
可靠度方法-理论与应用

顾镭 博士 徐有忠博士

奇瑞汽车公司

奇瑞乘用车工程研究院



内容

- 动力与目的
- 随机工程设计与制造
 - ✓ 基于可靠度的优化设计 (RBDO)
 - ✓ 基于可靠度的鲁棒性优化设计, 6-Sigma 设计 (RDO)
 - ✓ 基于概率的优化设计 (PBDO)
 - ✓ 基于决策的优化设计, 分级 RBDO
- 发展近况和今后的研究方向

动力和目标

- 动力
 - ✓ 激烈的市场竞争
 - ✓ 在微薄的利润空间中提升产品质量
 - ✓ 计算机技术、CAD, CAE, CAM技术的发展
 - ✓ CAD, CAE, CAM 与现实世界的差距（不能完全反映现实世界）
- 目标
 - ✓ 建立 产品和工艺设计的随机性工程设计综合



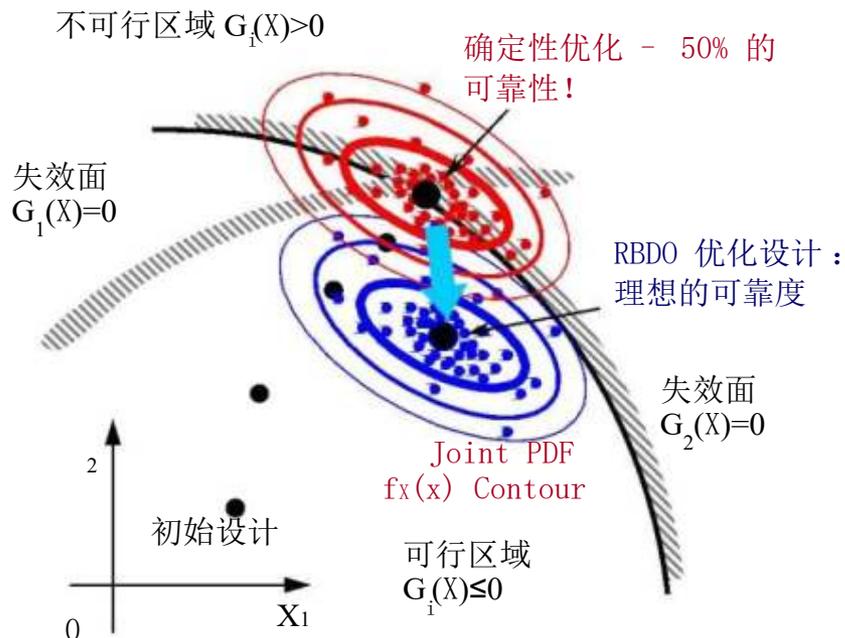
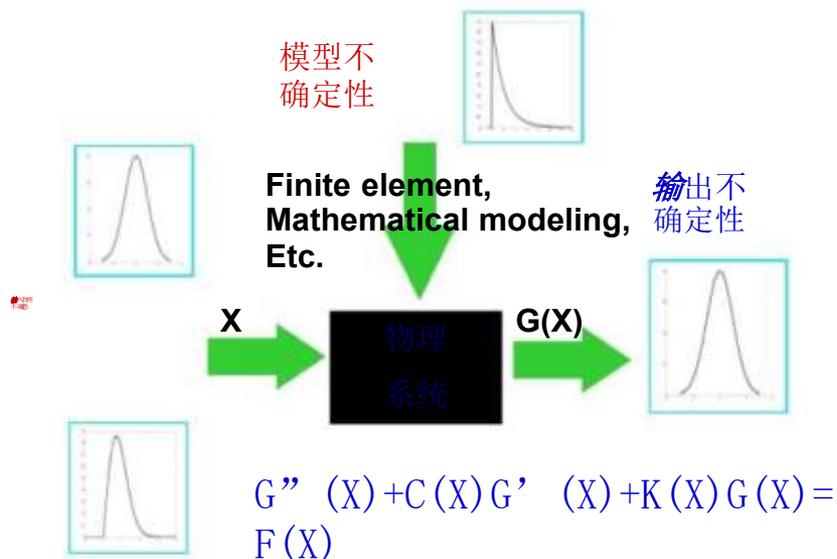
- 高质量
- 可靠
- 耐久
- 高性价比
- 多功能
- ...

随机工程设计

- 基于可靠度的设计优化 (RBDO)
- 基于可靠度的鲁棒性设计优化 (RDO)
- 基于概率的设计优化 (PBDO)
- 基于决策的设计优化, 分级RBDO

基于可靠度的设计优化 (RBDO)

- 由于激烈的市争，确定性化算法将推向束的极限界上，未能留有足的空加工制造程的不确定性，致了制造用高，妨碍了品的可售性。



- RBDO不仅提供了优化设计还提供了置信区间 \Rightarrow 6-sigma品 & 工

RBDO: 数学模型

定义设计变量 $\mathbf{b} \equiv \mu(\mathbf{X}) = [\mu_1(X_1), \dots, \mu_n(X_n)]^T$, 这里 \mathbf{X} 是正态或非正态分布的随机变量

传统确定性
设计优化

MinimizeCost (\mathbf{b})
Subject to $g_i(\mathbf{b}) \leq 0, i=1 \sim nc$
 $\mathbf{b} \leq \mathbf{b} \leq \mathbf{b}^U$

基于可靠度的设计优化
(RBDO)

MinimizeCost (\mathbf{b})
Subject to $P(G_i(\mathbf{X}) \leq 0) \geq P_{si}, i=1 \sim nc$
 $\Rightarrow F_{G_i}(0) \geq \Phi(\beta_{fi})$

$\mathbf{b} \leq \mathbf{b} \leq \mathbf{b}^U$

$P(G_i(\mathbf{X}) \leq 0) = F_{G_i}(0) \equiv \int_{G_i(\mathbf{X}) \leq 0} \dots \int f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$: i th 约束的安全概率

