

（ 培训体系 ）暑假赛前培训 教师版

20XX 年 XX 月

姓名_____

壹、准确填空：

1.果品公司购进苹果 5.2 万千克，每千克进价是 0.98 元，付运费等开支 1840 元，预计损耗为 1%.如果希望全部进货销售后能获利 17% ，问：每千克苹果零售价应当定为_____元？

解：全部进货所需费用： $0.98 \times 52000 + 1840 = 50960 + 1840 = 52800$ (元)

能销售的总量： $52000 \times (1-1\%) = 52000 \times 99\% = 51480$ (千克)

设每千克苹果零售价应当定为 x 元，则

$$52800 \times (1+17\%) = x \times 51480$$

$$x = 52800 \times 1.1751480$$

$$x = 1.2$$

答：每千克苹果零售价应当定为 1.2 元.

2.计算： $19+199+1999+\dots+=?$

解：

$$19+199+1999+\dots+$$

$$= (20-1)+(200-1)+(2000-1)+\dots+(-1)$$

$$= 20+200+2000+\dots+-$$

$$= 0-1999$$

$$= 20221$$

评注：像上例那样，加减运算时，常采用凑整的方法使运算简便，有时，加减运算仍可采用

其他方法，使运算简便.如：

$$\text{计算：}(2000-1)+(1999-2)+(1998-3)+\dots+(1002-999)+(1001-1000)=?$$

解法壹：先把每个小括号内的结果算出来，所得的差分别是 1999、1997、1995、...3、1，可按求连续奇数的和，求出算式的结果.

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 1999+1997+1995+\dots+3+1 \\ &= (1999+1)\times \langle \text{高斯求和公式} \rangle \\ &= 2000\times 10001 = 1000000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{或原式} &= 1999+1997+1995+\dots+3+1 \\ &= \langle \text{从 1 开始若干个连续奇数和等于奇数个数的平方} \rangle \\ &= 1000000\end{aligned}$$

解法二：先把所有的小括号去掉，然后利用加法交换律，减法的运算性质进行计算.

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 2000-1+1999-2+1998-3+\dots+1002-999+1001-1000 \\ &= (2000+1999+1998+\dots+1002+1001)-(1+2+3+\dots+999+1000) \\ &= (2000+1001)\times -(1+1000)\times \\ &= 3001\times 500-1001\times 500 \langle \text{高斯求和的方法} \rangle \\ &= (3001-1001)\times 500 \\ &= 2000\times 500 = 1000000\end{aligned}$$

当然，进行分数加减时，需考虑分母的特征，选择恰当的方法进行计算.

总之，进行加减计算，究竟采用什么办法，需要依据题目的特征，具体问题具体分析.

二、谨慎推理：

3. 某商贸服务公司，为客户出售货物收取 3% 的服务费，代客户购置物品收取 2% 服务费. 今有壹客户委托该公司出售自产的某种物品且代为购置新设备. 已知该公司共扣取了客户服务费 264 元，而客户恰好收支平衡，问：所购置的新设备花费了多少元？

解：为简洁壹些，用字母代表出售货物的钱，用字母代表购置设备的钱，根据题意，该公司共扣取了客户服务费 264 元，列出关系式：

$$\times 3\% + \times 2\% = 264(\text{元}).$$

又根据题意，“客户恰好收支平衡”，即

$$x(1-3\%) = +x2\% ,$$

$$=x (1+2\%)1-3\% ,$$

所以

$$\times(1+2\%)1-3\%\times3\%+\times2\% = 264(\text{元}) ,$$

也就是

$$\times(1+2\%)\times3\%+\times2\%\times(1-3\%)$$

$$= 264\times(1-3\%)(\text{元}) ,$$

$$\times [(1+2\%)\times3\%+2\%\times(1-3\%)]$$

$$= 264\times(1-3\%)(\text{元})$$

因此 ,

$$= 264\times(1-3\%)(1+2\%)\times3\%+2\%\times(1-3\%)$$

$$= 264\times97\%1.02\times3\%+0.97\times2\%$$

$$= 264\times973.06+1.94$$

$$= 256085 = 5121.6(\text{元})$$

答：所购置的新设备花费了 5121.6 元 .

4 . 壹列数 , 前 3 个是 1 , 9 , 9 , 以后每个均是它前面相邻 3 个数字之和除以 3 所得的余数 , 求：这列数中的第 1999 个数是几?

