专题 6.3　线段中的动点问题专项训练（40 道）

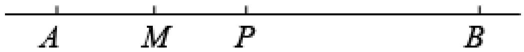
【浙教版】

考卷信息：

本套训练卷共 40 题，题型针对性较高，覆盖面广，选题有深度，涵盖了线段中的动点问题的所有类型！

一．解答题（共 40 小题）

1．（2022·山东省商河实验中学七年级阶段练习）如图，线段 AB＝24，动点 P 从 A 出发，以每秒 2 个单位的速度沿射线 AB 运动，M 为 AP 的中点．



(1)出发 3 秒后，AM＝____，PB＝____．（不必说明理由）

(2)出发几秒后，AP＝3BP？

(3)当 P 在 AB 延长线上运动时，N 为 BP 的中点， MN 的长度是否为定值，若是，请给出证明；若不是，请说明理由．

【答案】(1)3；18

(2)出发 9 秒或 18 秒后，AP＝3BP

(3)是；理由见解析

【分析】（1）先根据路程＝速度×时间求出 AP，再根据中点的定义求出 AM，根据线段的和差关系求出 PB；

（2）分两种情况：①当点 P 在线段 AB 上时，②当点 P 在 AB 延长线上时，根据题意列出方程求解即可；

（3）PA＝2x，AM＝PM＝x，PB＝2x−24，PN＝$\frac{1}{2}PB$＝x−12，分别表示出 MN，MA＋PN 的长度，即可作出判断．

（1）

解：出发 3 秒后，AM＝2×3÷2＝3，PB＝24−2×3＝18．

故答案为：3；18．

（2）

解：分两种情况：①当点 P 在线段 AB 上时，设出发 t 秒后，AP＝2t，BP＝24−2t，

∵AP＝3BP，

∴$2t=3(24-2t)$，

解得 $t=9$；

②当点 P 在 AB 延长线上时，设出发 t 秒后，$AP=2t$，$BP=2t-24$，

∵$AP=3BP$，

∴$2t=3(2t-24)$，

解得 $t=18$.

综上分析可知，出发 9 秒或 18 秒后，$AP=3BP$.

（3）

解：是，理由如下：

设运动时间为 x 秒，

则有 $PA=2x$，$AM=PM=x$，$PB=2x-24$，$PN=\frac{1}{2}PB=x-12$，

∴$MN=PM-PN=x-(x-12)=12$，

即 MN 的值为定值.

【点睛】本题主要考查了数轴上两点间的距离，一元一次方程的应用，解答本题的关键是用含时间的式子表示出各线段的长度，有一定难度.

2．（2022·湖南·长沙市开福区青竹湖湘一外国语学校七年级阶段练习）已知在数轴上有 A，B 两点，点 A 表示的数为 8，点 B 在 A 点的左边，且$AB=12$．若有一动点 P 从数轴上点 A 出发，以每秒 3 个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动，动点 Q 从点 B 出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿着数轴向右匀速运动，设运动时间为 t 秒.

(1)当$t=1$秒时，写出数轴上点 B，P、Q 所表示的数分别为_______________、_______________、_______________；

(2)若点 P，Q 分别从 A，B 两点同时出发，当点 P 与点 Q 重合时，求 t 的值；

(3)若 M 为线段AQ的中点，点 N 为线段BP的中点．当点 M 到原点的距离和点 N 到原点的距离相等时，求 t 的值.

【答案】(1)-4；5；-2

(2)2.4

(3)8

【分析】（1）①根据已知可得 B 点表示的数为8 - 12；点 P 表示的数为$8-3t$；

（2）点 P 运动 x 秒时，与 Q 重合，则 $AP=3x$，$BQ=2x$，根据$AP+BQ=AB$，列出方程求解即可；

（3）根据动点 P 在数轴上运动，点M到原点的距离等于点N到原点的距离相等，

故$OM=ON$，由此可得出结论；

（1）

∵点 A 表示的数为 8，B 在 A 点左边，$AB=12$，

∴点 B 表示的数是$8-12=-4$，

∵动点 P 从点 A 出发，以每秒 3 个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动，

∴点 P 表示的数是$8-3\times1=5$，

∵动点Q从点B出发，以每秒2个单位长度的速度沿数轴向右匀速运动，

∴点Q表示的数是$-4+2\times1=-2$，

故答案为：$-4,5,-2$；

（2）

设点 P 运动 t 秒时，与点 Q 重合，则$AP=3t$，$BQ=2t$，

∵$AP+BQ=AB$，

∴$3t+2t=12$，

解得：$t=2.4$，

∴点 P 运动2.4秒时与点 Q 重合；

（3）

由（1）知，A表示8，B表示-4，P表示$8-3t$，Q表示$2t-4$，

∵ M为AQ中点，

∴ M表示$\frac{8+(2t-4)}{2}=t+2$，

∵ N为BP中点，

∴ N表示$\frac{-4+(8-3t)}{2}=2-\frac{3}{2}t$，

∵点M到原点的距离等于点N到原点的距离相等，

∴ $|t+2-0|=\left|2-\frac{3}{2}t-0\right|$，

即$|t+2|=\left|2-\frac{3}{2}t\right|$，

当$t+2=2-\frac{3}{2}t$时，$t=0$（舍去），

当$t+2=-\left(2-\frac{3}{2}t\right)$时，$t=8$，

答：当$t=8$时，点M到原点的距离等于点N到原点的距离相等．

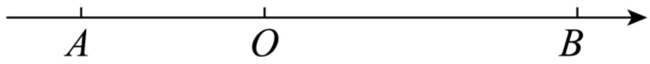
【点睛】本题考查了数轴和一元一次方程的应用，用到的知识点是数轴上两点之间的距离，关键是根据题意画出图形，注意分两种情况进行讨论．

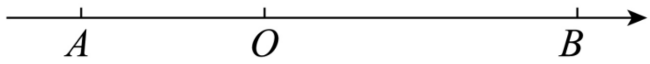
3．（2022·江苏·启东市长江中学七年级期中）已知多项式$(a+10)x^3+20x^2-5x+3$是关于 x 的二次多项式，且二次项系数为 b，数轴上两点 A，B 对应的数分别为 a，b．

(1)a=____________，b=____________，线段 AB=____________；

(2)若数轴上有一点 C，使得$AC=\frac{3}{2}BC$，点 M 为AB的中点，求MC的长；

(3)有一动点 G 从点 A 出发，以 1 个单位每秒的速度向终点 B 运动，同时动点 H 从点 B 出发，以$\frac{5}{6}$个单位每秒的速度在数轴上作同向运动，设运动时间为 t 秒（$t<30$），点 D 为线段GB的中点，点 F 为线段DH的中点，点 E 在线段GB上且$GE=\frac{1}{3}GB$，在 G，H 的运动过程中，求$DE+DF$的值．





【答案】(1)-10，20，30；

(2)3 或 75；

(3)$\frac{25}{2}$．

【分析】（1）由题意直接可求解；

（2）①当点 C 在AB之间时，如图 1，②当点 C 在点 B 的右侧时，如图 2，分别计算AC和AM的长，相减可得结论；

（3）本题有两个动点 G 和 H，根据速度和时间可得点 G 表示的数为：$-10+t$，点 H 表示的数为：$20+\frac{5}{6}t$，根据中点的定义得点 D 和 F 表示的数，由$EG=\frac{1}{3}BG$得EG的长和点 E 表示的数，根据数轴上两点的距离可得DE和DF的长，相加可得结论．

（1）

解：由题意知：$a+10=0$，$b=20$，

∴$a=-10$，

∴AB的距离为$20-(-10)=30$；

故答案为：-10，20，30；

（2）

分两种情况：

①当点 C 在 AB 之间时，如图 1，

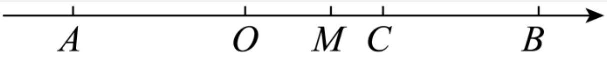


图1

∵$AC=\frac{3}{2}BC$，$AB=30$，

∴$AC=18$，

∵M 是AB的中点，

∴$AM=15$，

∴$CM=18-15=3$；

②当点 C 在点 B 的右侧时，如图 2，

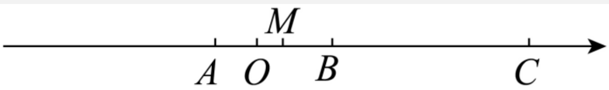


图2

∵$AC=\frac{3}{2}BC$，$AB=30$，

∴$AC=90$，

∵$AM=15$，

∴$CM=90-15=75$；

综上，CM的长是 3 或 75；

（3）

由题意得：点 G 表示的数为：：$-10+t$，点 H 表示的数为：$20+\frac{5}{6}t$，

∵$t<30$，$AB=30$，

∴点 G 在线段AB之间，

∵D 为BG的中点，

∴点 D 表示的数为：$\frac{20+(-10+t)}{2}=5+\frac{1}{2}t$，

∵F 是DH的中点，

∴点 F 表示的数为：$\frac{5+\frac{1}{2}t+20+\frac{5}{6}t}{2}=\frac{75+4t}{6}$，

∵$BG=20-(10+t)=30-t$，

∵$EG=\frac{1}{3}BG$，

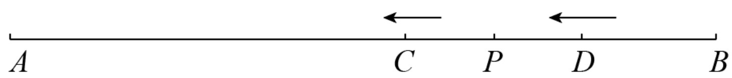
∴$EG=\frac{30-t}{3}=10-\frac{1}{3}t$，

∴点 E 表示的数为：$-10+t+10-\frac{1}{3}t=\frac{2}{3}t$，

∴$DE+DF=(5+\frac{1}{2}t)-\frac{2}{3}t+\frac{75+4t}{6}-(5+\frac{1}{2}t)=\frac{25}{2}$.