$P_{si} = \Phi(\beta_{fi})$: i th 设定安全概率

β_{fi} : i th 约束的目标可靠度因子

$\Phi(\bullet)$: 标准正态分布累积积分函数



RBDO: 可靠度因子法 (RIA) 与 性能度量法 (PMA)

Probabilistic Constraint $\Phi(\beta_{ti}) - F_{Gi}(0) \leq 0$

“ $\beta_{ti} = 6 \Rightarrow 6$ -Sigma 设计”

$\Phi^{-1}(\cdot)$

$F_{Gi}^{-1}(\cdot)$

$\beta_{ti} - \Phi^{-1}(F_{Gi}(0)) = \beta_{ti} - \beta_{si} \leq 0$

β_{si} : Reliability Index

Reliability Index Approach (RIA)

$F_{Gi}^{-1}(\Phi(\beta_{ti})) = G_{pi}$

G_{pi} : Probabilistic Performance Measure

Performance Measure Approach (PMA)

Minimize Cost (**b**)
Subject to $\beta_{ti} - \beta_{si} \leq 0$

设计层

Minimize Cost (**b**)
Subject to $G_{pi} \leq 0$

Minimize $\|U\|$
Subject to $G_i(U) = 0$

分析层

Maximize $G_i(U)$
Subject to $\|U\| = \beta_{ti}$

$\beta_{si}(0) \approx \|u_{G_i=0}^*\|$

$u_{G_i=0}^*$: 最大可能失效点 (MPP)
 $G_i = 0$

$G_{pi}(\beta_{ti}) \approx G(u_{\beta=\beta_{ti}}^*)$

$u_{\beta=\beta_{ti}}^*$: 最大可能失效点 (MPP)
 $\beta = \beta_{ti}$



RBDO: PMA的可靠度分析方法

- 高等均值法 (AMV) (Wu, 1990)

$$\mathbf{u}_{AMV}^{(1)} = \mathbf{u}_{MV}^*, \mathbf{u}_{AMV}^{(k+1)} = \beta_t \mathbf{n}(\mathbf{u}_{AMV}^{(k)}), \text{ where } \mathbf{n}(\mathbf{u}_{AMV}^{(k)}) = \nabla_U G(\mathbf{u}_{AMV}^{(k)}) / \|\nabla_U G(\mathbf{u}_{AMV}^{(k)})\|$$

✓ 由于没有利用迭代过程信息，对于凹形曲面算法效率低、不稳定。

- 共轭均值法 (CMV) (Youn et al., 2001)

$$\mathbf{u}_{CMV}^{(1)} = \mathbf{u}_{AMV}^{(1)}, \mathbf{u}_{CMV}^{(2)} = \mathbf{u}_{AMV}^{(2)},$$

$$\mathbf{u}_{CMV}^{(k+1)} = \beta_t \frac{\mathbf{n}(\mathbf{u}_{CMV}^{(k)}) + \mathbf{n}(\mathbf{u}_{CMV}^{(k-1)}) + \mathbf{n}(\mathbf{u}_{CMV}^{(k-2)})}{\|\mathbf{n}(\mathbf{u}_{CMV}^{(k)}) + \mathbf{n}(\mathbf{u}_{CMV}^{(k-1)}) + \mathbf{n}(\mathbf{u}_{CMV}^{(k-2)})\|},$$

✓ 适合于凹面，但对凸面算法效率低。

- 混合均值法 (HMV) (Youn et al., 2001)

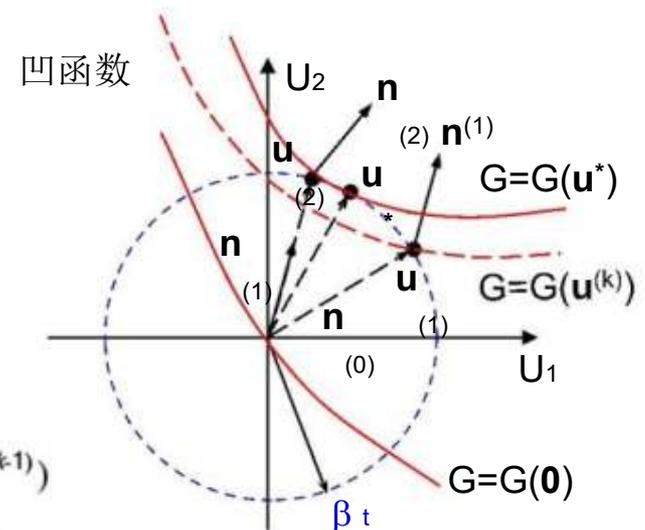
$$\text{Function type criteria: } \zeta^{(k+1)} = (\mathbf{n}^{(k+1)} - \mathbf{n}^{(k)}) \cdot (\mathbf{n}^{(k)} - \mathbf{n}^{(k-1)})$$

$$\text{sgn}(\zeta^{(k+1)}) > 0 : \text{ Convex type at } \mathbf{u}_{HMV}^{(k+1)} \text{ w.r.t. design } \mathbf{b}$$

$$\leq 0 : \text{ Concave type at } \mathbf{u}_{HMV}^{(k+1)} \text{ w.r.t. design } \mathbf{b}$$

✓ 对于任何形式的状态方程 都有较高的效率和算法鲁棒性。

✓ 对高度非线性状态方程算法效率低、不稳定。



RBDO: PMA的可靠度分析方法(续)

- 改进的混合均值法 (HMV+) (Youn and Choi, 2004)

