第 16 讲 成比例线段

模块导航

模块一　思维导图串知识

模块二　基础知识全梳理（吃透教材）

模块三　核心考点举一反三

模块四　小试牛刀过关测

素养目标

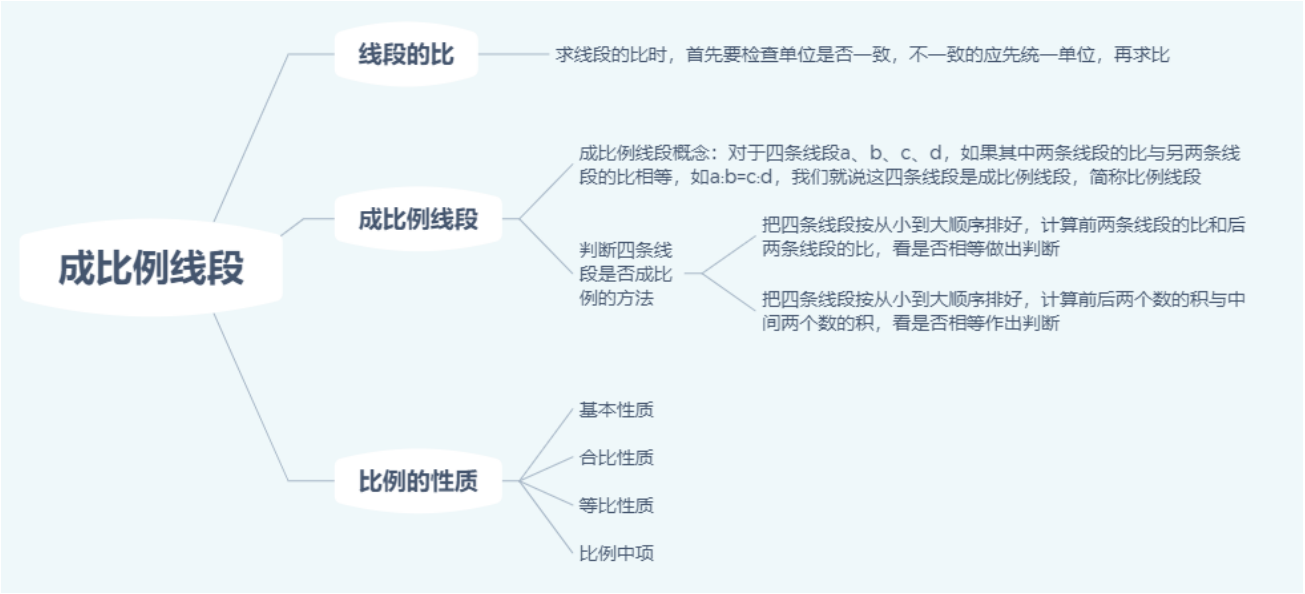
1．知道线段的比的概念，会计算两条线段的比；

2．理解成比例线段的概念，并掌握成比例线段的判定方法；

3. 理解并掌握比例的基本性质和等比性质；

4．能运用比例的性质进行相关计算，能通过比例变形解决一些实际问题。

模块一 思维导图串知识



模块二 基础知识全梳理

知识点一 线段的比

线段的比：求线段的比时，首先要检查单位是否一致，不一致的应先统一单位，再求比.

知识点二 成比例线段

1.成比例线段概念：对于四条线段 a、b、c、d，如果其中两条线段的比与另两条线段的比相等，如 $a:b=c:d$，我们就说这四条线段是成比例线段，简称比例线段.

2.判断四条线段是否成比例的方法：

（1）把四条线段按从小到大顺序排好，计算前两条线段的比和后两条线段的比，看是否相等做出判断；

（2）把四条线段按从小到大顺序排好，计算前后两个数的积与中间两个数的积，看是否相等作出判断.

知识点三 比例的性质

（1）基本性质：若 $a:b=c:d$ ，则 $ad=bc$；

（2）合比性质：如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，那么$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$.如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，那么$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$.