【点睛】本题考查多项式和数轴；与中点有关的计算，数轴上的动点问题，数轴上两点间的距离，根据点的运动特点，分情况列出合适的方程，进行求解是关键.

4．（2022·湖北·公安县教学研究中心七年级期末）如图，P 是线段AB上任意一点，$AB=15$cm，C，D 两点分别从点 P，B 同时向点 A 运动，且点 C 的运动速度为 2 cm/s，点 D 的运动速度为 3 cm/s，运动的时间为 ts．（其中一点到达点 A 时，两点停止运动）



(1)若$AP=10$cm．

①运动 1 s 后，求CD的长；

②当点 D 在线段PB上运动时，试说明：$AC=2CD$.

(2)如果$t=3$s 时，$CD=1$cm，试探索AP的长.

【答案】(1)①$CD=4$cm；②见解析

(2)AP的长为 11cm 或 13cm

【分析】（1）①先求出PB、CP与DB的长度，然后利用$CD=CP+PB-DB$即可求出答案；

②用 t 表示出AC、DP、CD的长度即可求证$AC=2CD$；

（2）当$t=3$时，求出CP、DB的长度，由于没有说明 D 点在 C 点的左边还是右边，故需要分情况讨论.

（1）

①当$t=1$时，$CP=2t=2$cm，$DB=3t=3$cm，

$\because AP=10\text{cm}$，$AB=15\text{cm}$，

$\therefore PB=AB-AP=5\text{cm}$，

$\therefore CD=CP+PB-DB=2+5-3=4\text{cm}$；

②$\because AP=10$，$AB=15$，

$\therefore BP=5$，

$\because CP=2t$，$DB=3t$，

$\therefore AC=AP-CP=10-2t=2(5-t)$，$DP=BP-BD=5-3t$，

$\therefore CD=CP+DP=2t+5-3t=5-t$，

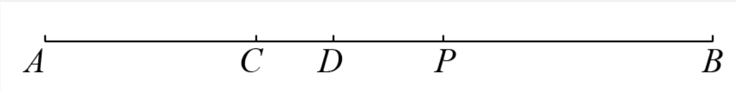
$\therefore AC=2CD$．

（2）

当$t=3$时，$CP=2t=6\text{cm}$，$DB=3t=9\text{cm}$，

当点 D 在 C 的右边时，

如图：

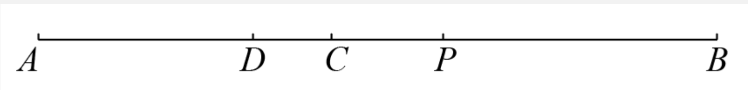


$CD=CP-PD=CP+AB-AP-DB=6+15-AP-9=1$，

$\therefore AP=11\text{cm}$；

当点 D 在 C 的左边时，

如图：



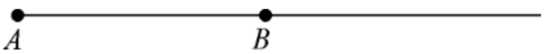
$CD=BD-CP-PB=9-6-(15-AP)=1$，

$\therefore AP=13\text{cm}$；

综上可得，AP 的长为 11cm 或 13cm．

【点睛】本题考查了两点间的距离，涉及列代数式，注意分类讨论是解题关键．

5．（2022·湖北·十堰市郧阳区教学研究室七年级期末）如图，已知线段$AB=24$，动点 P 从 A 出发，以每秒 2 个单位的速度沿射线AB方向运动，运动时间为 t 秒（$t>0$），点 M 为AP的中点．



(1)若点 P 在线段AB上运动，当 t 为多少时，$PB=AM$？

(2)若点 P 在射线AB上运动，N 为线段PB上的一点．

①当 N 为PB的中点时，求线段MN的长度；

②当$PN=2NB$时，是否存在这样的 t，使 M，N，P 三点中的一个点是以其余两点为端点的线段的中点？如果存在，请求出 t 的值；如不存在，请说明理由．

【答案】(1)8；

(2)①12． ②当$t=\frac{48}{7}$时，P 是MN的中点；当$t=\frac{96}{5}$时，N 是MP的中点．

【分析】（1）根据 M 是线段AP的中点，可得$AM=\frac{1}{2}AP=t$，从而得到$PB=24-2t$，再由$PB=AM$，即可求解；（2）①分两种情况讨论：当点 P 在 B 点左侧时；当点 P 在 B 点或 B 点右侧时，即可求解；②分三种情况讨论：当$0<t\leq12$时，当$12<t\leq48$时，当$t>48$时，即可求解．

（1）

解:根据题意得：$AP=2t$，

$\because M$ 是线段AP的中点，

$\therefore AM=\frac{1}{2}AP=t$， $PB=AB-AP=24-2t$．

$\because PB=AM$，

$\therefore 24-2t=t$，

解得$t=8$．

$\therefore$当$t=8$时，$PB=AM$；

（2）

①当点 P 在 B 点左侧时．

$\because M$ 是线段AP的中点，

$\therefore PM=\frac{1}{2}AP=t$，

$\because N$ 是线段PB的中点，

$\therefore PN=\frac{1}{2}BP=\frac{1}{2}(24-2t)=12-t$．

$\therefore MN=t+12-t=12$．

当点 P 在 B 点或 B 点右侧时．

$\because M$ 是线段AP的中点，

$\therefore PM=\frac{1}{2}AP=t$，

$\because N$ 是线段PB的中点，

$\therefore PN=\frac{1}{2}BP=\frac{1}{2}(2t-24)=t-12$.

$\therefore MN=t-(t-12)=12$，

综上所述，线段MN的长度为 12；

②当$PN=2NB$时，存在这样的 t，使 M、N、P 三点中的一个点是以其余两点为端点的线段的中点.

当$0<t\leq 12$时，

由题意得：$PM=t, PN=\frac{2}{3}(24-2t)$，

$\because PM=PN$，

$\therefore t=\frac{2}{3}(24-2t)$，解得， $t=\frac{48}{7}$.

当$12<t\leq 48$时，

由题意得：$PM=t, PN=\frac{2}{3}(2t-24)$，

$\because PM=2PN$，

$\therefore t=2\times\frac{2}{3}(2t-24)$，解得， $t=\frac{96}{5}$.

当$t>48$时，

由题意得：$PM=t, PN=\frac{2}{3}(2t-24)$，

$\because PN=2PM$，

$\therefore 2t=\frac{2}{3}(2t-24)$，解得，$t=-24$（舍去）.

综上，当$t=\frac{48}{7}$时，P 是MN的中点；当$t=\frac{96}{5}$时，N 是MP的中点.

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用，本题是动点问题，解题时可根据图形，用 t 表示出相应线段的长，再根据已知条件列出方程．解题时要按照点的不同位置进行分类讨论，避免漏解.

