

2023 年辽宁省铁岭市六校协作体高考数学质检试卷

1. 设 $M = \{x | \frac{1}{2} < x < 5, x \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x | x > a\}$, 若 $M \subseteq N$, 则实数 a 的取值范围为 ()
- A. $a < 1$ B. $a \leq 1$ C. $a < \frac{1}{2}$ D. $a \leq \frac{1}{2}$
2. 复数 z 满足 $z(1+i) = \frac{2+5i}{i}$, 则复数 z 的共轭复数的虚部为 ()
- A. $\frac{7}{2}$ B. $-\frac{7}{2}i$ C. $-\frac{7}{2}$ D. $\frac{7}{2}i$
3. “ $0 < k < 1$ ” 是 “方程 $\frac{x^2}{k-1} + \frac{y^2}{k+2} = 1$ 表示双曲线” 的 ()
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
- C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 唐朝著名的凤鸟花卉纹浮雕银杯如图 1 所示, 它的盛酒部分可以近似地看作是半球与圆柱的组合体 (如图 2). 当这种酒杯内壁表面积 (假设内壁表面光滑, 表面积为 S 平方厘米, 半球的半径为 R 厘米) 固定时, 若要使得酒杯的容积不大于半球体积的 2 倍, 则 R 的取值范围为 ()



图1

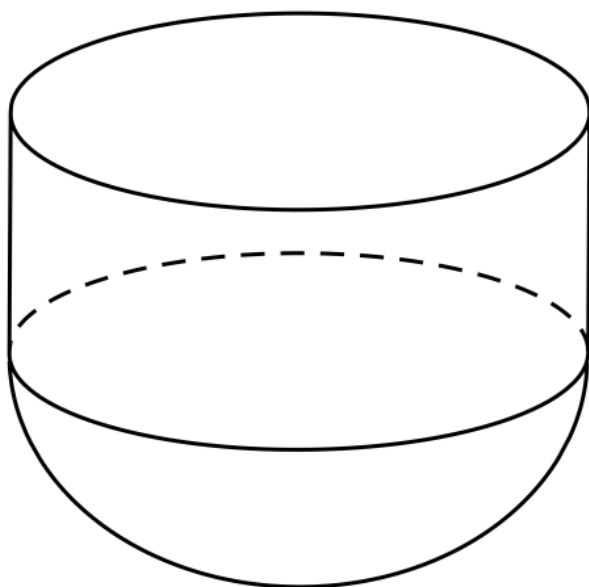


图2

- A. $(0, \sqrt{\frac{35}{10\pi}}]$ B. $[\sqrt{\frac{3S}{10\pi}}, +\infty)$ C. $(\sqrt{\frac{S}{5\pi}}, \sqrt{\frac{3S}{10\pi}}]$ D. $[\sqrt{\frac{3S}{10\pi}}, \sqrt{\frac{S}{2\pi}})$
5. 已知点 A, B, C 在半径为 5 的球面上, 且 $AB = AC = 2\sqrt{14}$, $BC = 2\sqrt{7}$, P 为球面上的动点, 则三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值为 ()
- A. $\frac{56\sqrt{7}}{3}$ B. $\frac{52\sqrt{7}}{3}$ C. $\frac{49\sqrt{7}}{3}$ D. $\frac{14\sqrt{7}}{3}$
6. 已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin(\omega x + \varphi) - \cos(\omega x + \varphi)$ ($\varphi \in (0, \pi), \omega > 0$) 对任意 $x \in \mathbb{R}$ 都有 $f(x) + f(x + \frac{\pi}{2}) = 0$, 当 ω 取最小值时, $f(\frac{\pi}{6})$ 的值为 ()

- A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. 已知各项为正的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，满足 $S_n = \frac{1}{4}(a_n + 1)^2$ ，则 $\frac{2S_n + 6}{a_n + 3}$ 的最小值为()