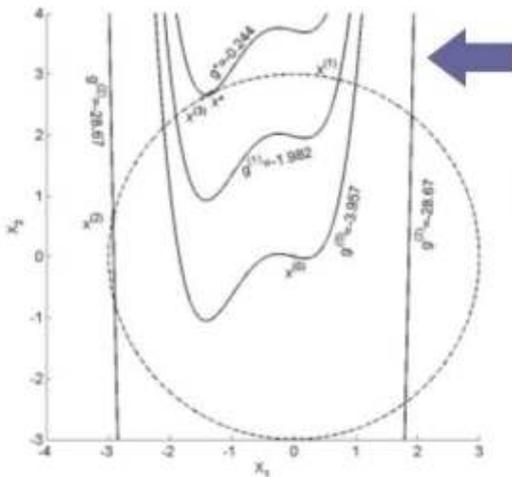
$G^{(k)} \geq G^{(k-1)}$, 用HMV法

$G^{(k)} < G^{(k-1)}$, 用函数 $\bar{G}(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$ 来插值性能函数, t 为弧长参数

$$\hat{u} = \alpha(t^*)u^{(k-1)} + t^*u^{(k)}$$

这里: $\bar{G}(U)$ 最小

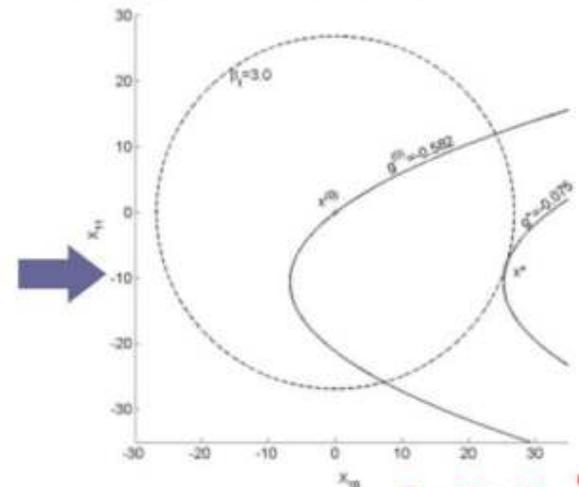
$$G(\mathbf{x}) = -4 + (X_1 + 0.25)^2 - (X_1 + 0.25)^3 - (X_1 + 0.25)^4 + X_2$$



| Method | $g(\mathbf{x}^*)$ | NFA/NSA |
|--------|-------------------|---------|
| HMV | | 不收敛 |
| HMV+ | 0.2440 | 6/6 |
| MFD | 0.2439 | 55/5 |
| SLP | | 不收敛 |
| SQP | | 不收敛 |
| HMV | -0.075 | 59/59 |
| HMV+ | -0.075 | 9/9 |
| MFD | -0.075 | 63/7 |
| SLP | -0.075 | 53/43 |
| SQP | -0.075 | 24/12 |

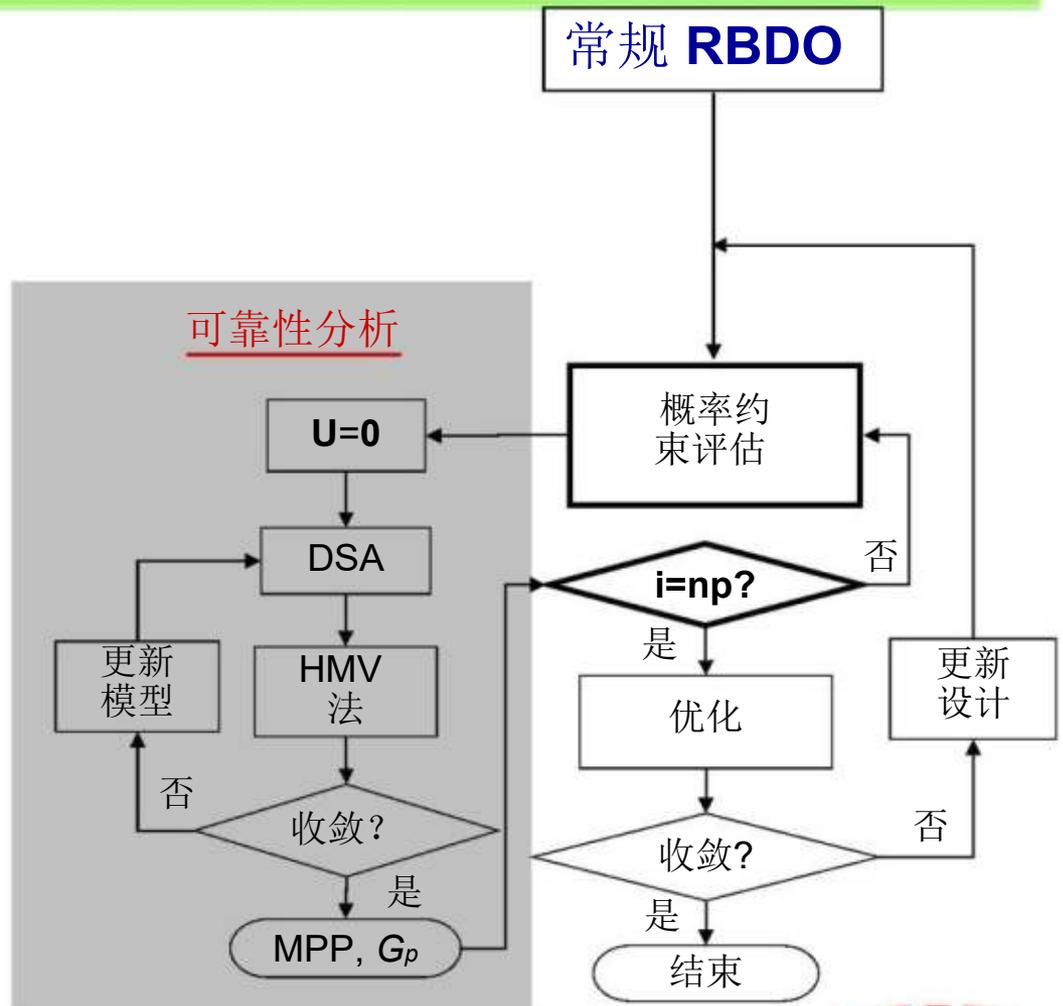
$$G(\mathbf{x}) = 0.75 - 0.489X_3X_7 - 0.843X_5X_6 + 0.0432X_9X_{10} - 0.0556X_9X_{11} - 0.000786X_{11}^2$$