6．（2022·重庆綦江·七年级期末）点 A 在数轴上对应的数为－3，点 B 对应的数为 2．

(1)如图 1 点 C 在数轴上对应的数为 x，且 x 是方程 $2x+1=\frac{1}{2}x-5$ 的解，在数轴上是否存在点 P 使 $PA+PB=\frac{1}{2}BC+AB$？若存在，求出点 P 对应的数；若不存在，说明理由；

(2)如图 2，若 P 点是 B 点右侧一点，PA 的中点为 M，N 为 PB 的三等分点且靠近于 P 点，当 P 在 B 的右侧

运动时，有两个结论：①$PM-\frac{3}{4}BN$的值不变；②$\frac{1}{2}\mathrm{PM}+\frac{3}{4}BN$的值不变，其中只有一个结论正确，请判断正确的结论，并求出其值

图1

图2

【答案】(1)存在满足条件的点 P，对应的数为$-\frac{9}{2}$和$\frac{7}{2}$；(2)正确的结论是：$PM-\frac{3}{4}BN$的值不变，且值为2.5．

【分析】（1）先利用数轴上两点间的距离公式确定出 AB 的长，然后求得方程的解，得到 C 表示的点，由此求得$\frac{1}{2}BC+AB=8$ 设点 P 在数轴上对应的数是 a，分①当点 P 在点 a 的左侧时（$a<-3$）、②当点 P 在线段 AB 上时（$-3\le a\le 2$）和③当点 P 在点 B 的右侧时（$a>2$）三种情况求点 P 所表示的数即可；（2）设 P 点所表示的数为 n，就有 $PA=n+3$，$PB=n-2$，根据已知条件表示出 PM、BN 的长，再分别代入①$PM-\frac{3}{4}BN$和②$\frac{1}{2}PM+\frac{3}{4}BN$求出其值即可解答．

【详解】(1)∵点 A 在数轴上对应的数为-3，点 B 对应的数为 2，

∴$AB=5$．

解方程$2x+1=\frac{1}{2}x-5$得$x=-4$．

所以 $BC=2-(-4)=6$．

所以．

设存在点 P 满足条件，且点 P 在数轴上对应的数为 a，

①当点 P 在点 a 的左侧时，$a<-3$，

$PA=-3-a$，$PB=2-a$，所以 $AP+PB=-2a-1=8$，

解得 $a=-\frac{9}{2}$，$-\frac{9}{2}<-3$满足条件；

②当点 P 在线段 AB 上时，$-3\le a\le 2$，$PA=a-(-3)=a+3$，$PB=2-a$，

所以 $PA+PB=a+3+2-a=5\ne 8$，不满足条件；

③当点 P 在点 B 的右侧时，$a>2$，$PA=a-(-3)=a+3$，$PB=a-2$．，

所以 $PA+PB=a+3+a-2=2a+1=8$，解得：$a=\frac{7}{2}$，$\frac{7}{2}>2$，

所以，存在满足条件的点 P，对应的数为$-\frac{9}{2}$和$\frac{7}{2}$．

(2)设 P 点所表示的数为 n，

∴$PA=n+3$，$PB=n-2$．

∵PA 的中点为 M，

∴$PM=\frac{1}{2}PA=\frac{n+3}{2}$．

N 为 PB 的三等分点且靠近于 P 点，

∴$BN=\frac{2}{3}PB=\frac{2}{3}\times(n-2)$．

∴$PM-\frac{3}{4}BN=\frac{n+3}{2}-\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times(n-2)$，

$=\frac{5}{2}$（不变）．

②$\frac{1}{2}PM+\frac{3}{4}BN=\frac{n+3}{4}+\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times(n-2)=\frac{3}{4}n-\frac{1}{4}$（随 P 点的变化而变化）．

∴正确的结论是：$PM-\frac{3}{4}BN$ 的值不变，且值为 2.5．

【点睛】本题考查了一元一次方程的解，数轴的运用，数轴上任意两点间的距离公式的运用，去绝对值的运用，解答时了灵活运用两点间的距离公式求解是关键．

7．（2022·上海市民办新北郊初级中学七年级期末）如图，P 是定长线段 AB 上一点，C、D 两点分别从 P、B 出发以 1cm/s、2cm/s 的速度沿直线 AB 向左运动（C 在线段 AP 上，D 在线段 BP 上）

（1）若 C、D 运动到任一时刻时，总有 $PD=2AC$，请说明 P 点在线段 AB 上的位置：

（2）在（1）的条件下，Q 是直线 AB 上一点，且 $AQ-BQ=PQ$，求$\frac{PQ}{AB}$的值．

（3）在（1）的条件下，若 C、D 运动 5 秒后，恰好有$\mathrm{CD}=\frac{1}{2}\mathrm{AB}$，此时 C 点停止运动，D 点继续运动（D 点在线段 PB 上），M、N 分别是 CD、PD 的中点，下列结论：①$PM-PN$ 的值不变；②$\frac{MN}{AB}$的值不变，可以说明，只有一个结论是正确的，请你找出正确的结论并求值．

【答案】（1）点 P 在线段 AB 上的$\frac{1}{3}$处；（2）$\frac{1}{3}$；（3）②$\frac{MN}{AB}$的值不变.

【分析】（1）根据 C、D 的运动速度知 BD=2PC，再由已知条件 PD=2AC 求得 PB=2AP，所以点 P 在线段 AB 上的$\frac{1}{3}$处；

（2）由题设画出图示，根据 AQ-BQ=PQ 求得 AQ=PQ+BQ；然后求得 AP=BQ，从而求得 PQ 与 AB 的关系；

（3）当点 C 停止运动时，有 CD＝$\frac{1}{2}$AB，从而求得 CM 与 AB 的数量关系；然后求得以 AB 表示的 PM 与 PN 的值，所以 MN＝PN−PM＝$\frac{1}{12}$AB.

【详解】解：（1）由题意：BD=2PC

∵PD=2AC，

∴BD+PD=2（PC+AC），即 PB=2AP.

∴点 P 在线段 AB 上的$\frac{1}{3}$处；

（2）如图：

∵AQ-BQ=PQ，

∴AQ=PQ+BQ，

∵AQ=AP+PQ，

∴AP=BQ，

∴PQ=$\frac{1}{3}$AB，

∴$\frac{PQ}{AB}=\frac{1}{3}$

（3）②$\frac{MN}{AB}$的值不变.

理由：如图，

当点 C 停止运动时，有 CD=$\frac{1}{2}$AB，

∴CM=$\frac{1}{4}$AB，

∴PM=CM-CP=$\frac{1}{4}$AB-5，

∵PD=$\frac{2}{3}$AB-10，

∴PN=$\frac{1}{2}$（$\frac{2}{3}$AB-10）=$\frac{1}{3}$AB-5，

∴MN=PN-PM=$\frac{1}{12}$AB，

当点 C 停止运动，D 点继续运动时，MN 的值不变，

所以$\frac{MN}{AB}=\frac{\frac{1}{12}AB}{AB}=\frac{1}{12}$.

【点睛】本题考查了比较线段的长短．利用中点性质转化线段之间的倍分关系是解题的关键，在不同的情况下灵活选用它的不同表示方法，有利于解题的简洁性．同时，灵活运用线段的和、差、倍、分转化线段之间的数量关系也是十分关键的一点．

8．（2022·湖北·武汉七一华源中学七年级阶段练习）已知：如图，一条直线上依次有 A、B、C 三点．

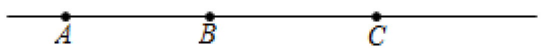
（1）若 $BC=60$，$AC=3AB$，求 AB 的长；

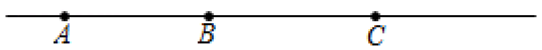
（2）若点 D 是射线 CB 上一点，点 M 为 BD 的中点，点 N 为 CD 的中点，求$\frac{BC}{MN}$的值；

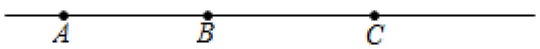
（3）当点 P 在线段 BC 的延长线上运动时，点 E 是 AP 中点，点 F 是 BC 中点，下列结论中：

①$\frac{AC+BP}{EF}$是定值；

②$\left|\frac{AC-BP}{EF}\right|$是定值．其中只有一个结论是正确的，请选择正确结论并求出其值．







【答案】（1）$AB=30$；（2）2;（3）①详见解析;②详见解析.

【分析】（1）由 AC=AB+BC=3AB 可得；

（2）分三种情况：①D 在 BC 之间时②D 在 AB 之间时③D 在 A 点左侧时；

（3）分三种情况讨论：①F、E 在 BC 之间，F 在 E 左侧②F 在 BC 之间，E 在 CP 之间③F、E 在 BC 之间，F 在 E 右侧；

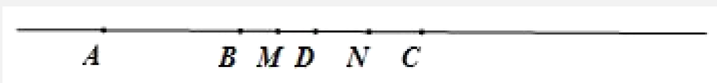
【详解】（1）∵$BC=60$，$AC=AB+BC=3AB$，

∴$AB=30$；

（2）∵点 M 为 BD 中点，点 N 为 CD 中点，

∴$BM=BD$，$DN=NC$，

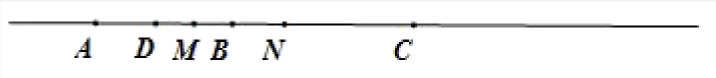
①D 在 BC 之间时：



$BC=BD+CD=2MD+2DN=2MN$，

$\therefore\frac{BC}{MN}=2$；

②D 在 AB 之间时：



$BC=DC-DB=2DN-2MB=2(BN+2MB)-2MB=2BN+2MB=2MN$，

$\therefore\frac{BC}{MN}=2$；

③D 在 A 点左侧时：

$BC=DN+NB=MN+DN-NB=MN+MB-NB=MN+MN+NB-NB=2MN$，

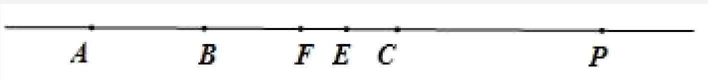
$\therefore\frac{BC}{MN}=2$；

故$\frac{BC}{MN}=2$；

（3）点 E 是 AP 的中点，点 F 是 BC 的中点．

$\therefore AE=EP$，$BF=CF$，

①



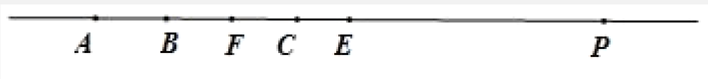
$EF=FC-EC=\frac{1}{2}BC-AC+AE=\frac{1}{2}(AC-AB)-AC+AE=AE-\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}AC$，