- A. $\frac{9}{2}$ B. 4 C. 3 D. 2

8. 倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线经过双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点 F ，与双曲线 C 的右支交于 A, B 两点，且 $\overrightarrow{AF} = \lambda \overrightarrow{FB} (\lambda \geq 5)$ ，则双曲线 C 的离心率的取值范围是()

- A. $[\frac{4}{3}, +\infty)$ B. $(1, \frac{4}{3}]$ C. $(1, 2)$ D. $[\frac{4}{3}, 2)$

9. 下列命题正确的是()

- A. 若 z_1, z_2 为复数，则 $|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$
 B. 若 $\vec{a}, \vec{b}$ 为向量，则 $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$
 C. 若 z_1, z_2 为复数，且 $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$ ，则 $z_1 z_2 = 0$
 D. 若 $\vec{a}, \vec{b}$ 为向量，且 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ，则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

10. 甲箱中有 5 个红球，2 个白球和 3 个黑球，乙箱中有 4 个红球，3 个白球和 3 个黑球. 先从甲箱中随机取出一球放入乙箱中，分别以 A_1, A_2, A_3 表示由甲箱中取出的是红球，白球和黑球的事件；再从乙箱中随机取出一球，以 B 表示由乙箱中取出的球是红球的事件，则下列结论正确的是()

- A. $P(B) = \frac{2}{5}$ B. $P(B|A_1) = \frac{5}{11}$
 C. 事件 B 与事件 A_1 相互独立 D. A_1, A_2, A_3 两两互斥

11. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB = 1$ ，点 P 满足 $\overrightarrow{CP} = \lambda \overrightarrow{CD} + \mu \overrightarrow{CC_1}$ ，其中 $\lambda \in [0, 1], \mu \in [0, 1]$ ，则下列结论正确的是()

- A. 当 $B_1P \parallel$ 平面 A_1BD 时， B_1P 不可能垂直 CD_1
 B. 若 B_1P 与平面 CC_1D_1D 所成角为 $\frac{\pi}{4}$ ，则点 P 的轨迹长度为 $\frac{\pi}{2}$
 C. 当 $\lambda = 1$ 时，正方体经过点 A_1, P, C 的截面面积的取值范围为 $[\frac{\sqrt{6}}{4}, \sqrt{2}]$
 D. 当 $\lambda = \mu$ 时， $|\overrightarrow{DP}| + |\overrightarrow{A_1P}|$ 的最小值为 $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \in [0, 1) \\ \frac{1}{2}f(x-1), & x \in [1, +\infty) \end{cases}$ ，则以下结论正确的是()

A. 函数 $f(x)$ 为增函数

B. $\forall x_1, x_2 \in [0, +\infty), |f(x_1) - f(x_2)| < 1$

C. 若 $f(x) < \frac{3}{8}$ 在 $x \in [n, +\infty)$ 上恒成立, 则 n 的最小值为 2

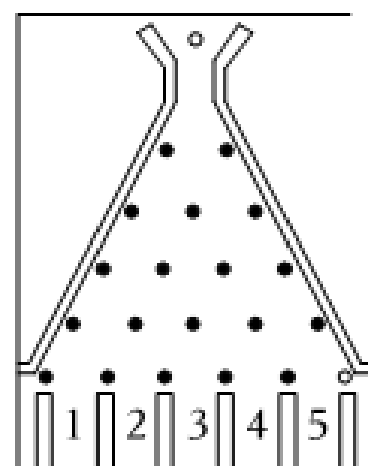
D. 若关于 x 的方程 $2m[f(x)]^2 + (m+2)f(x) + 1 = 0 (m \in R)$ 有三个不同的实根, 则 $-8 \leq m < -4$

13. 已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}| = 1, \vec{c} \cdot \vec{a} = \vec{c} \cdot \vec{b} = 1$, 则 $|\vec{c}| =$ _____.

14. 已知函数 $f(x) = 2\sin x + \cos x$, 若 $\exists \theta \in R, \forall x \in R, f(x) \leq f(\theta)$, 则 $\tan 2\theta$ 的值为 _____.

15. 设复数 z_1, z_2 满足 $|z_1| = |z_2| = 2, z_1 + z_2 = \sqrt{3} + i$, 则 $|z_1 - z_2| =$ _____.