: Velocity of Door at B-pillar



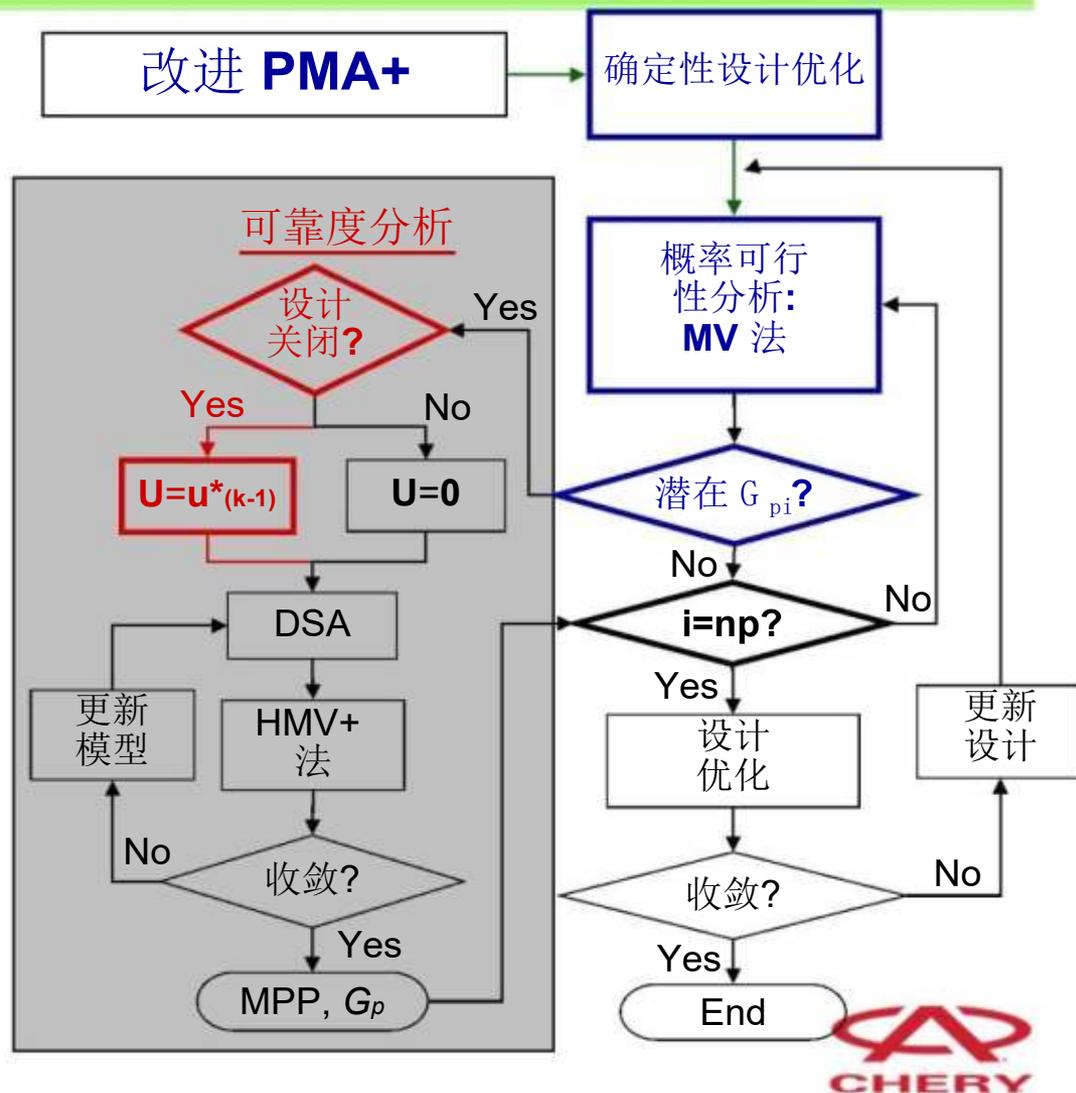
RBDO: 改进的性能度量法 (PMA+)

- RBDO的挑战
 - ✓ 计算概率约束消耗机时过多
- RBDO的目标
 - ✓ 减少用于概率约束计算量
- 改进建议
 - ✓ 确定性优化之后实施**RBDO**.
 - ✓ 概率可行性检查
 - ✓ 快速可靠性分析



RBDO: 改进的性能度量法 (PMA+)

- RBDO的挑战
 - ✓ 计算概率约束消耗机时过多
- RBDO的目标
 - ✓ 减少用于概率约束计算量
- 改进建议(Youn and Choi, 2003)
 - ✓ 确定性优化之后实施**RBDO**
 - ✓ 概率可行性检查
 - ✓ 快速可靠性分析



RBDO: 概率可行性分析

- 概率可行性分析
 - ✓ 均值 (MV) 一阶可靠度法

$$\mathbf{u}_{MV}^* = \beta_t \mathbf{n}(\mathbf{b}^*) \quad \mathbf{n} = -\nabla_{\mathbf{U}} G(\mathbf{b}^*) / \|\nabla_{\mathbf{U}} G(\mathbf{b}^*)\|$$

- ✓ 潜在概率约束集: violated and ε -active

$$I^{(k)} = \{j | G_{p_j}(\mathbf{b}^{(k)}) + \varepsilon_f \geq 0, i=1 \text{ to } m\}$$

- ✓ HMV+ 一阶可靠度法 : 高精度可靠性分析

- 可靠度分析的贴程度

- ✓ 设计贴程度

$$\left\| \sqrt{\Sigma(\mathbf{X})^{-1}} (\mathbf{b}^{(k)} - \mathbf{b}^{(k-1)}) \right\|_2 \leq \varepsilon_b \text{ and } \left\| \sqrt{\Sigma^{-1}} (\mathbf{x}^{*(k-2)} - \mathbf{x}^{*(k-1)}) \right\|_2 \leq \varepsilon_b$$

