版本要求

本课件需用office2010及以上版本打开，如果您的电脑是office2007及以下版本或者WPS软件，可能会出现不可编辑的文档。

乱码问题

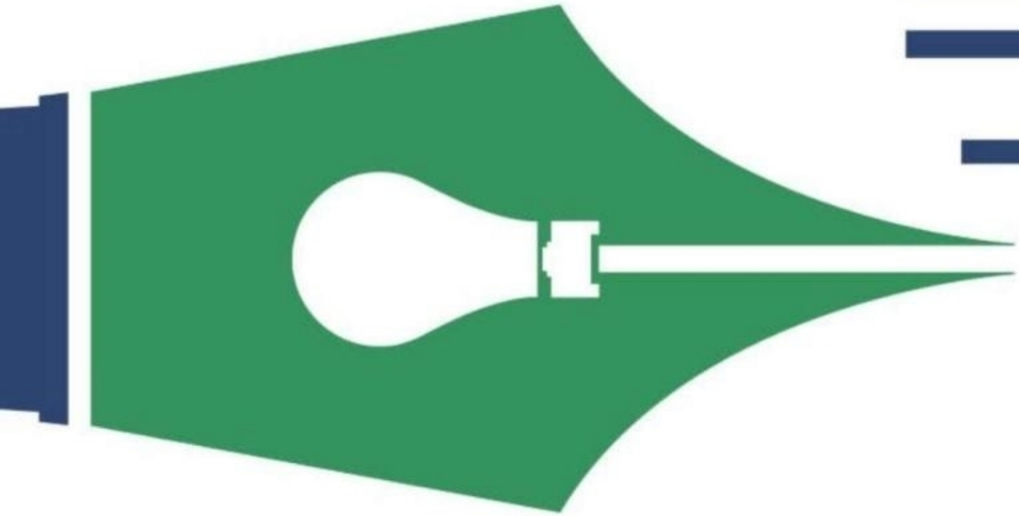
如您在使用过程中遇到公式不显示或者乱码的情况，可能是因为您的电脑缺少字体，请登录网站www.canpointgz.cn/faq 下载。

联系我们

如您还有其他方面的问题，请登录网站www.canpointgz.cn/faq ，点击“常见问题” ，或致电010-58818058。

CANPOINT

全品学练考



高中数学

选择性必修第一册 RJA

第一章空间向量与立体几何

录

CONTENTS

1.2 空间向量基本定理

课前预习 课中探究 备课素材

【学习目标】

1. 在平面向量基本定理的基础上，能借助投影进行向量分解，知道空间向量基本定理.

2. 知道基底、单位正交基底，并能在选定基底下进行向量的表示及运算.

课 前 预 习

◆ 知识点一 空间向量基本定理

1. 分向量

如果i, j, k 是空间三个 两两垂直 的向量，那么对任意一个空间向量 p， 存在唯一的有序实数组(x, y, z)， 使得p=xi+yj+zk. 称 xi,yj,zk 分别为向量 p 在 i,j,k 上的分向量.

2. 空间向量基本定理

如果三个向量a,b,c 不共面 那么对任意一个空间向量p，存在 唯一 的有序实数组(x,y,z)，使得 p=xa+yb+zc

我们把{ a,b,c } 叫作空间的一个基 底 ,a,b,c 都叫作 基向量 . 空间任意三个不共 面的向量都可以构成空间的一个基底.

课 前 预 习

【诊断分析】 判断正误. (请在括号中打"√"或"×")

(1) 空间中的任何一个向量都可以用三个给定的向量表示. (×)

[解析] 空间中的任何一个向量都可以用其他三个不共面的向量表示.

(2) 若 {a,b,c} 为空间的一个基底，则 a,b,c 全不是零向量. (√)

[解析] 若 {a, b, c} 为空间的一个基底，则 a, b, c不共面，所以 a, b, c全不是零向量.

(3) 若向量 a,b 与任何向量都不能构成空间的一个基底，则a 与 b 不一定共线.

(×)

[解析] 由空间向量基本定理可知，只有不共面的三个向量才可以构成空间的一个基底，若向量 a,b 与任何向量都不能构成空间的一个基底，则向量a,b 与任何向量都共面，故a 与 b一定共线.

课 前 预 习

(4) 任何三个不共线的向量都可构成空间的一个基底.（×）

[解析] 空间的一个基底是由三个不共面的向量构成的.

课前预习

◆ 知识点二空间向量正交分解

1. 单位正交基底

如果空间的一个基底中的三个基向量两两垂直，且长度都为 1 ，那么这个基底叫作单位正交基底，常用$\{i, j, k\}$表示.