16. 如图所示, 高尔顿钉板是一个关于概率的模型, 每一黑点表示钉在板上的一颗钉子, 它们彼此的距离均相等, 上一层的每一颗的水平位置恰好位于下一层的两颗正中间. 小球每次下落时将随机的向两边等概率的落下. 当有大量的球都落下时, 最终在钉板下面不同位置收集到小球. 现有 5 个小球从正上方落下, 则恰有 3 个小球落到 2 号位置的



17. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长为 a, b, c , 且其中任意两边长均不相等. 若 $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ 成等差数列.

(I) 比较 $\frac{b}{a}$ 与 $\frac{c}{b}$ 的大小, 并证明你的结论.

(II) 求证: B 不可能是钝角.

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_2 = \frac{1}{4}$, 且 $a_{n+1} = \frac{(n-1)a_n}{n-a_n} (n = 2, 3, 4, \dots)$.

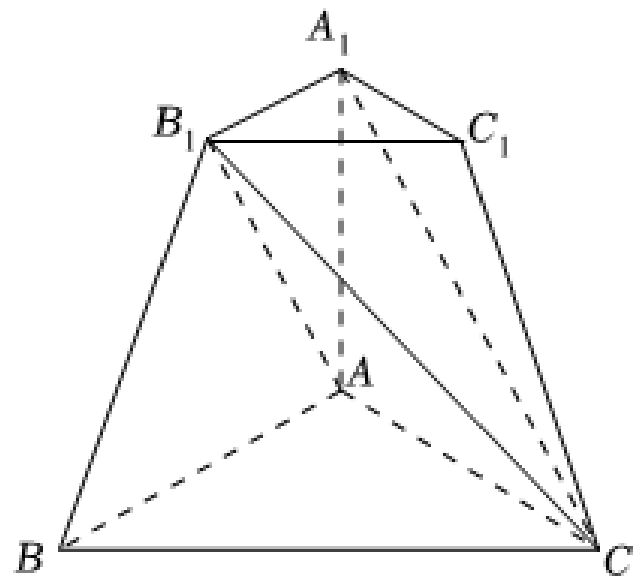
(1) 设 $b_n = \frac{1}{a_{n+1}} - 1 (n \in N^*)$, 试用 b_n 表示 b_{n+1} , 并求 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $c_n = \frac{\sin 3}{\cos b_n \cos b_{n+1}} (n \in N^*)$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

19. 如图, 在三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 三棱锥 $C - A_1B_1C_1$ 的体积为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\triangle AB_1C$ 的面积为 4, $AB = 2A_1B_1$, 且 $A_1A \perp$ 平面 ABC .

(1) 求点 B 到平面 AB_1C 的距离;

(2) 若 $BB_1 = BA$, 且平面 $AB_1C \perp$ 平面 ABB_1A_1 , 求二面角 $A - B_1C - A_1$ 的余弦值.



20. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距长为 $2\sqrt{3}$, 点 $P(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 在 C 上.

(1) 求 C 的方程;

(2) 过点 $Q(4, 0)$ 的直线与 C 交于 A 、 B 两点 (均异于点 P), 若直线 PA , PB 的斜率都存在, 分别设为 k_1 , k_2 , 试判断 $k_1 + k_2$ 是否为定值, 如果是, 请求出 $k_1 + k_2$ 的值; 如果不是, 请说明理由.

21. 第 22 届世界杯于 2022 年 11 月 21 日到 12 月 18 日在卡塔尔举办. 在决赛中, 阿根廷队通过点球战胜法国队获得冠军.