$BP=AP-AB=2AE-AB$，

$AC-BP=AC-2AE+AB$，

$\therefore\left|\frac{AC-BP}{EF}\right|=2$．

②



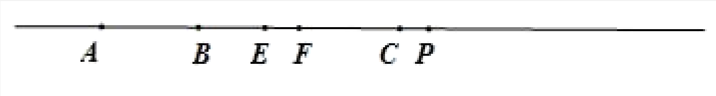
$EF=\frac{1}{2}BC+CE=\frac{1}{2}BC+AE-AC=\frac{1}{2}(AC-AB)+AE-AC=AE-\frac{1}{2}AB-\frac{1}{2}AC$，

$BP=AP-AB=2AE-AB$，

$AC-BP=AC+AB-2AE$，

$\therefore\left|\frac{AC-BP}{EF}\right|=2$．

③



$EF=CE-CF=CE-\frac{1}{2}BC=AC-AE-\frac{1}{2}BC=AC-AE-\frac{1}{2}(AC-AB)=\frac{1}{2}AC-AE+\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}AB$，

$BP=AP-AB=2AE-AB$，

$\therefore AC-BP=AC+AB-2AE$，

$\therefore\left|\frac{AC-BP}{EF}\right|=2$.

【点睛】本题考查线段之间量的关系，结合图形，能够考虑到所有分类是解题的关键.

9．（2022·湖北·武汉六中上智中学七年级阶段练习）如图，线段 AB 和 CD 数轴上运动，A 开始时与原点重合，且$CD=3AB+2$.

(1)若 AB=10，且 B 为线段 AC 的中点，求线段 AD 的长.

(2)在(1)的条件下，线段 AB 和 CD 同时开始向右运动，线段 AB 的速度为 5 个单位/秒，线段 CD 的速度为 3 个单位/秒，经过 t 秒恰好有$AC+BD=38$，求 t 的值.

(3)若线段 AB 和 CD 同时开始向左运动，且线段 AB 的速度大于线段 CD 的速度，在点 A 和 C 之间有一点 P(不与点 B 重合)，且有$AB+AP+AC=DP$，此时线段 BP 为定值吗？若是请求出这个定值，若不是请说明理由.

【答案】（1）52；（2）t=6 或 25；（3）BP=1 为定值，理由见解析.

【分析】（1）根据$CD=3AB+2$，AB=10，求出 CD 长，再由 B 为线段 AC 的中点，求出 AC 长，即可求出 AD；

（2）由题知 A：5t，B：10+5t，C：20+3t，D：52+3t，再写出 AC 和 BD 长，代入$AC+BD=38$中解出 t 即可；

（3）由$CD=3AB+2$，在点 A 和 C 之间有一点 P，得到$AC=AP+CP$，$DP=CP+DC=CP+3AB+2$，化简即可证明 BP 为定值.

【详解】解：（1）$\because CD=3AB+2$，AB=10，

$\therefore CD=3\times 10+2=32$，

$\because$B 为线段 AC 的中点，

$\therefore AC=2AB=20$，

$\therefore AD = AC + CD = 20 + 32 = 52$；

（2）由题知 A：5t，B：10+5t，C：20+3t，D：52+3t，

$\therefore AC = |5t-(20+3t)| = |2t-20|$，$BD = |(10+5t)-(52+3t)| = |2t-42|$，

$\because AC + BD = 38$，

$\therefore |2t-20| + |2t-42| = 38$，

①当 0≤t＜10 时，$-2t + 20 - 2t + 42 = 38$，解得：$t = 6$，0≤6＜10，成立；

②当 10≤t＜21 时，$2t - 20 - 2t + 42 = 38$，方程无解；

③当 21≤t 时，$2t - 20 + 2t - 42 = 38$，解得：$t = 25$，21≤25，成立；

t=6 或 25；

（3）$\because CD = 3AB+2$，在点 A 和 C 之间有一点 P ，

$\therefore AC = AP + CP$，$DP = CP + DC = CP + 3AB + 2$，

$\therefore AB+AP+AC = DP$

$$AB+AP+AP+CP = CP + 3AB + 2$$

$$2AP = 2AB + 2$$

$$AP = AB + 1$$

∴BP=1，为定值.

【点睛】本题是对线段动点问题的考查，熟练掌握直线动点知识点及解一元一次方程是解决本题的关键，属于压轴题.

10．（2022·湖北武汉·七年级期末）如图 1，点 A，B，C，D 为直线 l 上从左到右顺次的 4 个点.

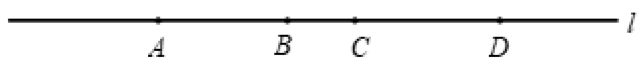


图 1

图 2

备用图

(1) ①直线 l 上以 A，B，C，D 为端点的线段共有______条；

②若 AC=5cm，BD=6cm，BC=1cm，点 P 为直线 l 上一点，则 $PA+PD$ 的最小值为_______cm；(2)若点 A 在直线 l 上向左运动，线段 BD 在直线 l 上向右运动，M，N 分别为 AC，BD 的中点（如图 2），请指出在此过程中线段 AD，BC，MN 有何数量关系并说明理由；

(3)若 C 是 AD 的一个三等分点，$DC>AC$，且 AD=9cm，E，F 两点同时从 C，D 出发，分别以 2cm/s，1cm/s 的速度沿直线 l 向左运动，Q 为 EF 的中点，设运动时间为 t，当 $AQ+AE+AF=\frac{3}{2}AD$ 时，请直接写出 t 的值．

【答案】(1) ①6 条；②10；(2)$MN=\frac{1}{2}AD-\frac{1}{2}BC$，证明见解析；(3) $t=1$.

【分析】（1）①根据线段的定义结合图形即可得出答案；②$PA+PD$ 最小，即 P 为 AD 的中点，求出 AD 的长即可；

(2) 根据 M，N 分别为 AC，BD 的中点，得到$MC=\frac{1}{2}AC$，$BN=\frac{1}{2}BD$，利用$MN=MC+BN-BC$代入化简即可；

(3) 根据 C 是 AD 的一个三等分点，$DC>AC$，且 AD=9cm，得到$AC=3$，$CD=6$，并可得到$EC=2t$，$FD=t$，$EQ=\frac{t+6}{2}$，代入 $AQ+AE+AF=\frac{3}{2}AD$，化简则可求出 t.

【详解】解：(1) ①线段有：AB，AC，AD，BC，BD，CD，共 6 条；

②∵BD=6，BC=1，

∴$CD=BD-BC$=6-1=5，

当 $PA+PD$ 的值最小时，P 为 AD 的中点，

∴$PA+PD=AD=AC+CD=5+5=10$；

(2)$MN=\frac{1}{2}AD-\frac{1}{2}BC$.

如图 2 示：

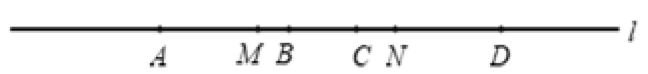


图 2

∵M，N 分别为 AC，BD 的中点，

∴$MC=\frac{1}{2}AC$，$BN=\frac{1}{2}BD$

∴$MN=MC+BN-BC$

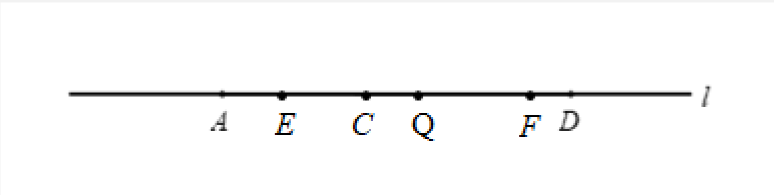
$$=\frac{1}{2}AC+\frac{1}{2}BD-BC$$

$$=\frac{1}{2}(AC+BD)-BC$$

$$=\frac{1}{2}(AB+BC+BD)-BC$$

$=\frac{1}{2}AD-\frac{1}{2}BC$；

(3)如图示：



∵C 是 AD 的一个三等分点，$DC>AC$，且 AD=9cm，

∴$AC=3$，$CD=6$，

根据 E，F 两点同时从 C，D 出发，速度是 2cm/s，1cm/s，Q 为 EF 的中点，运动时间为 t，

则有：$EC=2t$，$FD=t$，$EQ=\frac{EF}{2}=\frac{AD-AE-FD}{2}=\frac{t+6}{2}$

当 $AQ+AE+AF=\frac{3}{2}AD$ 时，

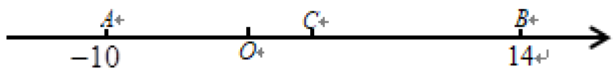
则有：$AE+EQ+AE+AD-FD=\frac{3}{2}AD$

即是：$(3-2t)+\frac{t+6}{2}+(3-2t)+9-t=\frac{9}{2}\times 9$

解之得：$t=1$.