2. 空间向量的正交分解

把一个空间向量分解为三个 两两垂直 的向量，叫作把空间向量进行正交分解

课中探究

◆ 探究点一 空间向量的基底

例1（1）已知M，A，B，C 为空间的四个点，且任意三点不共线，O为空间中一点，下列可能使MA，MB，MC 构成空间的一个基底的关系式是（ C ）

A. $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$

B. $MA=MB+MC$

C. $OM=OA+OB+OC$

D. $MA=3MB-MC$

[解析] 对于选项A，由$OM=xOA+yOB+zOC(x+y+z=1)\Leftrightarrow M,A,B,C$ 四点共面知，MA,MB,MC 共面，故MA,MB,MC 不能构成空间的一个基底；对于选项B，D，易知MA,MB,MC 一定共面，故MA,MB,MC 不能构成空间的一个基底.故选C.

课中探究

(2)已知$\{e_1, ez, e_3\}$ 是空间的一个基底，且$OA=e_1+2e_2-$ e_3，

$OB=-3e_1+e_2+2e_3$，$OC=e_1+e_2-e_3$， 试判断OA, OB, OC 能否构成空间的一个基底.

解：假设OA, OB, OC 共面，则存在实数λ，μ使得$OA=\lambda OB+\mu oC$，即

$e_1+2e_2-e_3=\lambda(-3e_1+e_2+2e_3)+\mu(e_1+e_2-e_3)=(-3\lambda+\mu)e_1+(\lambda$

课 中 探 究

变 式（1）［2023・安徽安庆外国语学校月考］(多选题) 设$\{a, b, c\}$ 是空间的一个基底，若$x=a+b, y=b+c, z=c+a,$ 则下列向量可以构成空间的一个基底的是（ **BCD** ）

A.a,b,x

B.x,y,Z

C.b,c,z

D.x,y,a+b+c

课 中 探 究

[解析] ∵$x=a+b$，∴a, b, x 共面，故a, b, x 不能构成空间的一个基底，故A错误；假设x, y, z 共面，则存在$\lambda, \mu\in R$，使得$z=\lambda x+\mu y$，即

$c+a=\lambda(a+b)+\mu(b+c)=\lambda a+(\lambda+\mu)b+\mu c$，所以$\begin{cases}\lambda=1,\\ \lambda+\mu=0,\\ \mu=1,\end{cases}$方程组无解，所以假设不成立，即$x, y, z$ 不共面，所以x, y, z 可以构成空间的一个基底，故B正确；同理可得b,c,z 可以构成空间的一个基底，$x,y,a+b+c$ 也可以构成空间的一个基底，故C,D 正确. 故选BCD.

课 中 探 究

(2)已知空间四点O，A，B，C，若$\{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\}$是空间的一个基底，则下列说法不正确的是(　B　)

A. O，A，B，C四点不共线

B. O，A，B，C四点共面，但不共线

C. O，A，B，C四点不共面

D. O，A，B，C四点中任意三点不共线

[解析] 因为$\{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\}$是空间的一个基底，所以非零向量$\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}$不共面，即O，A，B，C四点不共面，所以A，C，D中说法正确，B中说法错误．故选B.

课 中 探 究

［素养小结］

基底的判断思路：判断给出的三个向量能否构成基底，关键是要判断这三个向量是否共面. 首先应考虑三个向量中是否有零向量，其次判断三个非零向量是否共面. 如果从正面难以入手判断，可假设三个向量共面，利用向量共面的充要条件建立方程，若方程的解唯一，则三个向量共面；否则，三个向量不共面.

◆探究点二用基底表示空间向量

例2[2023 · 广东湛江高二期中]如图1-2-1所示，在平行六面体$ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$中，O为AC的中点设$\overline{AB}$=a, $\overline{AD}$=b, $\overline{AA_1}$=c.

（1）用a,b,c 表示A_1O;

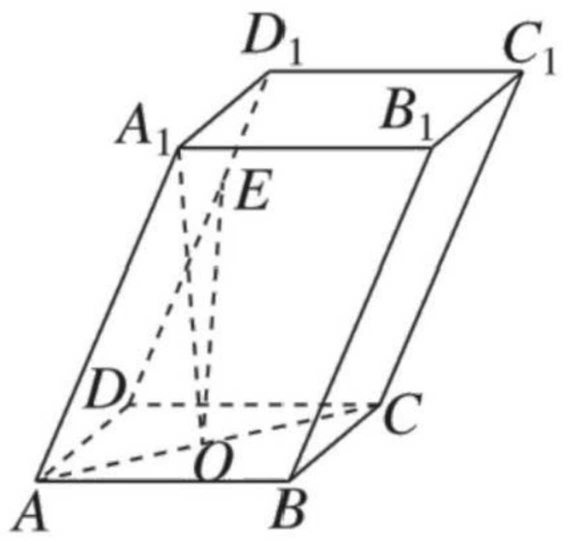


图1-2-1

解：因为O为AC 的中点，$\overline{AB}$=a, $\overline{AD}$=b, $\overline{AA_1}$=c,

所以$\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})=\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$，

所以$\overrightarrow{A_1O}=\overrightarrow{A_1A}+\overrightarrow{AO}=-\boldsymbol{c}+\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}=\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$.