(1) 扑点球的难度一般比较大. 假设罚点球的球员会等可能地随机选择球门的左、中、右三个方向射门, 门将也会等可能地随机选择球门的左、中、右三个方向来扑点球, 而且门将即使方向判断正确也有 $\frac{2}{3}$ 的可能性扑不到球. 不考虑其它因素, 在一次点球大战中, 求门将在前三次扑到点球的个数 X 的分布列和期望;

(2) 好成绩的取得离不开平时的努力训练, 甲、乙、丙三名前锋队员在某次传接球的训练中, 球从甲脚下开始, 等可能地随机传向另外 2 人中的 1 人, 接球者接到球后再等可能地随机传向另外 2 人中的 1 人, 如此不停地传下去, 假设传出的球都能接住, 记第 n 次传球之前球在甲脚下的概率为 p_n , 易知 $p_1 = 1$, $p_2 = 0$.

①证明: $\{p_n - \frac{1}{3}\}$ 为等比数列;

②设第 n 次传球之前球在乙脚下的概率为 q_n , 比较 p_{10} 与 q_{10} 的大小.

22. 已知函数 $f(x) = a(x+1)\ln x - (a+1)(x-1)$.

(1) 若 $a = 1$, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $x \in (0, 1)$, $f(x) < 0$, 求 a 的取值范围.

答案和解析

1. 【答案】A

【解析】解： $\because M = \{x | \frac{1}{2} < x < 5, x \in Z\} = \{1, 2, 3, 4\}$,

$\because N = \{x | x > a\}, M \subseteq N$,

$\therefore a < 1$.

故选：A.

先求出集合 M ，再根据 $M \subseteq N$ ，即可求得 a 的取值范围.

本题主要考查了集合包含关系的应用，属于基础题.

2. 【答案】A

【解析】解： $\because z(1+i) = \frac{2+5i}{i}$,

$\therefore z = \frac{2+5i}{i(1+i)} = \frac{3}{2} - \frac{7}{2}i$,

$\therefore \bar{z} = \frac{3}{2} + \frac{7}{2}i$ ，其虚部为 $\frac{7}{2}$.

故选：A.

把已知等式变形，再由复数代数形式的乘除运算化简，然后利用共轭复数的概念得答案.

本题考查复数代数形式的乘除运算，考查复数的基本概念，是基础题.

3. 【答案】A

【解析】解：若方程表示双曲线，则 $(k-1)(k+2) < 0$,

得 $-2 < k < 1$,

即“ $0 < k < 1$ ”是“方程 $\frac{x^2}{k-1} + \frac{y^2}{k+2} = 1$ 表示双曲线”的充分条件和必要条件，

故选：A.

根据双曲线的定义求出 k 的范围，结合充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，结合双曲线的定义求出 k 的范围是解决本题的关键.

4. 【答案】D

【解析】

【分析】

考查了组合体的体积和表面积计算，属于基础题。

根据题意，酒杯内壁表面积为圆柱与半球的表面积，列出 S 的表达式，再求出体积 V ，解不等式即可。

【解答】

解：设圆柱的高度与半球的半径分别为 h ， R ，则 $S = 2\pi R^2 + 2\pi Rh$ ，则 $\pi Rh = \frac{S}{2} - \pi R^2$ ，

所以酒杯的容积 $V = \frac{2}{3}\pi R^3 + \pi R^2 h = \frac{2}{3}\pi R^3 + (\frac{S}{2} - \pi R^2)R = -\frac{\pi}{3}R^3 + \frac{S}{2}R \leq \frac{4}{3}\pi R^3$ ，

又 $h > 0$ ，所以 $\frac{S}{2} - \pi R^2 > 0$ ，

所以 $\pi R^2 < \frac{S}{2} \leq \frac{5}{3}\pi R^2$ ，解得 $\sqrt{\frac{3S}{10\pi}} \leq R < \sqrt{\frac{S}{2\pi}}$ 。

故答案选：D。

5. 【答案】A

【解析】解：在 $\triangle ABC$ 中，由 $AB = AC = 2\sqrt{14}$ ， $BC = 2\sqrt{7}$ ，

得 $\cos A = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2AC \cdot AB} = \frac{(2\sqrt{14})^2 + (2\sqrt{14})^2 - (2\sqrt{7})^2}{2 \times 2\sqrt{14} \times 2\sqrt{14}} = \frac{3}{4}$ ，