- ✓ MPP贴程度

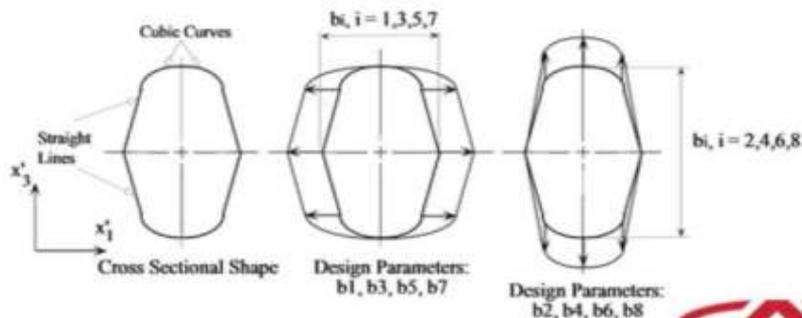
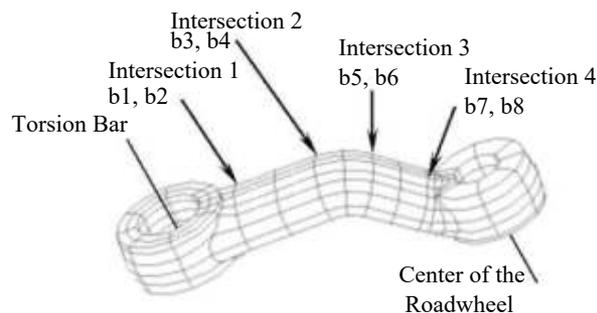
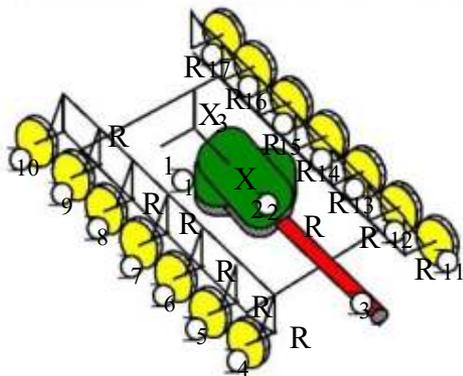
- MPP 从满足设计贴程度的MPP中搜索
- 否则, MPP 从均值点开始搜索

$$\left\| \sqrt{\Sigma^{-1}} (\mathbf{b}^{(k)} - \mathbf{b}^{(k-1)}) \right\|_2 \leq \varepsilon_b \quad \longleftrightarrow \quad \left\| (\mathbf{u}^{*(k-1)} - \mathbf{u}^{*(k)}) \right\|_2 \leq 2\varepsilon_b$$

RBDO:

美军 M1A1 坦克控制臂 耐久性分析

- 预测控制臂的可靠性
- 提高疲劳寿命及其可靠性
 - 多体动力学模型: **17 Rigid Bodies**
 - 速度: **20英里/小时**, 阿伯丁**4号**路面



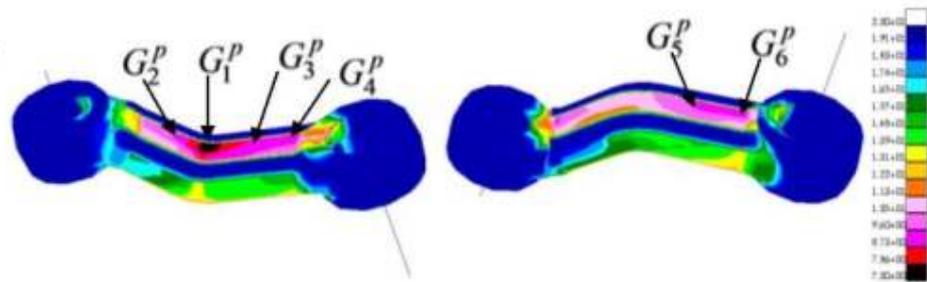
RBDO:

美军 M1A1 坦克控制臂 耐久性分析 (续)

● 设计变量的不确定性定义

| Parameter | b^L | Mean | b^U | COV | Dist. Type | |
|--|------------------|--|---------|------------|------------|--------|
| Design/Random (Geometric Tolerance) | b_1, X_1 | 1.378 | 1.878 | 2.000 | 1% | Normal |
| | b_2, X_2 | 2.593 | 3.093 | 3.200 | 1% | |
| | b_3, X_3 | 1.558 | 1.858 | 2.000 | 1% | |
| | b_4, X_4 | 2.709 | 3.009 | 3.200 | 1% | |
| | b_5, X_5 | 2.218 | 2.518 | 2.780 | 1% | |
| | b_6, X_6 | 2.624 | 2.924 | 3.050 | 1% | |
| | b_7, X_7 | 4.450 | 4.793 | 5.000 | 1% | |
| | b_8, X_8 | 2.500 | 2.839 | 3.000 | 1% | |
| | Fatigue Material | Mean | COV | Dist. Type | | |
| Random (Material Parameter) | X_9 | Cyclic Strength Coefficient, K' | 1.358E9 | 3% | Lognormal | |
| | X_{10} | Cyclic Strength Exponent, n' | 0.12 | 3% | | |
| | X_{11} | Fatigue Strength Coefficient, σ' | 1.220E9 | 3% | Normal | |
| | X_{12} | Fatigue Strength Exponent, b | -0.073 | 3% | | |
| | X_{13} | Fatigue Ductility Coefficient, ϵ'_f | 0.41 | 3% | Lognormal | |
| | X_{14} | Fatigue Ductility Exponent, c | -0.60 | 3% | Normal | |