（3）等比性质：如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$，那么$\frac{a+c}{b+d}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$.

（4）比例中项：若 $a:b=b:c$ ，则$b^2=ac$，b 称为 a、c 的比例中项.

要点：通常四条线段 a,b,c,d 的单位应该一致，但有时为了计算方便，a,b 的单位一致，c,d 的单位一致也可以。

模块三 核心考点举一反三

考点一：求线段的比

例 1．（23-24 九年级上·安徽六安·期中）若线段$a=8\text{cm}$，$b=4\text{dm}$，则$\frac{b}{a}=$（　）

A．$\frac{1}{5}$　　B．5　　C．$\frac{1}{2}$　　D．2

【答案】B

【分析】本题考查的是线段比例问题，解题的关键是要统一单位再代入求值.

【详解】解：Q$b=4\text{dm}=40\text{cm}$，

$\therefore\frac{b}{a}=\frac{40}{8}=5$，

故选：B.

【变式 1-1】（23-24 九年级上·河北邢台·阶段练习）若线段$a=1\text{m}$，$b=50\text{cm}$，则$\frac{b}{a}=$（　）

A．2　　B．$\frac{1}{2}\text{cm}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．50

【答案】C

【分析】先把$a=1\text{m}$转化为$a=100\text{cm}$，然后根据线段的比的意义，把$a=1\text{m}=100\text{cm}$，$b=50\text{cm}$直接代入，即可求出$\frac{b}{a}$的值.

【详解】解：∵$a=1\text{m}=100\text{cm}$，$b=50\text{cm}$，

$\therefore\frac{b}{a}=\frac{50}{100}=\frac{1}{2}$.

故选：C.

【点睛】本题主要考查了线段的比的意义：在同一单位下，两条线段长度的比，叫做这两条线段的比．注意线段的比是一个没有单位的正数.

【变式 1-2】（22-23 九年级上·广西贺州·期末）如果线段$a=5\text{mm},b=10\text{mm}$，那么$\frac{a}{b}$的值为（　　）

A．$\frac{1}{20}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{5}{2}$　　D．2

【答案】B

【分析】根据线段的比的定义，按照题中条件直接求解即可得到结论．

【详解】解：$\because a=5\text{mm},b=10\text{mm}$，

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$，

故选：B．

【点睛】本题考查线段的比，熟记线段的比的定义是解决问题的关键．

【变式 1-3】（23-24 九年级上·安徽六安·期中）如果线段 $a=4\text{cm}$，$b=5\text{mm}$，那么 $\frac{a}{b}$ 的值为_____．

【答案】8

【分析】单位统一后根据比的定义进行求解即可．

【详解】解：$\because$线段 $a=4\text{cm}=40\text{mm}$，$b=5\text{mm}$，

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{40}{5}=8$，

答案为：8

【点睛】此题考查了比，熟练掌握比的前项和后项是解题的关键．

考点二：由比例尺求距离

例 2.（2023 九年级上·广东茂名·竞赛）在比例尺为1:50000 的地图上量得 A、B 两地相距 $40cm$，则 A、B 两地的实际距离是_____．

【答案】20000m

【分析】本题主要考查了比例尺的应用，根据比例尺＝图上距离÷实际距离进行求解即可．

【详解】解：$40\div\frac{1}{50000}=2000000\text{cm}=20000\text{m}$，

$\therefore A$、B 两地的实际距离是 20000m，

故答案为：20000m．

【变式 2-1】（23-24 九年级上·上海松江·阶段练习）已知，在一张比例尺为1:500000 的地图上，测得 A、B 两地的距离为 4 厘米，则 A、B 两地的实际距离为_____．

【答案】$20km$/20 千米

【分析】本题考查了比例线段，能够根据比例尺的定义正确地列出比例式是解题的关键，注意单位之间的转换．根据比例尺＝图上距离：实际距离，列比例式即可求得实际距离．

【详解】解：设 A、B 两地间的实际距离为 x cm，由题意，得：

$1:500000=4:x$，

解得 $x=2000000$.