$\therefore \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{\sqrt{7}}{4}$ ，设 $\triangle ABC$ 的外接圆的半径为 r ，

则 $2r = \frac{BC}{\sin A} = \frac{2\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{7}}{4}} = 8$ ，即 $r = 4$ ，

又三棱锥 $P - ABC$ 的外接球的半径 $R = 5$ ，

则球心到 $\triangle ABC$ 外接圆圆心的距离为 $\sqrt{R^2 - r^2} = 3$ 。

则当 P 到平面 ABC 距离最大时，三棱锥 $P - ABC$ 的体积最大，

此时 P 到平面 ABC 的最大距离为 $R + 3 = 8$ ，

三棱锥 $P - ABC$ 体积的最大值为 $V = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2\sqrt{14} \times 2\sqrt{14} \times \frac{\sqrt{7}}{4} \times 8 = \frac{56\sqrt{7}}{3}$ 。

故选：A。

利用余弦定理求得 $\cos A$ ，得到 $\sin A$ ，求得三角形 ABC 外接圆的半径，由勾股定理求出球心到平面 ABC 的距离，得到点 P 到平面 ABC 的最大距离，再由棱锥体积公式求 $P - ABC$ 的最大值。本题考查多面体外接球体积的最大值的求法，考查空间想象能力与思维能力，考查运算求解能力，是中档题。

6. 【答案】A

【解析】解：函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin(\omega x + \varphi) - \cos(\omega x + \varphi)$

$$= 2\left[\frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\omega x + \varphi) - \frac{1}{2} \cos(\omega x + \varphi)\right]$$

$$= 2 \sin\left(\omega x + \varphi - \frac{\pi}{6}\right),$$

又 $f(x)$ 为偶函数，所以 $\varphi - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z$;

$$\text{解得 } \varphi = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in Z;$$

$$\text{又 } \varphi \in (0, \pi), \text{ 所以 } \varphi = \frac{2\pi}{3};$$

$$\text{所以 } f(x) = 2 \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos \omega x;$$

$$\text{又对任意 } x \in R \text{ 都有 } f(x) + f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 0,$$

$$\text{所以 } f(0) + f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos 0 + 2 \cos \frac{\pi\omega}{2} = 0,$$

$$\text{解得 } \cos \frac{\pi}{2} \omega = -1,$$

$$\text{所以 } \frac{\pi}{2} \omega = 2k\pi + \pi, k \in Z;$$

$$\text{解得 } \omega = 4k + 2, k \in Z;$$

又 $\omega > 0$ ，所以 ω 的最小值是 2，

$$\text{此时 } f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \cos\left(2 \times \frac{\pi}{6}\right) = 2 \times \frac{1}{2} = 1.$$

故选：A.

利用三角函数恒等变换化简函数 $f(x)$ ，根据 $f(x)$ 为偶函数求出 φ 的值，再由 $f(x) + f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 0$ ，

结合题意求得 ω 的最小值，即可计算 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 的值.

本题主要考查了三角函数恒等变换，正弦函数的图象和性质，以及特殊角的三角函数值在三角函数化简求值中的应用问题.

7. 【答案】D

【解析】解：∵ 各项为正的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，满足 $S_n = \frac{1}{4}(a_n + 1)^2$ ，①

$$\therefore S_1 = \frac{1}{4}(a_1 + 1)^2, a_1 = 1,$$

$$\text{当 } n \geq 2 \text{ 时, } S_{n-1} = \frac{1}{4}(a_{n-1} + 1)^2, \text{ ②}$$

$$\text{①-②整理得: } (a_{n-1} + 1)^2 = (a_n - 1)^2,$$

$$\text{可得 } a_n - a_{n-1} = 2, (a_{n-1} = -a_n \text{ 舍})$$

即数列 $\{a_n\}$ 是首项为 **1**，公差为 **2** 的等差数列，

$$\therefore a_n = 1 + 2(n-1) = 2n-1,$$

$$S_n = \frac{1}{2}n(1+2n-1) = n^2,$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{2S_n+6}{a_n+3} &= \frac{2n^2+6}{2n+2} = \frac{n^2+3}{n+1} = \frac{(n+1)^2-2(n+1)+4}{n+1} = n+1 + \frac{4}{n+1} - 2 \\ &= 2\sqrt{(n+1) \cdot \frac{4}{n+1}} - 2 = 2, \end{aligned}$$

当且仅当 $n+1 = \frac{4}{n+1}$ ，即 $n=1$ 时，等号成立，

即 $\frac{2S_n+6}{a_n+3}$ 的最小值为 **2**，

故选：D.