【点睛】本题主要考查了两点间的距离，解决问题的关键是依据线段的和差关系列方程.

11．（2022·四川眉山·七年级期末）如图，A、B、C三点在数轴上，点A表示的数为-10，点B表示的数为14，点C为线段AB的中点.动点P在数轴上，且点P表示的数为x.



（1）求点C表示的数；

（2）点P从点A出发，向终点B运动.设BP中点为M.请用含x的整式表示线段MC的长.

（3）在（2）的条件下，当x为何值时，$AP-CM=2PC$？

【答案】（1）2；（2）$MC=5+\frac{x}{2}$；（3）当$x=-\frac{2}{5}$或$x=6$时，有$AP-CM=2PC$成立.

【分析】（1）根据中点的定义，即可求出点 C 的坐标；

（2）先表示出点 M 的数，然后利用线段上两点之间的距离，即可表示出 MC 的长度；

（3）分别求出 AP，MC 和 PC 的长度，结合题意，分为三种情况进行讨论，即可求出 x 的值.

【详解】解：（1）点A表示的数为-10，点B表示的数为14，

∴线段 AB=$14-(-10)=24$，

∴点 C 表示的数为：$14-24\div 2=2$；

（2）根据题意，

点 M 表示的数为：$\frac{14+x}{2}$，

∴线段 MC 的长度为：$\frac{14+x}{2}-2=5+\frac{x}{2}$；

（3）根据题意，

线段 AP 的长度为：$x+10$，

线段 MC 的长度为：$5+\frac{x}{2}$，

线段 PC 的长度为：$|2-x|$，

∵$AP-CM=2PC$，

∴$x+10-(5+\frac{x}{2})=2|2-x|$，

整理得：$|2-x|=\frac{1}{4}x+\frac{5}{2}$，

①当点 P 在点 C 的左边时，$x<2$，则$2-x>0$，

∴$2-x=\frac{1}{4}x+\frac{5}{2}$，

解得：$x=-\frac{2}{5}$；

②当点 P 与点 C 重合时，$x=2$，

∴$\frac{1}{4}x+\frac{5}{2}=0$，

解得：$x=-10$（不符合题意，舍去）；

③当点 P 在点 C 的右边时，$x>2$，则$2-x<0$，

∴$x-2=\frac{1}{4}x+\frac{5}{2}$，

解得：$x=6$.

∴当$x=-\frac{2}{5}$或$x=6$时，有$AP-CM=2PC$成立.

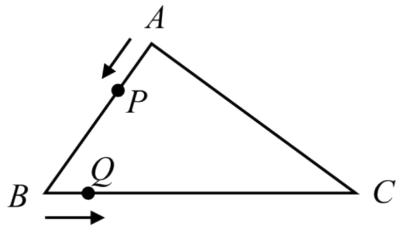
【点睛】本题考查了数轴上的动点的问题，数轴上两点之间的距离，解一元一次方程，以及绝对值的意义，解题的关键是掌握数轴上两点之间的距离.

12．（2022·福建· 七年级期末）如图，在三角形ABC中，$AB=8$，$BC=16$，$AC=12$．点P从点A出发以2个单位长度/秒的速度沿$A\to B\to C\to A$的方向运动，点Q从点B沿$B\to C\to A$的方向与点P同时出发；当点P第一次回到A点时，点P，Q同时停止运动；用t（秒）表示运动时间.

（1）当t为多少时，P是AB的中点；

（2）若点Q的运动速度是$\frac{2}{3}$个单位长度/秒，是否存在t的值，使得$BP=2BQ$；

（3）若点Q的运动速度是a个单位长度/秒，当点P，Q是AC边上的三等分点时，求a的值.



【答案】（1）2；（2）存在，t=$\frac{12}{5}$；（3）$\frac{5}{4}$或$\frac{12}{7}$

【分析】（1）根据 AB 的长度和点 P 的运动速度可以求得；

（2）根据题意可得：当$BP=2BQ$时，点 P 在 AB 上，点 Q 在 BC 上，据此列出方程求解即可；

（3）分两种情况：P 为接近点 A 的三等分点，P 为接近点 C 的三等分点，分别根据点的位置列出方程解得即可.

【详解】解：（1）∵$AB=8$，点 P 的运动速度为 2 个单位长度/秒，

∴当 P 为 AB 中点时，

$4\div2=2$（秒）；

（2）由题意可得：当$BP=2BQ$时，

P，Q 分别在 AB，BC 上，

∵点 Q 的运动速度为$\frac{2}{3}$个单位长度/秒，

∴点 Q 只能在 BC 上运动，

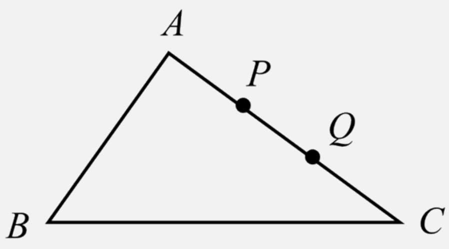
∴BP=8-2t，BQ=$\frac{2}{3}$t，

则 8-2t=2×$\frac{2}{3}$t，

解得 t=$\frac{12}{5}$，

当点 P 运动到 BC 和 AC 上时，不存在$BP=2BQ$；

（3）当点 P 为靠近点 A 的三等分点时，如图，



AB+BC+CP=8+16+8=32，

此时 t=32÷2=16，

∵BC+CQ=16+4=20，

∴a=20÷16=$\frac{5}{4}$，

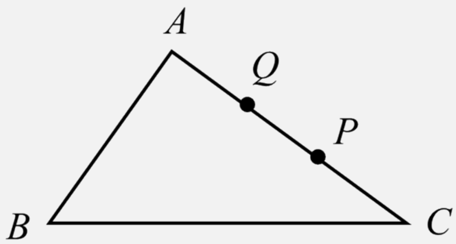
当点 P 为靠近点 C 的三等分点时，如图，

AB+BC+CP=8+16+4=28，

此时 t=28÷2=14，

∵BC+CQ=16+8=24，

∴a=24÷14=$\frac{12}{7}$.

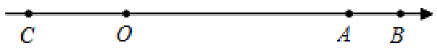


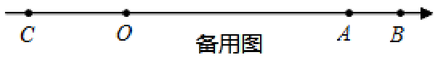
综上：a 的值为$\frac{5}{4}$或$\frac{12}{7}$.

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用—几何问题，在点的运动过程中根据线段关系列出方程进行求解，需要一定的想象能力和计算能力，难度中等.

13．（2022·湖北武汉·七年级期末）已知式子$M=(a-16)x^3+20x^2+10x+5$是关于x的二次多项式，且二次项的系数为b，在数轴上有点A、B、C三个点，且点A、B、C三点所表示的数分别为a、b、c，如下图所示已知$AC=6AB$.

（1）a=________；b=________；c=________.

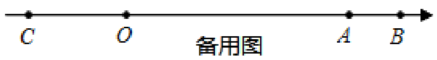




备用图

（2）若动点P、Q分别从C、O两点同时出发，向右运动，且点Q不超过点A．在运动过程中，点E为线段AP的中点，点F为线段BQ的中点，若动点P的速度为每秒 2 个单位长度，动点Q的速度为每秒 3 个单位长度，求$\frac{BP-AQ}{EF}$的值．

（3）点P、Q分别自A、B同时出发，都以每秒 2 个单位长度向左运动，动点M自点C出发，以每秒 6 个单位长度的速度沿数轴向右运动，设运动时间为t（秒），$3<t<\frac{7}{2}$时，数轴上的有一点N与点M的距离始终为 2，且点N在点M的左侧，点T为线段MN上一点（点T不与点M、N重合），在运动的过程中，若满足$MQ-NT=3PT$（点T不与点P重合），求出此时线段PT的长度．



备用图

【答案】（1）16，20，-8；（2）$\frac{BP-AQ}{EF}=2$；（3）1 或 0.5

【分析】（1）先根据多项式的定义、系数定义求出 a、b 的值，再根据数轴的定义及$AC=6AB$即可求出 c 的值；

（2）设运动时间为 t 秒，先求出 CP、OQ 的长，再根据线段的和差求出$BP-AQ$的长，然后根据线段的中点定义求出 EF 的长，从而即可得出答案；

（3）设点 T 所表示的数为 x，先求出点P,Q,M,N所表示的数，再用含 t，x 的式子表示MQ,NT,PT的长，代入$MQ-NT=3PT$即可求出 PT 的值．