● 初步疲劳分析



● 耐久性分析的RBDO数学模型

Minimize $Weight(b)$

subject to $P(G_i(X) \geq 0) - \Phi(-\beta_{t_i}) \leq 0, \quad i=1 \sim nc$

$$b_L \leq b \leq b_U, \quad b \in R^n$$

$$G_i(X) = 1 - \frac{L(X)}{L_t} \quad , \quad \beta_{t_i} = 3.0, \quad 3\text{-sigma}$$

$L(X)$: 疲劳寿命

L_t : 目标寿命 (5年)

设计

- Uncertainty Identification Ref: *Rusk, D.T. and Hoffman, P.C. at Naval Air Systems Command*



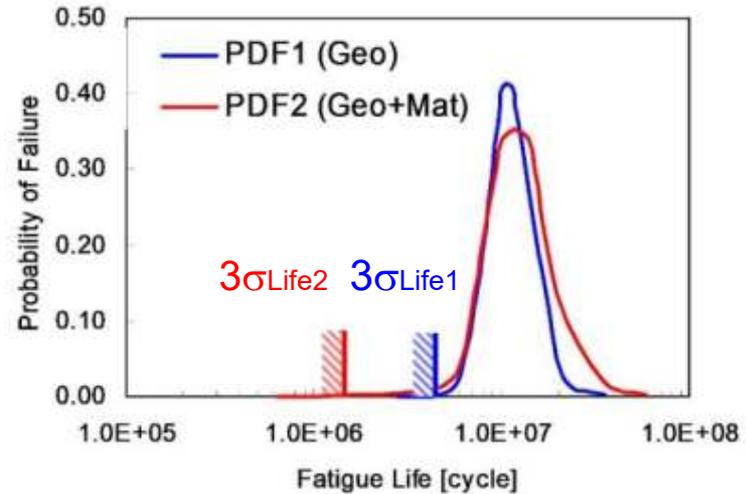
RBDO:

美军 M1A1 坦克控制臂 耐久性分析 (续)

- 不确定因素的传播

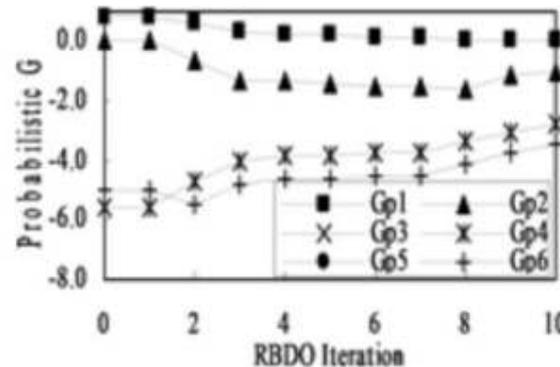
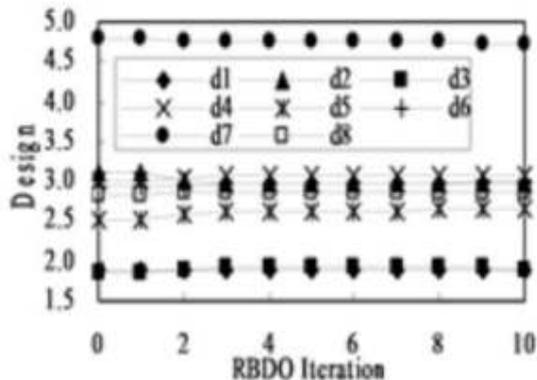
PDF 1: 几何不确定性

PDF 2: 几何不确定性和材料不确定性



- RBDO历史

- ✓ 最短寿命: **1.1 to 5** 年在节点 885 , 可靠度大于 **3-σ (99.87%)**
- ✓ 微小的设计改变, 重量增加 **1%**
- ✓ 计算资源节省了 **58.9%** : **146** (常规方法), **60** (建议方法)

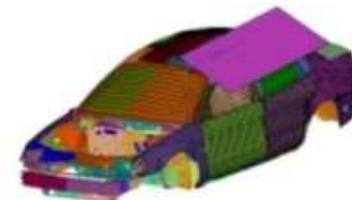
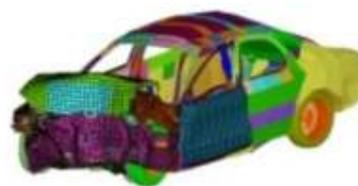
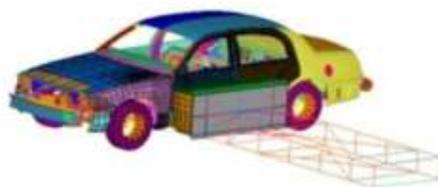
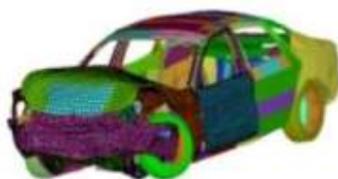


RBDO: 汽车碰撞

- ✓ 最小化汽车重量
- ✓ 提高碰撞的综合性能
- ✓ 提高耐撞性的可靠度

• 完全正面碰撞

• 侧面碰撞



• 50% 偏置碰

• 车顶抗压

| Modes | No of elements | Barrior velocity | CPU time (SGI Origin) |
|------------|----------------|------------------|-----------------------|
| Frontal | 100K | 35 mph | 20 hrs/ CPU |
| 50% offset | | 40 mph | |
| Roof | 120K | 7.5 mph | 24 hrs/ CPU |
| Side | 100K | 31 mph | 20 hrs/ CPU |

| Iter. | Weight | | | Number of Analyses | | |
|-------|--------|--------|--------|--------------------|--------|--------|
| | Meth 1 | Meth 2 | Meth 3 | Meth 1 | Meth 2 | Meth 3 |
| Det | | | 23.59 | | | 10(5) |
| 1 | 30.83 | | 23.59 | 35 | 19 | 28 |
| 2 | 27.19 | | 28.79 | 70 | 31 | 27 |
| 3 | 28.72 | | 28.72 | 68 | 26 | 22 |
| 4 | 28.72 | | | 102 | 26 | |
| 5 | 28.72 | | | 102 | 26 | |
| Opt | | 28.72 | | 377 | 136 | 87(82) |