根据数列的递推关系式求得数列 $\{a_n\}$ 是首项为 **1**，公差为 **2** 的等差数列，进而求得 $\frac{2S_n+6}{a_n+3}$ 的表达式，结合基本不等式即可求得结论.

本题主要考查数列递推关系式的应用，考查计算能力，属于中档题.

8. 【答案】D

【解析】解：设 l 为双曲线的右准线，过 A 、 B 作 AD ， BE 垂直于 l ， D ， E 为垂足，过 A 作 $AG \perp EB$ 于 G ，

根据双曲线的第二定义，得

$$|AD| = \frac{|AF|}{e}, \quad |BE| = \frac{|BF|}{e},$$

$$\therefore |AF| = e|AD|, \quad |BF| = e|BE|,$$

$$\therefore \overrightarrow{AF} = \lambda \overrightarrow{FB} \text{ (不妨设 } \lambda > 1),$$

$$\therefore |\overrightarrow{AF}| = \lambda |\overrightarrow{FB}|,$$

$$\therefore |AD| = \lambda |BE|,$$

$$\therefore |AB| = |AF| + |BF| = (1+\lambda)e|BE|,$$

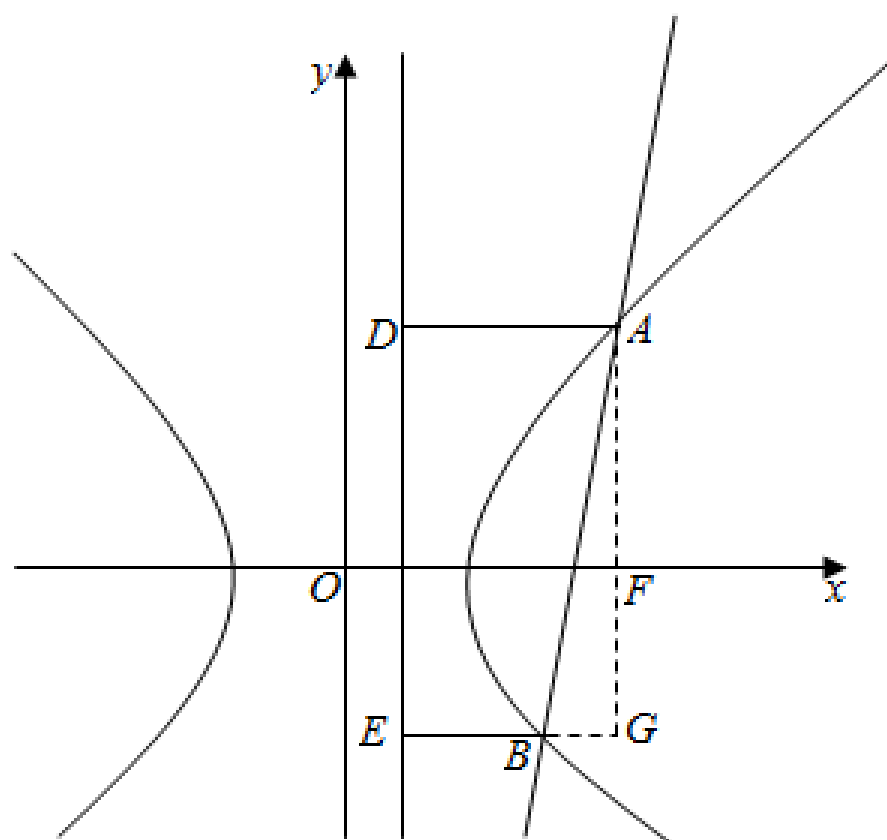
$$\therefore |BG| = \lambda |AD| - |BE| = (\lambda-1)|BE|,$$