$2000000\text{cm}=20\text{km}$,

即 A 、 B 两地的实际距离为 20km .

故答案为： 20km .

【变式 2-2】（23-24 九年级上·江苏盐城·期末）在比例尺为 $1:38000$ 的扬州旅游地图上，某条道路的长为 5cm ，则这条道路实际长_____ km .

【答案】1.9

【分析】本题考查了成比例线段，设这条道路的实际长度为 x ，则： $\frac{1}{38000}=\frac{5}{x}$ ，解方程，最后统一单位，即可求解.

【详解】解：设这条道路的实际长度为 x ，则： $\frac{1}{38000}=\frac{5}{x}$.

解得 $x=190000\text{cm}=1.9\text{km}$,

$\therefore$ 这条道路的实际长度为 1.9km .

故答案为： 1.9 .

【变式 2-3】（23-24 九年级上·江苏扬州·阶段练习）在此例尺为 $1:50000$ 的地图上，如果 A，B 两地的距离是 10 厘米，那么这两地的实际距离是_____千米.

【答案】5

【分析】此题主要考查图上距离、际距离和比例尺之间的关系，解答时要注意单位的换算．根据比例尺的含义求解即可.

【详解】解：∵比例尺为 $1:50000$ ， A ， B 两地的距离是 10 厘米，

设 A ， B 两地的实际距离为 $x\text{ cm}$,

$\therefore \frac{1}{50000}=\frac{10}{x}$,

$\therefore x=500000$,

$500000\text{cm}=5\text{km}$

故答案为：5

考点三：判断四边是否成比例线段

例 3. （2024 九年级下·全国·专题练习）下列各组中的四条线段成比例的是（　　）

A． $a=1$，$b=2$，$c=3$，$d=4$　　B． $a=2$，$b=3$，$c=4$，$d=5$

C． $a=2$，$b=3$，$c=4$，$d=6$　　D． $a=2$，$b=4$，$c=6$，$d=8$

【答案】C

【分析】此题考查了成比例线段，若 $ad=bc$，则 a，b，c，d 成比例，据此进行计算判断即可.

【详解】解：A、$1\times4\neq2\times3$，故此选项中四条线段不成比例，不符合题意；

B、$2\times5\neq3\times4$，故此选项中四条线段不成比例，不符合题意；

C、$2\times6=3\times4$，故此选项中四条线段成比例，符合题意；

D、$2\times8\neq4\times6$，故此选项中四条线段不成比例，不符合题意，

故选：C.

【变式 3-1】（23-24 九年级上·海南海口·阶段练习）下面四条线段成比例的是（　）

A．$a=2,b=5,c=5,d=2$　　B．$a=\sqrt{2},b=3,c=2,d=\sqrt{3}$

C．$a=4,b=6,c=5,d=10$　　D．$a=12,b=8,c=15,d=11$

【答案】A

【分析】本题考查比例线段，理解成比例线段的概念，判断四条线段是否成比例，必须将所给线段按照一定的顺序重排，通常按照从小到大即可，在线段两两相乘的时候，要让最小的和最大的相乘，中间两条相乘，看它们的积是否相等即可确定.

【详解】解：A、按照从小到大排列：$d=2$，$a=2$，$b=5$，$c=5$，则 $2\times5=2\times5$，故本选项符合题意；

B、按照从小到大排列：$a=\sqrt{2},d=\sqrt{3},c=2,b=3,$，则 $3\times\sqrt{2}\neq2\times\sqrt{3}$，故本选项不符合题意；

C、按照从小到大排列：$a=4,c=5,b=6,d=10$，则 $4\times10\neq5\times6$，故本选项不符合题意；

D、按照从小到大排列：$b=8,d=11,a=12,c=15$，则 $8\times15\neq11\times12$，故本选项不符合题意；

故选：A.