【详解】（1）由题意得：$a-16=0,b=20$

则$a=16$

$$\therefore AB=b-a=20-16=4,AC=a-c=16-c$$

$$\because AC=6AB$$

$$\therefore 16-c=6\times 4$$

$$\therefore c=-8$$

故答案为：16；20；-8；

（2）由（1）知，$AB=4,AC=16-c=16-(-8)=24,BC=b-c=20-(-8)=28$

设运动时间为 t 秒

如图，由题意得：$CP=2t,OQ=3t$

$$\therefore BP-AQ=(BC-CP)-(AO-OQ)$$

$$=(28-2t)-(16-3t)$$

$$=12+t$$

$\because$ 点E为线段AP的中点，点F为线段BQ的中点

$$\therefore \begin{cases} AE=\frac{1}{2}AP=\frac{1}{2}(AC-CP)=\frac{1}{2}(24-2t)=12-t \\ BF=\frac{1}{2}BQ=\frac{1}{2}(BO-OQ)=\frac{1}{2}(20-3t)=10-\frac{3}{2}t \end{cases}$$

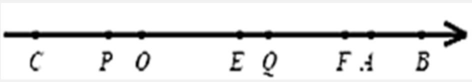
$$\therefore EF=AE-AF=AE-(BF-AB)$$

$$=12-t-(10-\frac{3}{2}t-4)$$

$$=6+\frac{1}{2}t$$

$$\therefore \frac{BP-AQ}{EF}=\frac{12+t}{6+\frac{1}{2}t}=2$$

故$\frac{BP-AQ}{EF}$的值为 2；



（3）设点 T 所表示的数为 x

由题意得：点 P 所表示的数为$a-2t=16-2t$

点 Q 所表示的数为$b-2t=20-2t$

点 M 所表示的数为$6t-8$

点 N 所表示的数为$6t-8-2=6t-10$

$$\because 3<t<\frac{7}{2}$$

$$\therefore MQ=20-2t-(6t-8)=28-8t$$

$$NT=x-(6t-10)=x-6t+10$$

$$PT=|16-2t-x|$$

$$\because MQ-NT=3PT$$

$$\therefore 28-8t-(x-6t+10)=3|16-2t-x|$$

整理得：$2+16-2t-x=3|16-2t-x|$

$\therefore 2+PT=3PT$或$2-PT=3PT$

解得：$PT=1$或$PT=0.5$

故此时线段PT的长度为 1 或0.5．

【点睛】本题考查了线段的中点定义、线段的和差、数轴的定义，较难的是题（3），依据题意，正确求出点P,Q,M,N所表示的数是解题关键．

14．（2022·全国·九年级专题练习）如图，点P是定长线段AB上一点，C、D两点分别从点P、B出发以 1 厘米/秒，2 厘米/秒的速度沿直线AB向左运动（点C在线段AP上，点D在线段BP上）．

（1）若点C、D运动到任一时刻时，总有$PD=2AC$，请说明点P在线段AB上的位置；

（2）在（1）的条件下，点Q是直线AB上一点，且$AQ-BQ=PQ$，求$\frac{PQ}{AB}$的值；

（3）在（1）的条件下，若点C、D运动 5 秒后，恰好有$CD=\frac{1}{2}AB$，此时点C停止运动，点D继续运动（点D在线段PB上），点M、N分别是CD、PD的中点，下列结论：①$PM-PN$的值不变；②$\frac{MN}{AB}$的值不变．可以说明，只有一个结论是正确的，请你找出正确的结论并求值．

【答案】（1）点 P 在线段 AB 的$\frac{1}{3}$处；（2）$\frac{1}{3}$或1；（3）结论②$\frac{MN}{AB}$的值不变正确，$\frac{MN}{AB}=\frac{1}{12}$.

【分析】（1）设运动时间为 t 秒，用含 t 的代数式可表示出线段 PD、AC 长，根据$PD=2AC$，可知点P在线段AB上的位置；

（2）由$AQ-BQ=PQ$可知$AQ=PQ+BQ$，当点 Q 在线段 AB 上时，等量代换可得$AP=BQ$，再结合$AP=\frac{1}{3}AB$可得$\frac{PQ}{AB}$的值；当点 Q 在线段 AB 的延长线上时，可得$AQ-BQ=AB=PQ$，易得$\frac{PQ}{AB}$的值.

（3）点C停止运动时，$CD=\frac{1}{2}AB$，可求得 CM 与 AB 的数量关系，则 PM 与 PN 的值可以含 AB 的式子来表示，可得 MN 与 AB 的数量关系，易知$\frac{MN}{AB}$的值.

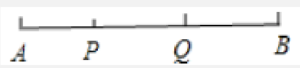
【详解】解：（1）设运动时间为 t 秒，则$PD=PB-2t,PC=AP-t$，

由$PD=2AC$得$PB-2t=2(AP-t)$，即$PB=2AP$

$\because AP+PB=AB$，$\therefore AP+2AP=AB$，$\therefore 3AP=AB$，即$AP=\frac{1}{3}AB$

所以点 P 在线段 AB 的$\frac{1}{3}$处；

（2）①如图，当点 Q 在线段 AB 上时，



由$AQ-BQ=PQ$可知$AQ=PQ+BQ$，

$\because AQ=AP+PQ$

$\therefore PQ=AP=\frac{1}{3}AB$

$$\therefore \frac{PQ}{AB}=\frac{1}{3}$$

②如图，当点 Q 在线段 AB 的延长线上时，

$\because AQ-BQ=AB$，$AQ-BQ=PQ$

$\therefore AB=PQ$

$$\therefore \frac{PQ}{AB}=1$$

综合上述，$\frac{PQ}{AB}$的值为$\frac{1}{3}$或1；

（3）②$\frac{MN}{AB}$的值不变.

由点C、D运动 5 秒可得$CP=5,BD=5\times 2=10$，

如图，当点 M、N 在点 P 同侧时，

点C停止运动时，$CD=\frac{1}{2}AB$，

$\because$ 点M、N分别是CD、PD的中点，

$\therefore CM=\frac{1}{2}CD,PN=\frac{1}{2}PD$

$\therefore CM=\frac{1}{4}AB$

$\therefore PM=CM-CP=\frac{1}{4}AB-5$

$\because PD=PB-BD=\frac{2}{3}AB-10$

$\therefore PN=\frac{1}{2}(\frac{2}{3}AB-10)=\frac{1}{3}AB-5$

$\therefore MN=PN-PM=\frac{1}{12}AB$

当点 C 停止运动，点 D 继续运动时，MN 的值不变，所以$\frac{MN}{AB}=\frac{\frac{1}{12}AB}{AB}=\frac{1}{12}$；

如图，当点 M、N 在点 P 异侧时，

点C停止运动时，$CD=\frac{1}{2}AB$，

$\because$ 点M、N分别是CD、PD的中点，

$\therefore CM=\frac{1}{2}CD,PN=\frac{1}{2}PD$

$\therefore CM=\frac{1}{4}AB$

$\therefore PM=CP-CM=5-\frac{1}{4}AB$

$\because PD=PB-BD=\frac{2}{3}AB-10$

$\therefore PN=\frac{1}{2}(\frac{2}{3}AB-10)=\frac{1}{3}AB-5$

$\therefore MN=PN+PM=\frac{1}{12}AB$

当点 C 停止运动，点 D 继续运动时，MN 的值不变，所以$\frac{MN}{AB}=\frac{\frac{1}{12}AB}{AB}=\frac{1}{12}$;

所以②$\frac{MN}{AB}$的值不变正确，$\frac{MN}{AB}=\frac{1}{12}$.

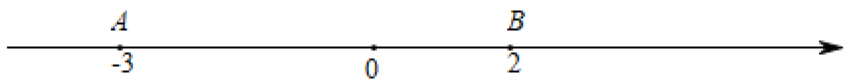
【点睛】本题考查了线段的相关计算，利用线段中点性质转化线段之间的和差倍分关系是解题的关键.