$$\therefore \cos \angle ABG = \frac{|BG|}{|AB|} = \frac{(\lambda-1)|BE|}{(\lambda+1)e|BE|},$$

$$\therefore e \cos \theta = \frac{\lambda-1}{\lambda+1}, \text{ 同理可证 } \lambda < 1,$$

$$\text{所以可得 } |e \cos \theta| = \left| \frac{\lambda-1}{\lambda+1} \right|,$$

$$\therefore e \text{ 由题意可得直线斜率 } k = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3},$$



$\because \overrightarrow{AF} = \lambda \overrightarrow{FB} (\lambda \geq 5)$ ，根据 $|e \cos \theta| = \left| \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \right|$ ， $\therefore e = \sqrt{1 + k^2} \left| \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \right|$ ，

即 $e^2 = (1 + k^2) \left(\frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \right)^2 = 4 \left(1 - \frac{2}{\lambda + 1} \right)^2$ ， $\because \lambda \geq 5$ ，则 $\lambda + 1 \geq 6$ ，可得 $0 < \frac{1}{\lambda + 1} \leq \frac{1}{6}$ ，

$\therefore -\frac{1}{3} \leq \frac{-2}{\lambda + 1} < 0$ ， $\therefore \frac{2}{3} \leq 1 - \frac{2}{\lambda + 1} < 1$ ， $\therefore \frac{4}{9} \leq \left(1 - \frac{2}{\lambda + 1} \right)^2 < 1$ ， $\frac{16}{9} \leq 4 \left(1 - \frac{2}{\lambda + 1} \right)^2 < 4$ ，

即 $\frac{16}{9} \leq e^2 < 4$ ， $\because e > 1$ ， $\therefore \frac{4}{3} \leq e < 2$ ，即离心率的取值范围是 $[\frac{4}{3}, 2)$ ，

故选：D.

根据 $|e \cos \theta| = \left| \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \right|$ ， $e = \sqrt{1 + k^2} \left| \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \right|$ ，计算可得双曲线 C 的离心率的取值范围.

本题考查双曲线的离心率，属中档题.

9. 【答案】ACD

【解析】解：选项 A，设 $z_1 = a + bi$ ， $z_2 = c + di$ ，

$$z_1 \cdot z_2 = (a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i，$$

$$\text{所以 } |z_1 \cdot z_2| = \sqrt{(ac - bd)^2 + (ad + bc)^2} = \sqrt{(ac)^2 + (bd)^2 + (ad)^2 + (bc)^2}，$$

$$|z_1| \cdot |z_2| = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{c^2 + d^2} = \sqrt{(ac)^2 + (bd)^2 + (ad)^2 + (bc)^2}，\text{即 A 正确；}$$

选项 B，因为 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos < \vec{a}, \vec{b} >$ ，所以 $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \neq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ ，即 B 错误；

选项 C，因为 $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$ ，所以 $(z_1 + z_2)^2 = (z_1 - z_2)^2$ ，即 $z_1^2 + 2z_1z_2 + z_2^2 = z_1^2 - 2z_1z_2 + z_2^2$ ，

所以 $z_1z_2 = 0$ ，即 C 正确；

选项 D，因为 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ，所以 $(\vec{a} + \vec{b})^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2$ ，即

$$|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}，$$

所以 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，即 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，故 D 正确.

故选：ACD.

选项 A，设 $z_1 = a + bi$ ， $z_2 = c + di$ ，根据复数的乘法运算法则和模长的计算方式，可判断；

选项 B，根据平面向量数量积的运算法则，即可判断；

选项 C，将 $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$ 两边平方，化简可得 $z_1z_2 = 0$ ；

选项 D，将 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ 两边平方，化简可得 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

本题考查平面向量，熟练掌握平面向量、复数的混合运算法则是解题的关键，考查逻辑推理能力和运算能力，属于中档题.