【变式 3-2】下列四组线段中，不是成比例线段的是（　　）

A．$a=3,b=6,c=2,d=4$　　B．$a=1,b=\sqrt{2},c=\sqrt{6},d=2\sqrt{3}$

C．$a=4,b=6,c=5,d=10$　　D．$a=2,b=\sqrt{5},c=\sqrt{15},d=2\sqrt{3}$

【答案】C

【分析】本题考查了成立比例的线段，在四条线段中，如果其中的两条线段的比等于另外两条线段的比，那么这四条线段叫做成比例线段，简称比例线段．根据成比例线段的定义逐项分析即可.

【详解】解：A.$\because\frac{3}{6}=\frac{2}{4}$，故选项 A 中的线段成比例；

B.$\because\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故选项 B 中的线段成比例；

C.$\because\frac{4}{5}\neq\frac{6}{10}$，故选项 C 中的线段不成比例；

D.$\because\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5},\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{15}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，故选项 D 中的线段成比例；

故选：C.

【变式 3-3】（22-23 九年级下·甘肃张掖·阶段练习）下列长度的四条线段中，不能成比例的是（　）

A．$a=3$，$b=6$，$c=2$，$d=4$　　B．$a=1,b=\sqrt{2},c=\sqrt{6},d=\sqrt{3}$

C．$a=4$，$b=6$，$c=5$，$d=10$　　D．$a=2$，$b=\sqrt{5}$，$c=\sqrt{15}$，$d=2\sqrt{3}$

【答案】C

【分析】本题考查了成比例线段，根据成比例的线段的定义逐一判断即可求解，熟记：“在四条线段中，如果其中的两条线段的比等于另外两条线段的比，那么这四条线段叫做成比例线段”是解题的关键．

【详解】解：A、$\because 2\times 6=12=3\times 4$，则四条线段能成比例，故不符合题意；

B、$\because \sqrt{2}\times\sqrt{3}=1\times\sqrt{6}$，则四条线段能成比例，故不符合题意；

C、$\because 6\times 5=30\neq 4\times 10=40$，则四条线段不能成比例，故符合题意；

D、$\because 2\times\sqrt{15}=2\sqrt{15}=\sqrt{5}\times 2\sqrt{3}$，则四条线段能成比例，故不符合题意．

故选：C．

考点四：已知成比例线段求其中一边长

例 4.（23-24 九年级上·江苏泰州·期末）已知线段$m=16$，$n=1$，如果线段t是线段m、n的比例中项，那么线段t等于_____．

【答案】4

【分析】本题主要考查了成比例线段，根据成比例线段的定义得到$t^2=mn=1\times 16=16$，据此可得答案．

【详解】解：$\because$线段t是线段m、n的比例中项，线段$m=16$，$n=1$，

$\therefore t^2=mn=1\times 16=16$，

$\therefore t=4$或$t=-4$（舍去），

故答案为：4．

【变式 4-1】（23-24 九年级上·陕西渭南·阶段练习）线段a、b、c、d是成比例线段，$a=8\text{cm}$，$b=6\text{cm}$，$c=12\text{cm}$，则d的长为_____cm．

【答案】9

【分析】本题考查线段成比例的问题,解方程等知识点，根据线段成比例，可以列出方程$a:b=c:d$，代入数值求解即可，根据线段成比例的性质，列方程求解即可．

【详解】$\because$线段a、b、c、d成比例线段，

$\therefore a:b=c:d$，

$\because a=8\text{cm},b=6\text{cm},c=12\text{cm}$，

$\therefore 8:6=12:d$,

解得$d=9$．

故答案为：9．

【变式 4-2】（23-24 九年级上·辽宁丹东·阶段练习）四条线段a，b，c，d成比例，其中$a=2\text{cm}$，$b=3\text{cm}$，

$d=6\text{cm}$，则线段c的长为_____.