解：根据题意 , 写出这列数的壹部分 ,

1 , 9 , 9 , 1 , 1 , 2 , 1 , 1 , 1 , 0 , 2 , 0 , 2 , 1 , 0 , 0 , 1 , 1 , 2.....

能够见出 , 除了前 3 项 1 , 9 , 9 , 这个数列每隔 13 项(1 , 1 , 2 , 1 , 1 , 1 , 0 , 2 , 0 , 2 , 1 , 0 , 0)循环壹次 , 所以 , 这列数中的第 1999 个数是几 , 关键是见 1999 个数中除前 3 个以外 , 每 13 个数循环壹次 , 循环若干次后的余数 .

$$(1999-3)\div13 = 1996\div13 = 153.....7$$

也就是说，这列数中的第 1999 个数，正好是按 1, 1, 2, 1, 1, 1, 0, 2, 0, 2, 1, 0, 0 这样的顺序每 13 个数循环一次，总共循环了第 153 次后，第 154

次循环开始的第 7 个数，正好是 0.

答：这列数中的第 1999 个数是 0.

三、急中生智：

5.将 1~9 这九个数字填入图 7-7 的 9 个圆圈中，
使每个三角形和每条直线上的 3 个数字之和相等
(写出壹个答案即可)。

解答：根据题意，将 1~9 这九个数字填入 9 个
圆圈中，正好将 1~9 这九个数字的和平均分成
三组，因此能够求得每个三角形和每条直线上的
3 个数字之和：

$$(1+2+3+\dots+8+9)\div 3 = 45\div 3 = 15$$

按题目要求，图 7-7 共有六组数，用了 18 个数字，每个数字使用了 2 次。
相当于

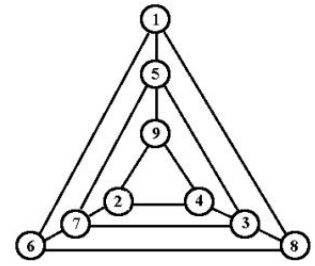
将 1 - 9 这九个数字分为 3 组，每组数字
和是 15，有俩种不同的分法。

当下分配如下：

第壹种：(1 , 6 , 8) , (2 , 4 , 9) , (3 ,
5,7)

第二种：(1 , 5 , 9) , (2,6,7),(3,4,8)

将第壹种分法的三组数放于三条线段
上，第二种的三组数自然就被确定于三个
三角形上（见图 7-7a）。类似，将第二种分



法的三组数放于三条线段上，第壹种的三组数自然就被确定于三个三角形上（见图 7-7b）

所以，如果不计较三个三角形和三条直线的相互位置，那么图 7-7a 和图 7-7b 则是仅有的两种填法。

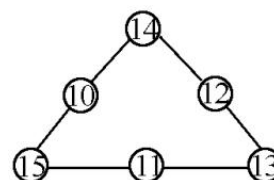
评注：解答填数问题，除了首先找出平均数外，有时仍需要于不止壹个的答案中，选择符合题目要求的答案。如：

于壹个由六个圆圈组成的三角形里，把 10 到 15 这 6 个数分别填入图 7-8 的圆圈中，要求三角形的每条边上的三个数的和 S 均相等，那么 S 的最大值是多少？

解答：根据题意，10 到 15 这 6 个数的和是 75，而其中有三个数被加了两次，为使三角形的每条边上的三个数的和 S 不仅相等，且 S 的值最大，那么被加了两次的 3 个数应是 13、14、15，所以，三角形的每条边上的三个数的和是：

$$(75+13+14+15) \div 3 = 117 \div 3 = 39$$

这就是说，三个较大的数（被加了两次的数）应分别填入三角形的三个顶点上（图 7-8a）。



图

6.如图 7-9，于壹个正方体的俩对侧面的中心各打通壹个长方体的洞，于上下侧面的中心打通壹个圆柱形的洞。已知正方体棱长为 10 厘米，侧面上的洞口是边长为 4 厘米的正方形，上下侧面的洞口是直径为 4 厘米的圆，求图示立体的表面积和体积。（取 $\pi = 3.14$ ）

解：根据题意，所求图形的表面积和体积，均和被挖去的部分有关。

根据题意，所求图形表面积由俩部分组成：

外侧表面积和内侧表面积。

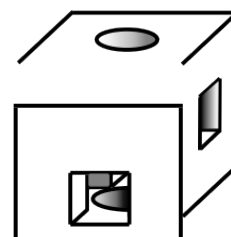


图 7-9