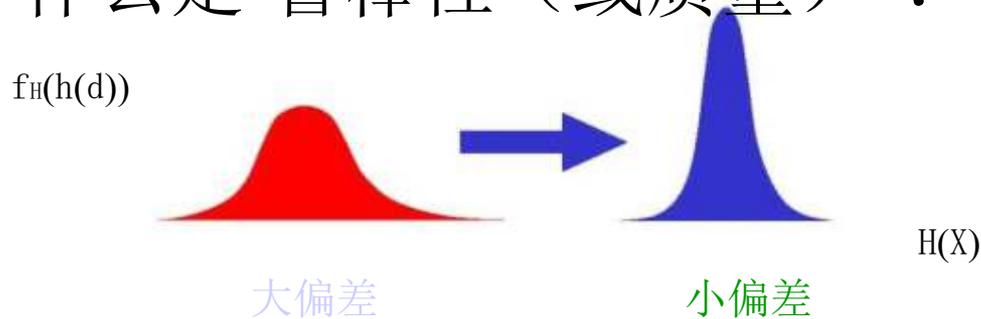
| Method 4 | | |
|----------|--------|-----------------|
| Iter. | Weight | No. of Analysis |
| Det1 | 23.59 | 10(5) |
| Rel1 | | 28 |
| Det2 | 28.56 | 60(30) |
| Rel2 | | 16 |
| Det3 | 28.72 | 50(30) |
| Rel3 | | 16 |
| Opt | 28.72 | 180(125) |

随机性工程设计

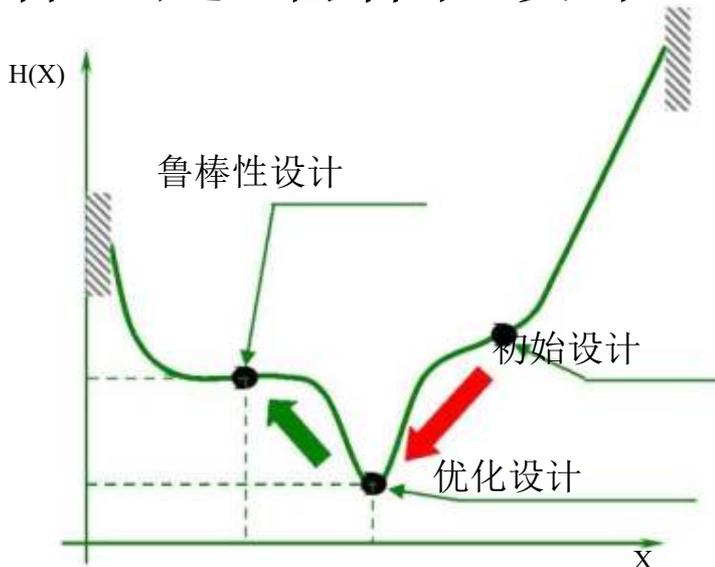
- 基于可靠度的设计优化 (RBDO)
- 基于可靠度的鲁棒性设计优化 (RDO)
- 基于概率的设计优化 (PBDO)
- 基于决策的设计优化, 分级RBDO

RDO: 鲁棒性（或质量）的定义

- 什么是“鲁棒性（或质量）”？



- 什么是“鲁棒性设计”？



“产品质量损失”

被定义为产品出厂后给社会带来的损失.

(“Taguchi, 1978”)

RDO: 文献综述

- 现有技术

- ✓ 田口 (Taguchi) 方法: 试验设计 (DOE), 信噪比
- ✓ 进化设计: 试验设计 (DOE), 操作环境
- ✓ 恶劣工况设计
- ✓ 鲁棒性设计优化: 概率方法

- 均方根法 (RSS)

$$\min \sigma_H^2 \cong \sum_{i=1}^{NRV} \frac{\partial H(\boldsymbol{\mu}_X)}{\partial X_i} \sigma_{X_i}^2$$

- 产品质量损失评估不准确
- 优化时需要计算海森矩阵

- 性能差分法

$$\min \Delta h_j^{\pm 3\sigma} = |h_j^{3\sigma} - h_j^{-3\sigma}|$$

- 产品质量损失评估高效、但不准确。

RDO: 质量损失 N, S, L型

●质量损失: $C_{ql}(H(\mathbf{X};\mathbf{d})) = k' \|\mathbf{H} - \mathbf{h}_t\|^2$

| 类型 | 质量损失函数 | 应用 |
|----------------------------|--|--------------|
| Nominal-the-Best (N型) | $E[C_{ql}(H)] = K [(\mu_H - h_t)^2 + \sigma_H^2]$ | 转向控制, 机械臂定位等 |
| Smaller-the-Better (S型) | $E[C_{ql}(H)] = K E[H^2] = K[\mu_H^2 + \sigma_H^2]$ | 应力, 回弹等 |
| Larger-the-Better (L型) | $E[C_{ql}(\frac{1}{H})] = E[C_{ql}(Q)]$ $= K[\mu_Q^2 + \sigma_Q^2] = K[\mu_{1/H}^2 + \sigma_{1/H}^2]$ | 自然频率, 疲劳寿命等 |