【答案】4cm

【分析】本题考查了比例线段的定义．由四条线段a、b、c、d成比例，根据比例线段的定义，即可求解．

【详解】解：∵四条线段a，b，c，d成比例，$a=2\text{cm}$，$b=3\text{cm}$，$d=6\text{cm}$，

$\therefore 2:3=c:6$

解得：$c=4$ cm

故答案为：4cm．

【变式 4-3】（23-24 九年级上·江苏徐州·阶段练习）已知线段a、b、c，其中c是a、b的比例中项，若$a=3\text{cm}$，$b=12\text{cm}$，则线段$c=$_____cm．

【答案】6

【分析】本题主要考查线段的比例中项定义，根据比例中项的定义，列出方程$c^2=ab$，代值计算即可．

【详解】解：∵c是a、b的比例中项，

$\therefore c^2=ab$，

∵$a=3\text{cm}$，$b=12\text{cm}$，

$\therefore c^2=3\times12=36$，

$\therefore c=6\text{cm}$（负值舍去），

故答案为：6．

考点五：利用比例的性质进行求解



例 5.（23-24 九年级上·辽宁丹东·期中）若$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，a，c不为零则下列等式中不一定成立的是（　）

A．$\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$　　B．$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$　　C．$\frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d}$　　D．$\frac{a+c}{b+d}=\frac{a}{b}$

【答案】D

【分析】本题主要考查比例性质的变形，根据比例的性质，对所给选项进行整理，找到不一定成立的选项即可

【详解】解：A.∵$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，$\therefore\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$，正确，不符合题意；

B.∵$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，$\therefore\frac{a}{b}-1=\frac{c}{d}-1$，$\therefore\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$，正确，不符合题意；

C.∵$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，$\therefore\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$，$\therefore\frac{b}{a}+1=\frac{d}{c}+1$，$\therefore\frac{a+b}{a}=\frac{c+d}{c}$，$\therefore\frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d}$，正确，不符合题意；

D.当$b+d=0$时，原式不成立，故选项 D 符合题意，

故选：D

【变式 5-1】（23-24 九年级上·安徽合肥·期末）如果$x:y=1:2$，那么下列各式中不成立的是（　）

A．$\frac{x+y}{x}=\frac{3}{1}$　　B．$\frac{y-x}{y}=\frac{1}{2}$　　C．$\frac{y}{x}=\frac{2}{1}$　　D．$\frac{x+1}{y+1}=\frac{2}{3}$

【答案】D

【分析】根据比例式的性质得出x，y的关系，分别代入四个选项即可得出答案，也可用特殊值法求出；此题主要考查了比例式的性质，利用特殊值法进行排除更为简单，也是数学中的重要思想．

【详解】解：Q $x:y=1:2$

设$x=a, y=2a$

A、$\frac{x+y}{x}=\frac{a+2a}{a}=\frac{3}{1}$，该选项成立；

B、$\frac{y-x}{y}=\frac{2a-a}{2a}=\frac{1}{2}$，该选项成立；

C、$\frac{y}{x}=\frac{2a}{a}=\frac{2}{1}$，该选项成立；

D、$\frac{x+1}{y+1}=\frac{a+1}{2a+1}\neq\frac{2}{3}$，该选项不成立；

故选：D．

【变式 5-2】（2024·宁夏银川·一模）已知$\frac{b}{a}=\frac{2}{3}$，则$\frac{a-2b}{a+2b}$的值是_____．

【答案】$-\frac{1}{7}$

【分析】本题考查比例的性质，设$a=3k$，$b=2k$代入原式即可得出答案．

【详解】解：设$a=3k$，$b=2k$，

则原式$=\frac{3k-2\times2k}{3k+2\times2k}$

$=\frac{-k}{7k}$

$=-\frac{1}{7}$．

故答案为：$-\frac{1}{7}$．

【变式 5-3】（22-23 八年级上·新疆乌鲁木齐·期中）已知$\frac{2x-y}{3}=\frac{2y-z}{4}=\frac{2z-x}{5}$，则$\frac{x+y+z}{2x-y}=$____．

【答案】4

【分析】本题考查了利用等比性质和等式的性质化简求分式的值，明确等比性质和等式的性质是解题的关键．

设$\frac{2x-y}{3}=\frac{2y-z}{4}=\frac{2z-x}{5}=k$，利用等比性质和等式的性质化简，可得$x+y+z=12k$，$2x-y=3k$，再代入要求得式子计算即可.