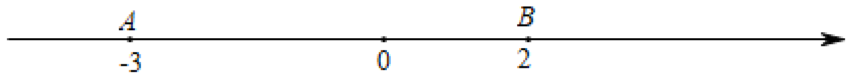
15．（2022·北京四中七年级期中）在数轴上，$|a|$表示数a的点到原点的距离．如果数轴上两个点A、B分别对应数a、b，那么A、B两点间的距离为：$AB=|a-b|$，这是绝对值的几何意义．已知如图，点A在数轴上对应的数为－3，点B对应的数为 2．

（1）求线段AB的长．

（2）若点C在数轴上对应的数为x，且是方程$x+1=\frac{1}{2}x-2$的解，在数轴上是否存在点M，使$MA+MB=AB+BC$？若存在，求出点M对应的数；若不存在说明理由．

（3）若点N是数轴上在点A左侧的一点，线段BN的中点为点Q，点P为线段AN的三等分点且靠近于点N，当点N在点A左侧的数轴上运动时，请直接判断$\frac{1}{4}AP-\frac{1}{3}NQ$的值是否变化，如果不变请直接写出其值，如果变化请说明理由．





备用图

【答案】（1）5；（2）-7或 6；（3）随着点N的移动，$\frac{1}{4}AP-\frac{1}{3}NQ$的值不变．

【分析】（1）根据数轴上两点的距离公式计算便可．

（2）根据已知线段的关系式，列出绝对值方程进行解答即可．

（3）用点N表示的数n，列出$\frac{1}{4}AP-\frac{1}{3}NQ$关于$n$的代数式进行讨论解答即可．

【详解】解：（1）$\because$ 点A在数轴上对应的数为-3，点B对应的数为 2，

$\therefore AB=|-3-2|=5$．

（2）存在．

设M点对应的数为m，解方程$x+1=\frac{1}{2}x-2$，得$x=-6$，

$\therefore$ 点C对应的数为-6，

$\because MA+MB=AB+BC$，

$\therefore |m+3|+|m-2|=|-3-2|+|-6-2|$，即，$|m+3|+|m-2|=13$，

①当$m\leqslant-3$时，有$-m-3+2-m=13$，解得$m=-7$；

②当$-3<m\leqslant2$时，有$m+3+2-m=13$，此方程无解；

③当$2<m$时，有$m+3+m-2=13$，解得$m=6$；

综上，M点的对应数为-7或 6．

（3）设点N对应的数为n，则$NA=-n-3$，$NB=2-n$，

$\because$ 若点N是数轴上在点A左侧的一点，线段BN的中点为点Q，点P为线段AN的三等分点且靠近于点N，

$\therefore NQ=1-\frac{1}{2}n$，则点$Q$对应的数为$\frac{1}{2}n+1$；$NP=-\frac{1}{3}n-1$，则$P$点对应的数为$\frac{2}{3}n-1$；

$\therefore AP=-\frac{2}{3}n-2$，则$\frac{1}{4}AP-\frac{1}{3}NQ=-\frac{5}{6}$．

$\therefore$ 随着点N的移动，$\frac{1}{4}AP-\frac{1}{3}NQ$的值不变．

【点睛】本题是数轴的一个综合题，涉及一元一次方程的应用，两点距离公式，利用绝对值的性质化简绝对值代数式是解题的关键．

16．（2022·全国·七年级）在数轴上，点 A 代表的数是－12，点 B 代表的数是 2，AB 代表点 A 与点 B 之间的距离．

（1）①AB＝____；

②若点 P 为数轴上点 A 与 B 之间的一个点，且 AP＝6，则 BP＝____；

③若点 P 为数轴上一点，且 BP＝2，则 AP＝____．

（2）若 C 点为数轴上一点，且点 C 到点 A 点的距离与点 C 到点 B 的距离的和是 35，求 C 点表示的数．

（3）若 P 从点 A 出发，Q 从原点出发，M 从点 B 出发，且 P、Q、M 同时向数轴负方向运动，P 点的运动速度是每秒 6 个单位长度，Q 点的运动速度是每秒 8 个单位长度，M 点的运动速度是每秒 2 个单位长度，当 P、Q、M 同时向数轴负方向运动过程中，当其中一个点与另外两个点的距离相等时，求这时三个点表示的数各是多少？

【答案】（1）①14，②8，③12 或 16；（2）$\frac{-45}{2}$或$\frac{25}{2}$；（3）当时间为$\frac{5}{4}$秒时，M 代表－$\frac{1}{2}$，Q 代表－10，P 代表－$\frac{39}{2}$；当时间为 6 秒时，M 代表－10，Q=－48，P 代表－48

【分析】（1）①根据数轴上两点间的距离直接写出 AB 即可；②由 P 在 AB 之间，则直接由 AB-AP 得到 BP；③根据点 P 在 A，B 之间或者之外分情况讨论即可；

（2）结合题意可知 C 应该位于线段 AB 之外，从而分两种情况分别计算即可；

（3）设运动时间为 T 秒，则分别表示出各线段的长度，从而分三种情况讨论即可．

【详解】（1）①AB 之间的距离为 2－（－12）＝14．

②AB 总距离是 14，P 在数轴上点 A 与 B 之间，所以 BP＝AB－AP＝14－6＝8．

③P 在数轴上点 A 与 B 之间时，AP＝AB－BP＝14－2＝12；

当 P 不在数轴上点 A 与 B 之间时，因为 AB＝14，所以 P 只能在 B 右侧，此时 BP＝2，AP＝AB＋BP＝14＋2＝16．

（2）假设 C 为 x，

当 C 在 A 左侧时，AC＝－12－x，BC＝2－x，AC＋BC＝35，解得 x＝$\frac{-45}{2}$；

当 C 在 B 右侧时，AC=x－（－12），BC=x－2，AC＋BC＝35，解得 x＝$\frac{25}{2}$

∴C 表示的数为$\frac{-45}{2}$或$\frac{25}{2}$．

（3）设经过时间 T 秒，则 P 点表示－12－6T，Q 点表示－8T，M 点表示 2－2T．

当 Q 在 P 和 M 的正中间，即 Q 为 PM 的中点时，2（－8T）＝（－12－6T）＋（2－2T），解得 T=$\frac{5}{4}$s．

当 P 在 Q 和 M 的正中间，即 P 为 QM 的中点时，2（－12－6T）＝（－8T）＋（2－2T），解得 T＝－13＜0，不合题意，舍掉.

当 PQ 重合时，即 M 到 P、Q 距离相等时，此时 MP＝MQ，

∴－12－6T＝－8T，

∴T＝6s.

因此，当 T＝$\frac{5}{4}$秒时，此时，M 表示－$\frac{1}{2}$，Q 表示－10，P 表示－$\frac{39}{2}$.

当 T＝6 秒时，此时，M 表示－10，Q 表示－48，P 表示－48.

【点睛】本题考查数轴上两点间的距离及动点问题，以及线段中点有关的计算和一元一次方程，能够灵活根据题意进行分类讨论是解题关键.

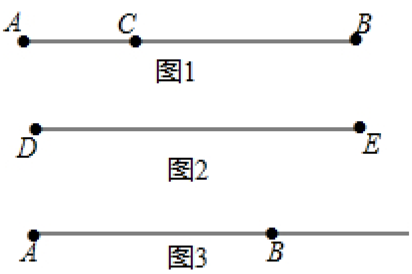
17. （2022·广东汕头·七年级期末）定义：若线段上的一个点把这条线段分成 1：2 的两条线段，则称这个点是这条线段的三等分点．如图 1．点 C 在线段AB上，且$AC:CB=1:2$，则点 C 是线段AB的一个三等分点，显然，一条线段的三等分点有两个．

（1）已知：如图 2，$DE=15\text{cm}$，点 P 是DE的三等分点，则DP=__________cm．

（2）已知，线段$AB=15\text{cm}$，如图 3，点 P 从点 A 出发以每秒1cm的速度在射线AB上向点 B 方向运动；点 Q 从点 B 出发，先向点 A 方向运动，当 Q 与点 P 重合后立马改变方向与点 P 同向而行且速度始终为每秒3 cm，设运动时间为 t 秒．

①若点 P 点，Q 同时出发，且当点 Q 是线段 AB 的三等分点时，求 PQ 的长．

②若点 P 点，Q 同时出发，且当点 P 是线段 AQ 的三等分点时，求 t 的值．



【答案】（1）$DP=5$ 或 10cm；（2）①PQ 的长为$\frac{25}{3}$或$\frac{5}{3}$或$\frac{5}{6}$或$\frac{25}{6}$；②$t=\frac{5}{2}$或$t=\frac{10}{3}$或$t=5$.

【分析】（1）直接由题目讨论 DP 为哪一个三等分点即可.

(2) ①由题意进行分类，分别求出当$BQ=5$和当$BQ=10$时 t 的值即可.

②分别讨论 P，Q 重合之前与之后的三等分点即可.

【详解】（1）当 DP 为短的部分时，DP：PE=1：2，可得 DP=5

当 DP 为长的部分时，DP：PE=2：1，可得 DP=10

综上：$DP=5$ 或 10cm．

（2）①当$BQ=5$时，$3t=5$，即$t=\frac{5}{3}$.

$\therefore AP=t=\frac{5}{3}$,

$\therefore PQ=15-5-\frac{5}{3}=\frac{25}{3}$.

当$BQ=10$时，$3t=10$，即$t=\frac{10}{3}$.

$\therefore AP=t=\frac{10}{3}$,

$\therefore PQ=15-5-\frac{10}{3}=\frac{5}{3}$.

