历年概率论与数理统计试题分章整理

、选择与填空

11 级

1、设 P(A) 0.5 P(AB)=0.2，则 P(B A)

1、设代 B,C 为随机事件，则下列选项中 正确的是

(A) 若 P(A) 0,则 A 为不可能事件

(B) 若 A 与 B 相互独立，则 A 与 B 互不相容

(C) 若 A 与 B 互不相容，则 P(A) 1 P(B)

(D) 若 P(AB) 0，则 P(BC A) P(B A)P(C BA)

10 级

1. 若 A, B为两个随机事件，则下列选项中正确的是

(A) AUB　　(B) AUB

(C) AUB　　(D) AUB

1.某人向同一目标独立重复进行射击，每次射击命中的概率为 p(0 p 1)，则此人第 4 次射击恰好是第 2 次命中目标的概率为 $3p^2(1 P)^2$ —。

2.在 [0,1] 中随机取数 在 [1,2] 中随机取数 y，则事件 的概率为

09 级

1. 10件产品中有 8 件正品，2 件次品，任选两件产品，则恰有一件为次品的概率为 $\frac{16}{45}$

2. 在区间 0,1 中随机地取两个数，则事件 {两数之和大于$\frac{4}{5}$} 的概率为— $\frac{17}{25}$

1.设代 B 为两个随机事件， 事件 A, B 的概率满足 0< P(A) < 1,0 < P(B) < 1，且有等式

P(A B)= P(A B)成立，则事件 A,B

(A) 互斥　　(B)对立

(C) 相互独立　　(D)不独立

08 级

1、某人忘记了电话号码的最后一个数字，因而随意拨号，则拨号不超过三次而接通电话的概率为_B

(A) $\frac{1}{10}$　　(B) 10　　(C) 10　　(D) $\frac{1}{8}$

1、在区间 [0, L] 之间随机地投两点，则两点间距离小于

07 级 1、10 把钥匙中有 3 把能打开门锁，今任取两把钥匙，2 贝 U 打不开门锁的概率为 4

2　5

7

15

2、在区间 0,1 之间随机地取两个数，则事件{两数的最大值大于-}发生的概率为——

、计算与应用

2 4

7

15

11 级

有两个盒子，第一个盒子装有 2 个红球 1 个黑球，第二个盒子装有 2 个红球 2 个黑球，现从这两个盒子中各任取一球放在一起，再从中任取一球

(1) 求这个球是红球的概率;

(2) 重复上述过程 10 次，记 X 表示出现取出的球为红球的次数，求 $E(X^2)$

解答：(1) 令事件 A {取得一个红球}，事件 B_i {从第 i个盒子中取得一个红球}，i 1,2 于

P®B_2) P(A B_1B_2) 1

P®B_2) P(A B_1B_2)

P*) (A B_1B_2)

P(A BB_2)

由全概率公式

有

P(A) P(B_1B_2)P(A BB_2) P(B_1B_2)P(A BB_2) P(BB_2)P(AB $_1B_2$)

...4分

12

(2) X B(10,£) E(X) 10 12 35 $D(X) 10 12 12 175 72

E(X) D(X) [E(X)] 2 2 875 24 .4分

10 级

1.已知 A,B 为两个随机事件，且 P(A) 1 1，P(B) 3 — 5，P(BA) — 5，求:

(1) P(A B)；(2)P(A B)； (3) P[B(A B)]

解答: (1) P(AB) P(A)P(B A)

P(A B) P(A) P(B) P(AB) 2 5 5 10

(2) P(A B) P(A) P(AB) 2 5 10

(3) 方法 1: P[B (A B)] 1 P[B (A B)] 1 $\frac{P(B)}{P(A B)}$

方法 2: P[B (A B)] P[(BA) (BB)] P(A B) B)

09 级

1.设 A,B 为两个随机事件，且有 P(A) 0.4, P(B) 0.4, P(B A) 0.5，计算:

(1) P(A)； (2) P(AB)； (3) P B (AU B).

解答: (1) P(A) 1 P(A) 0.6；

(2) P(B A) 1 P(B A) 1 $\frac{P(AB)}{P(A)}$ 0.5，故 P(AB) 0.3；

(3) P(B|(AU B))　　P(B (AU B))　　$\frac{P(B(AU\ B))}{P(AU\ B)}$

1　　3 分

P(B)　　3

P(A) P(B) P(AB) 7

08 级

1、设 代B 为两个事件，P(A) 0.3 P(B) 0.4 P(AB)　　0.5，求:

(1)P(A)；　(2)P(AB)；　(3)P B |(A B).

