$ ,  $BD = 2$ ,  $O$  为  $BD$  的中点,  $AO \perp$  平面  $BCD$ ,  $AO = 2$ ,  $E$  为  $AC$  的中点.



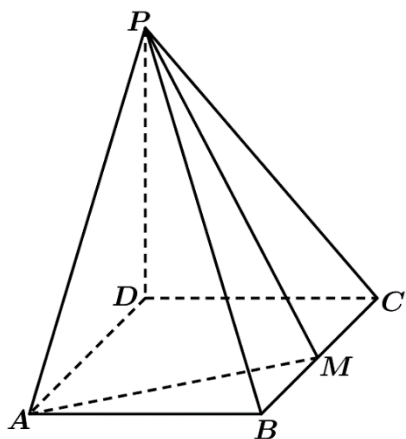
- (1) 求直线  $AB$  与  $DE$  所成角的余弦值;  
 (2) 若点  $F$  在  $BC$  上, 满足  $BF = \frac{1}{4}BC$ , 设二面角  $F-DE-C$  的大小为  $\theta$ , 求  $\sin \theta$  的值.
3. (2021 年新高考全国 II 卷·第 19 题) 在四棱锥  $Q-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是正方形, 若

$$AD = 2, QD = QA = \sqrt{5}, QC = 3.$$



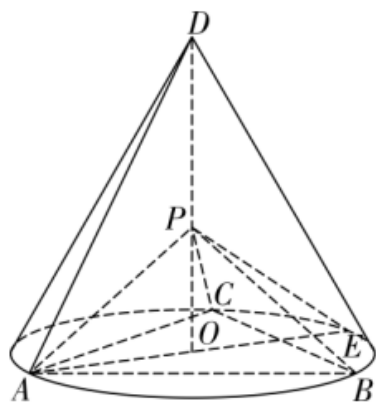
- (1) 证明：平面  $QAD \perp$  平面  $ABCD$ ；  
 (2) 求二面角  $B-QD-A$  的平面角的余弦值.

4. (2021 年高考全国乙卷理科 · 第 18 题) 如图，四棱锥  $P-ABCD$  的底面是矩形， $PD \perp$  底面  $ABCD$ ， $PD = DC = 1$ ， $M$  为  $BC$  的中点，且  $PB \perp AM$ 。



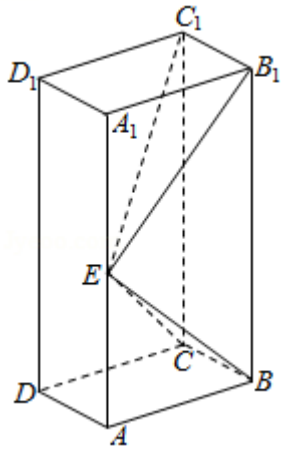
- (1) 求  $BC$ ；  
 (2) 求二面角  $A-PM-B$  的正弦值.

5. (2020 年高考课标 I 卷理科 · 第 18 题) 如图， $D$  为圆锥的顶点， $O$  是圆锥底面的圆心， $AE$  为底面直径， $AE = AD$ 。  $\triangle ABC$  是底面的内接正三角形， $P$  为  $DO$  上一点， $PO = \frac{\sqrt{6}}{6} DO$ 。



- (1) 证明：  $PA \perp$  平面  $PBC$ ；  
 (2) 求二面角  $B-PC-E$  的余弦值.

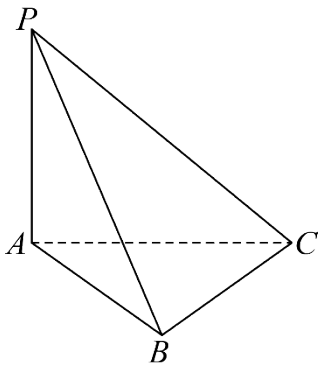




9. (2019 · 全国 I · 理 · 第 18 题) 如图，直四棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的底面是菱形， $AA_1 = 4$ ， $AB = 2$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ ， $E, M, N$  分别是  $BC, BB_1, A_1D_1$  的中点.

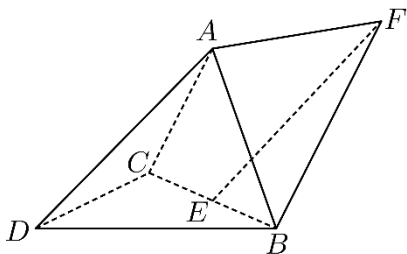
- (1) 证明： $MN \parallel$  平面  $C_1DE$ ；  
 (2) 求二面角  $A-MA_1-N$  的正弦值.

10. (2023 年北京卷 · 第 16 题) 如图，在三棱锥  $P-ABC$  中， $PA \perp$  平面  $ABC$ ， $PA = AB = BC = 1$ ， $PC = \sqrt{3}$ .



- (1) 求证： $BC \perp$  平面  $PAB$ ；  
 (2) 求二面角  $A-PC-B$  的大小.

11. (2023 年新课标全国 II 卷 · 第 20 题) 如图，三棱锥  $A-BCD$  中， $DA = DB = DC$ ， $BD \perp CD$ ， $\angle ADB = \angle ADC = 60^\circ$ ， $E$  为  $BC$  的中点.



- (1) 证明： $BC \perp DA$ ；  
 (2) 点  $F$  满足  $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DA}$ ，求二面角  $D-AB-F$  的正弦值.

12. (2022 新高考全国 II 卷 · 第 20 题) 如图， $PO$  是三棱锥  $P-ABC$  的高， $PA = PB$ ， $AB \perp AC$ ， $E$  是  $PB$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/068025042005006071>