【详解】解：设$\frac{2x-y}{3}=\frac{2y-z}{4}=\frac{2z-x}{5}=k\ (k\neq 0)$，

则$\frac{2x-y+2y-z+2z-x}{3+4+5}=k$，

$\therefore x+y+z=12k$，$2x-y=3k$，

$\therefore \frac{x+y+z}{2x-y}=\frac{12k}{3k}=4$，

故答案为：4.

考点六：利用比例中的等比性质进行求解

例 6.（23-24 九年级上·贵州六盘水·阶段练习）已知$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{1}{2}$，且$b+d+f\neq 0$.

(1)$\frac{a+c+e}{b+d+f}$的值为_____；

(2)若$a+c-e=4$，求$b+d-f$的值.

【答案】(1)$\frac{1}{2}$

(2)8

【分析】

此题考查了比例的性质，熟练掌握比例的性质是本题的关键.

（1）根据等比性质求解即可；

（2）根据给出的条件得出$b=2a$，$d=2c$，$f=2e$，再代入$a+c-e=4$，然后进行整理即可得出答案.

【详解】（1）解：$\because \frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{a+c+e}{b+d+f}=\frac{1}{2}$，

故答案为：$\frac{1}{2}$；

（2）

$\because \frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{1}{2}$，且$b+d+f\neq 0$，

$\therefore b=2a$，$d=2c$，$f=2e$，

$\because a+c-e=4$，

则 $b+d-f=2a+2c-2e=2(a+c-e)=8$，

$\therefore b+d-f$ 的值为 8.

【变式 6-1】（23-24 九年级上·宁夏银川·期中）求值：

(1)已知 $a:b:c=3:1:4$，求 $\dfrac{a-2b+3c}{3a+b-4c}$；

(2)已知 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{e}{f}=-1$，且 $b-d+2f\neq 0$，求 $\dfrac{a-c+2e}{b-d+2f}$ 的值.

【答案】(1) $-\dfrac{13}{6}$

(2)−1

【分析】本题考查比例的性质，熟练掌握比例的性质是解决此题的关键.

（1）先由 $a:b:c=3:1:4$，可设 $a=3k$，$b=k$，$c=4k$，进而代入待求式中计算即可；

（2）先由 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{e}{f}=-1$，且 $b-d+2f\neq 0$，得 $a=-b$，$c=-d$，$e=-f$，再代入所求的式子中计算即可.

【详解】（1）解：$\because a:b:c=3:1:4$，

$\therefore$ 设 $a=3k$，$b=k$，$c=4k\ (k\neq 0)$，

$\therefore \dfrac{a-2b+3c}{3a+b-4c}=\dfrac{3k-2k+12k}{9k+k-16k}=\dfrac{13k}{-6k}=-\dfrac{13}{6}$；

（2）解：$\because \dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{e}{f}=-1$，且 $b-d+2f\neq 0$，

$\therefore a=-b$，$c=-d$，$e=-f$，

$\therefore \dfrac{a-c+2e}{b-d+2f}$

$=\dfrac{-b+d-2f}{b-b+2f}$

$=-1$.

【变式 6-2】（22-23 九年级上·宁夏银川·期中）求值：

(1)已知 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{3}{4}$，求 $\dfrac{a-2b}{a+2b}$ 的值；

(2)已知 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{e}{f}=\dfrac{4}{3}$，若 $b+d+f=9$，求 $a+c+e$ 的值.

【答案】(1) $-\dfrac{1}{5}$

(2)12

【分析】（1）先根据已知条件得到 $b=\dfrac{3}{4}a$，然后把 $b=\dfrac{3}{4}a$ 代入所求式子中进行求解即可；

（2）根据比例的性质得到 $\dfrac{a+c+e}{b+d+f}=\dfrac{4}{3}$，再把 $b+d+f=9$ 代入求解即可.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/075220202031011243