②当 P，Q 重合前点 P 是线段AQ的三等分点时，$AQ=15-3t$，

$\begin{cases}AP_1=\frac{1}{3}(15-3t)\\ AP_1=t\end{cases}$ 或$\begin{cases}AP_2=\frac{2}{3}(15-3t)\\ AP_2=t\end{cases}$

解得$t=\frac{5}{2}$或$t=\frac{10}{3}$

当 P，Q 重合后时点 P 是线段AQ的三等分点时，

当 P，Q 重合时，$t+3t=15$，即$t=\frac{15}{4}$.

$\therefore P$ 是线段AQ的三等分点时，$AQ=\frac{15}{4}+3t-\left(15-\frac{15}{4}\right)=3t-\frac{15}{2}$,

或$\begin{cases}AP_3=\frac{2}{3}\left(3t-\frac{15}{2}\right)\\ AP_3=t\end{cases}$ 或$\begin{cases}AP_3=\frac{1}{3}\left(3t-\frac{15}{2}\right)\\ AP_3=t\end{cases}$

解得$t=5$.

综上述：解得$t=\frac{5}{2}$或$t=\frac{10}{3}$或$t=5$.

【点睛】本题考查的知识点是与线段有关的动点问题，解题的关键是找准数量关系，列出方程，注意分类讨论.

18．（2022·北京市第七中学七年级期中）如图 1，点 C 把线段 AB 分成两条线段 AC 和 BC，如果 AC=2BC 时，则称点 C 是线段 AB 的内二倍分割点；如图 2，如果 BC=2AC 时，则称点 C 是线段 BA 的内二倍分割点．

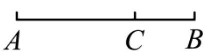


图1

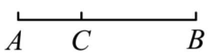


图2

例如：如图 3，数轴上，点 A、B、C、D 分别表示数-1、2、1、0，则点 C 是线段 AB 的内二倍分割点；点 D 是线段 BA 内二倍分割点．

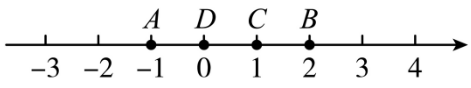


图3

（1）如图 4，M、N 为数轴上两点，点 M 所表示的数为-2，点 N 所表示的数为 7．MN 的内二倍分割点表示的数是_______；NM 的内二倍分割点表示的数是_________．

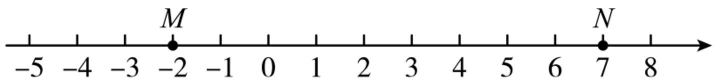


图4

（2）数轴上，点 A 所表示的数为-30，点 B 所表示的数为 20．点 P 从点 B 出发，以 2 个单位每秒的速度沿数轴向左运动，设运动时间为 t（t>0）秒．

①线段 BP 的长为_________；（用含 t 的式子表示）

②求当 t 为何值时，P、A、B 三个点中恰有一个点为其余两点的内二倍分割点．

【答案】（1） 4 ；1；（2）①线段 BP 的长为 $2t$ ；②当 t 为$\frac{25}{3}$或$\frac{50}{3}$或$\frac{75}{2}$或 75 秒时，P、A、B 中恰有一个点为其余两点的内二倍分割点．

【分析】（1）根据内二倍分割点的定义，找到 MN 的三等分点表示的数即可；

（2）①根据速度与路程的关系，可得 BP=2t, ②分 P 为其余两点的内二倍分割点和 A 为其余两点的内二倍分割点两种情况，按照内二倍分割点的定义，列方程求解即可．

【详解】解:（1）MN 的内二倍分割点就是 MN 的三等分点且距 N 近，MN=9，则 MN 的内二倍分割点在 N 的左侧，距 N 点 3 个单位，所以，表示的数为 4 ；同理，则 NM 的内二倍分割点在 N 的左侧，距 N 点 6 个单位，所以，表示的数为 1；

（2）① 则线段 BP 的长为 $2t$.

② 当 P 在线段 AB 上时，有以下两种情况：

如果 P 是 AB 的内二倍分割点时，则 $AP=2BP$，

所以 $50-2t = 2\times2t$，

解得 $t=\frac{25}{3}$;

如果 P 是 BA 的内二倍分割点时，则 $BP=2AP$，

所以 $2t=2（50-2t）$，

解得 $t=\frac{50}{3}$;

当 P 在点 A 左侧时，有以下两种情况：

如果 A 是 BP 的内二倍分割点时，则 $BA=2PA$，

所以 50=2（2t-50）

解得 $t=\frac{75}{2}$；

如果 A 是 PB 的内二倍分割点时，则 $PA=2BA$，

所以 2t-50=2×50，

解得 t=75；

综上所述：当 t 为$\frac{25}{3}$或$\frac{50}{3}$或$\frac{75}{2}$或 75 秒时，P、A、B 中恰有一个点为其余两点的内二倍分割点．

【点睛】本题考查了新定义内二倍分割点、速度与路程的关系和分类讨论的思想；准确理解定义，恰当的用速度与时间表示线段长，分类讨论，建立方程是解题的关键．

19．（2022·山东济南·七年级期末）已知线段$AB=12$个单位长度．

图1

（1）如图 1，点P沿线段AB自点A出发向点B以 1 个单位长度每秒的速度运动，同时点Q沿线段BA自点B出发向点A以 2 个单位长度每秒的速度运动，几秒钟后，P、Q两点相遇？

（2）如图 1，几秒后，P、Q两点相距 3 个单位长度？

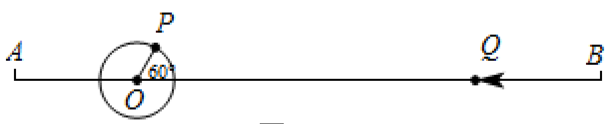


图2

（3）如图 2，$AO=3$个单位长度，$PO=1$个单位长度，当点P在AB的上方，且$\angle POB=60°$时，点P绕着点O以 30 度/秒的速度在圆周上逆时针旋转一周停止，同时点Q沿线段BA自B点向A点运动，假若P、Q两点能相遇，求点Q的运动速度．

【答案】（1）4；（2）3 或 5；（3）每秒$\frac{5}{2}$个单位长度或每秒$\frac{4}{5}$个单位长度

【分析】（1）设经过ts后，点P、Q相遇，根据相遇问题列方程$t+2t=12$解答；

（2）设经过x秒，P、Q两点相距 3 个单位长度，列方程$x+2x+3=12$或$x+2x-3=12$，计算解答；

（3）点P、Q只能在线段AB上相遇，计算点P旋转到直线AB上的时间为：$\frac{120}{30}=4(s)$或$\frac{120+180}{30}=10(s)$，设点Q的速度为y，列方程$4y=12-2$，或$10y=12-4$，计算求解即可．

【详解】解：（1）设经过ts后，点P、Q相遇．

$t+2t=12$，

解得：$t=4$.

答：经过 4 秒钟后，点P、Q相遇；

（2）设经过x秒，P、Q两点相距 3 个单位长度，

$x+2x+3=12$或$x+2x-3=12$，

解得：$x=3$或$x=5$.

答：经过 3 秒钟或 5 秒钟后，P、Q两点相距 3 个单位长度.

（3）点P、Q只能在线段AB上相遇，

则点P旋转到直线AB上的时间为：$\frac{120}{30}=4(s)$或$\frac{120+180}{30}=10(s)$，

设点Q的速度为y，则有$4y=12-2$，或$10y=12-4$，

解得：$y=\frac{5}{2}$或$y=\frac{4}{5}$，

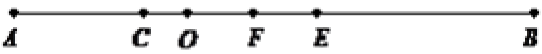
答：点Q的速度为每秒$\frac{5}{2}$个单位长度或每秒$\frac{4}{5}$个单位长度.

【点睛】此题考查数轴上动点问题，一元一次方程的实际应用，理解行程问题中的相遇问题的思考方法及解法是解题的关键.

20. （2022·湖北武汉·七年级阶段练习）如图，线段 AB=24cm，O 为线段 AB 上一点，且 AO：BO=1：2，C、E 顺次为射线 AB 上的动点，点 C 从 A 点出发向点 B 方向运动，E 点随之运动，且始终保持 CE=8cm（C 点到达 B 点时停止运动），F 为 OE 中点.

（1）当 C 点运动到 AO 中点时，求 BF 长度；

（2）在 C 点运动的过程中，猜想线段 CF 和 BE 是否存在特定的数量关系，并说明理由；



（3）① 当 E 点运动到 B 点之后，是否存在常数 n，使得 OE-n·CF 的值不随时间改变而变化．若存在，请求出 n 和这个不变化的值；若不存在，请说明理由.

② 若点 C 的运动速度为 2cm/秒，求点 C 在线段 FB 上的时间为_________秒（直接写出答案）；