10. 【答案】BD

【解析】解：A 选项， $P(A_1B) = \frac{5}{10} \times \frac{4+1}{10+1} = \frac{5}{22}$ ， $P(A_2B) = \frac{2}{10} \times \frac{4}{10+1} = \frac{4}{55}$ ，

$$P(A_3B) = \frac{3}{10} \times \frac{4}{10+1} = \frac{6}{55}，$$

故 $P(B) = P(A_1B) + P(A_2B) + P(A_3B) = \frac{5}{22} + \frac{4}{55} + \frac{6}{55} = \frac{9}{22}$ ，A 错误；

B 选项， $P(A_1) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ ，故 $P(B|A_1) = \frac{P(A_1B)}{P(A_1)} = \frac{\frac{5}{22}}{\frac{1}{2}} = \frac{5}{11}$ ，B 正确；

C 选项，因为 $P(A_1) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{9}{22} = \frac{9}{44}$ ，故 $P(A_1B) \neq P(A_1) \cdot P(B)$ ，所以事件 B 与事件 A_1 不相互独立，C 错误；

D 选项，因为 $P(A_1 \cap A_2) = P(A_1 \cap A_3) = P(A_2 \cap A_3) = 0$ ，故 A_1 、 A_2 、 A_3 两两互斥，D 正确。

故选：BD。

A 选项，利用独立事件和互斥事件概率公式计算出 $P(B)$ ；

B 选项，根据条件概率计算公式计算出 $P(B|A_1) = \frac{5}{11}$ ；

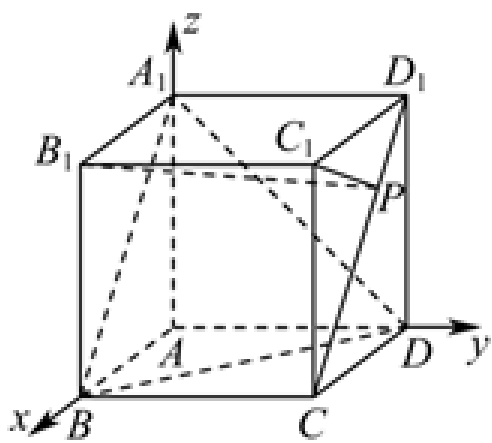
C 选项，根据 $P(A_1B) \neq P(A_1) \cdot P(B)$ 得到 C 错误；

D 选项，由互斥事件的概念进行判断。

本题主要考查条件概率公式，属于基础题。

11. 【答案】BD

【解析】解：对 A，建立如图所示的空间直角坐标系 $A - xyz$ ，



则 $A(0,0,0)$ ， $B(1,0,0)$ ， $D(0,1,0)$ ， $C(1,1,0)$ ， $A_1(0,0,1)$ ， $C_1(1,1,1)$ ， $D_1(0,1,1)$ ，

所以 $\overrightarrow{CD_1} = (-1, 0, 1)$ ， $\overrightarrow{B_1P} = \overrightarrow{B_1C} + \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{B_1C} + \lambda \overrightarrow{CD} + \mu \overrightarrow{CC_1} = (-\lambda, 1, \mu - 1)$ ，

则 $\overrightarrow{BA_1} = (-1, 0, 1)$ ， $\overrightarrow{BD} = (-1, 1, 0)$ ，设平面 A_1BD 的一个法向量为 $\vec{n} = (x, y, z)$ ，

所以 $\begin{cases} \overrightarrow{BA_1} \cdot \vec{n} = -x + z = 0 \\ \overrightarrow{BD} \cdot \vec{n} = -x + y = 0 \end{cases}$ ，令 $x = 1$ ，则 $y = z = 1$ ，即平面 A_1BD 的一个法向量为

$\vec{n} = (1, 1, 1)$ ，

若 $B_1P \parallel$ 平面 A_1BD ，则 $\vec{n} \cdot \overrightarrow{B_1P} = 0$ ，即 $\lambda = \mu$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/068141114037006047>