课中探究

（2）设E是棱DD_1上的点，且$\overrightarrow{DE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DD_1}$，用a,b,c 表示$\overrightarrow{EO}$.

解: 因为$\overrightarrow{DE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DD_1}$，所以$\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AO}=-\frac{2}{3}\boldsymbol{c}-\boldsymbol{b}+\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}-\frac{2}{3}\boldsymbol{c}$.

课 中 探 究

变式(1)[2023·沈阳回民中学高二月考]如图1-2-2所示，已知四棱锥P-ABCD 的底面ABCD为平行四边形， M,N 分别为棱BC,PD 上的点， $CM=\frac{1}{2}BM$,N 是PD 的中点，若向量MN=-AB+xAD+yAP, 则(B)

A. $x=\frac{1}{3}$， $y=-\frac{1}{2}$　　8 $x=-\frac{1}{6}$　$y=\frac{1}{2}$

C. $x=-\frac{1}{3}$　$y=\frac{1}{2}$　　D. $x=\frac{1}{6}$　$y=-\frac{1}{2}$

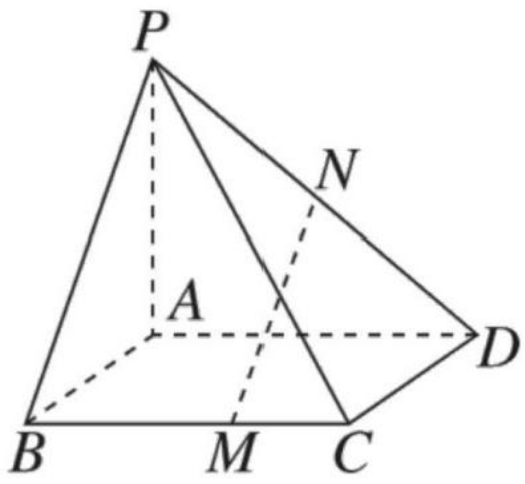


图1-2-2

[解析]因为 $CM=\frac{1}{2}BM$ ，所以 $\overrightarrow{MC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ ，所以 $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}(\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AD})=-\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AP}$ ，又

MN=-AB+xAD+yAF, 所以 $x=-\frac{1}{6}$, $y=\frac{1}{2}$. 故选B.

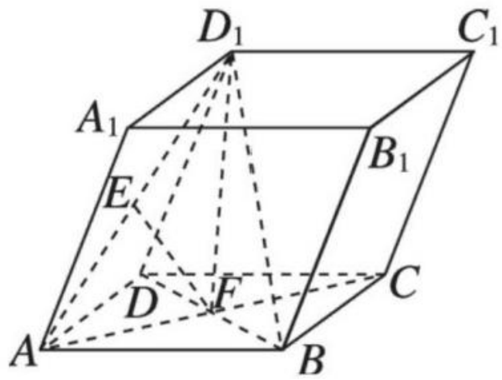
课 中 探 究

(2)在平行六面体ABCD-$A_1B_1C_1D_1$中，设 分别

$\overrightarrow{AB}=a,\overrightarrow{AD}=b,\overrightarrow{AA_1}=c$,E,F

是AD_1, BD 的中点.

①用向量a, b, c表示$\overrightarrow{D_1B}$, $\overrightarrow{EF}$;



解：如图，连接AC，则F 为 AC 与 BD 的交点，

$D_1B=D_1D+DB=-AA1+AB-AD=a-b-$

c

$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{D_1A}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}(\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AD})+$

$\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})=\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c})$

②若$\overrightarrow{D_1F}=xa+yb+zc$, 求实数x, y, z的值

解: $\because \overrightarrow{D_1F}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{D_1D}+\overrightarrow{D_1B})=\frac{1}{2}(-\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{D_1B})=\frac{1}{2}(-\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}-$

c=xa+yb+zc, ∴ $x=\frac{1}{2}$, $y=-\frac{1}{2}$,z=-1.