●基于可靠度的鲁棒性优化模型

$$\min C_M(\mathbf{X};\mathbf{d}) + C_Q(\mathbf{X};\mathbf{d})$$

$$\text{s.t. } G_{p_i}(\mathbf{X};\mathbf{d}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, nc$$

$$\text{, where } C_Q(\mathbf{X}) = \begin{cases} C_Q^N(\mathbf{X}) = w_1 \cdot \left(\frac{\mu_H - h_t}{\mu_{H_0} - h_{t_0}}\right)^2 + w_2 \cdot \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{H_0}}\right)^2 & , \text{ N-Type} \\ C_Q^S(\mathbf{X}) = w_1 \cdot \text{sgn}(\mu_H) \cdot \left(\frac{\mu_H}{\mu_{H_0}}\right)^2 + w_2 \cdot \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{H_0}}\right)^2 & , \text{ S-Type} \\ C_Q^L(\mathbf{X}) = w_1 \cdot \text{sgn}(\mu_{1/H}) \cdot \left(\frac{\mu_{1/H}}{\mu_{1/H_0}}\right)^2 + w_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{1/H}}{\sigma_{1/H_0}}\right)^2 & , \text{ L-Type} \\ C_Q^G(\mathbf{X}) = \sum_i C_Q^{N_i}(\mathbf{X}) + \sum_j C_Q^{S_j}(\mathbf{X}) + \sum_k C_Q^{L_k}(\mathbf{X}) & , \text{ General} \end{cases}$$



RDO: 试验设计与质量损失函数在输入域的数值积分

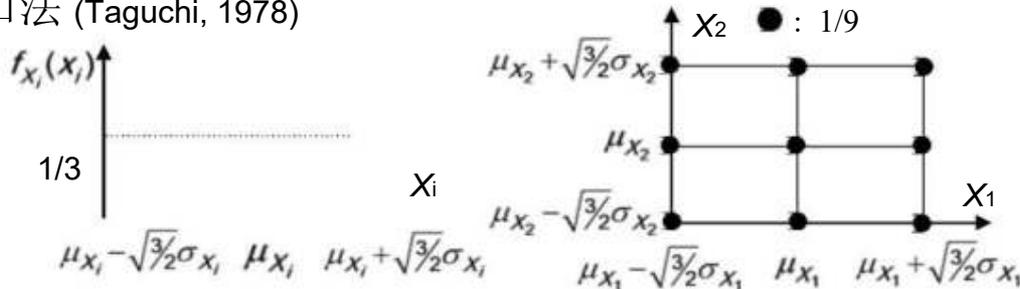
●数值积分

✓性能矩计算的数值积分

$$\begin{aligned}
 E[H] &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H(x) f_X(x) dx \\
 &\cong \bar{\mu}_H = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H(x) \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i) dx_1 \dots dx_n \\
 &= \sum_{j_1=1}^m w_{j_1} \dots \sum_{j_n=1}^m w_{j_n} H(\mu_1 + \alpha_{j_1}, \dots, \mu_n + \alpha_{j_n})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E[H(X) - \mu_H]^k &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} (H(x) - \mu_H)^k f_X(x) dx \\
 &\cong \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} (H(x) - \mu_H)^k \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i) dx_1 \dots dx_n \\
 &= \sum_{j_1=1}^m w_{j_1} \dots \sum_{j_n=1}^m w_{j_n} [H(\mu_1 + \alpha_{j_1}, \dots, \mu_n + \alpha_{j_n}) - \bar{\mu}_H]^k
 \end{aligned}$$

✓田口法 (Taguchi, 1978)



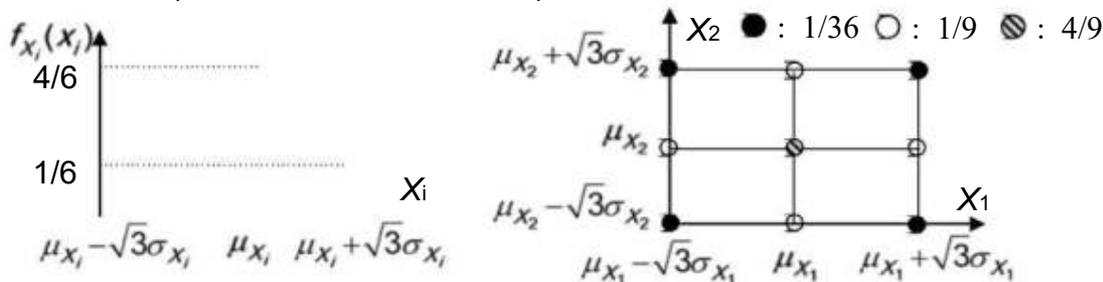
“计算代价大”

计算量 = 3^n ,

这里 n : 设计变量数目

例如, $3_{10} = 59049$

✓加权田口法 (D'Errico and Zaino, 1988)



RDO: 质量损失函数在输出域的数值积分

- 在输出域的数值积分 (Youn and Choi, 2004)

✓ 产品性能 H 的统计矩

$$E[H] = \int_{-\infty}^{\infty} hf_H(h)dh \quad \text{and} \quad E[(H - \mu_H)]^k = \int_{-\infty}^{\infty} (h - \mu_H)^k f_H(h)dh$$

✓ 产品性能统计矩的数值积分法

$$E[H]^1 = \mu_H \cong \sum_{i=1}^N w_i h_i \quad \text{and} \quad E[H - \mu_H]^k \cong \sum_{i=1}^N w_i (h_i - \mu_H)^k \quad \text{for } 2 \leq k \leq 5$$

$f_H(h)$

4/6
1/6

H

$h_{\beta=-\sqrt{3}} \quad H(\mu_X) \quad h_{\beta=+\sqrt{3}}$

$$E[H]^1 = \mu_H \cong \frac{1}{6} h_{\beta=-\sqrt{3}} + \frac{4}{6} H(\mu_X) + \frac{1}{6} h_{\beta=+\sqrt{3}}$$
$$E[H - \mu_H]^2 = \sigma_H^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (h - \mu_H)^2 f_H(h)dh$$
$$\cong \frac{1}{6} (h_{\beta=-\sqrt{3}} - \mu_H)^2 + \frac{1}{6} (h_{\beta=+\sqrt{3}} - \mu_H)^2$$

这就是“性能矩数值积分法”(PMI);

计算量 = 两次可靠度分析 $\beta = \pm\sqrt{3}$

不需要计算产品性能函数的二阶敏感度。



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/068121040116006126>