解答：P(A) 1 P(A) 0.7

P(AB) P(A) P(AB) 0.7 0.5 0.2

P(B(A B)) P(B(A 3)　　P(AB)

P(A B)　　P(A) P(B) P(AB)

0.2 1

0.7 0.6 0.5 4

07 级

2、设 代B,C 为三个事件，且P A　　P AB　　AC

BC　8，求:

(1) P(C A);　(2) P(C B);　(3) 代B,C 至少有一个发生的概率

解答: (1)P(C A)　$\frac{P(AC)}{P(A)}$ 1

(2) P(C B)　$\frac{P(CB)}{P(B)}$ P(C) P(BC)　1 P(B)　16

(3) P{ A,B,C 至少有一个发生}　P(A B C)

P(A) P(B) P(C) P(AB)　P(AC)　P(BC) P(ABC)　$\frac{17}{24}$

、选择与填空

11 级

2、设随机变　X 服从正态分布N(,　)，F(x)为其分布函数　则对任意实数a，有

F(　a) F(　a)

10 级

3.设随机变量X 与丫相互独立且服从同一分布:　P{X k} P{Y k}　(k 0,1) 则概率

P{X Y}的值为

08 级

2、设相互独立的两个随机变量 X，　Y 的分布函数分别为 $F_x(x)$，F, y)，则Z max(X,Y)的分布函数是_C

(A) $F_z(z)$ max{ $F_x(z)$, F/z)}　(B) $F_z(z)$ max{$F_X(2)$，$F_Y(z)$}

(C) $F_z(z)$ $F_X(z)F_Y(z)$　(D) $F_z(z)$ $F_x(x)$Fdy)

3、设随机变量X ~ N(1,4), Y~ N(0,1)，且X 与丫相互独立，则

(A) X 2Y~N(1,8)　(B) X 2Y~N(1,6)

(C) X 2Y ~ N(1,2)　(D) X 2Y ~ N(1,1)

07 级

1、已知随机变量 X 服从参数 n 2, 1 3 的二项分布, F(x)为 X 的分布函数，则 F(1.5)

(A) 1 9　(B) 4 9　(C) 9　(D)

、计算与应用

11 级

1、已知随机变量 X 的概率密度函数为

f(x) 、 1 , 0, •— 1.
1

求：(1) X 的分布函数 F(x); (2) 概率 P

解答：(1) F(x) P{X x} f (t)dt

1 时，F(x) f (t)dt 0dt 0

x 1时，F(x) f(t)dt 1 t dt 1 (arcsin x) 2　■ ■■2 分

1 时，F(x) f(t)dt dt

0,

综上， F(x) 1 (arcsin x 2) ,

1 ,

(2) FC 〉 F(1)

1 1 [arcsi n(-) 2] 2 1 1 ■arcsin(2 2]　■3 分

2、设连续型随机变量 X 的概率密度函数为

f(x) 2x, 0 x 1, 0, 其他 ■

求随机变量 Y X3 的概率密度函数。

解法 1：由于 Y X3 所以 h(y) 3 y,

$f_Y(y)$ $f_X(h(y))$ h(y) 2 3? 1 3y 3 3y 3 0 y 1　■ ■6 分

0, 其他

解法 2：$F_Y(Y)$ P{Y y} P{X y}

当 y 0时：$F_Y(y)$ 0

当 o y 1时：$F_Y(y)$ $f_x(x)dx$ ^y_s 2xdx y3 ^{2}… .5分

当 y 1时：$F_Y(y)$

1
故 $f_Y(y)$ $F_Y(y)$

0, 其他

10 级

2.已知连续型随机变量 的概率密度函数 f (x))，求：

（1）常数 C；（2）X 的分布函数 F_x（x）；（3）概率 P{1 X 3}

解答：f (x)dx
（1）
Ce |x dx

⑵当 0 时，F(x) P{X x} ˆe x dx

0 时，F(x) P{X x} ’ x e dx ⊥ e 1 1e
x dx

故 X 的分布函数 F（x） P{X 3 y} P{X 3 7}
_e

⑶ P{1 X 3} F(3) F(1)

3.设随机变量 X 在区间 [0,2] 上服从均匀分布，求随机变量 Y X 2 的概率密度函数 f_Y（y）

答：f_X（X） 2’
0, 其他

方法1： 的反函数为 y，故
$f_Y(y)$ f_xC、y) G. y) f_x(.. y) (.. y),
0,

2「y

0, 其他

方法 2 ： F_YW) P{Y y} P{X y}
0 时：F_YW)
y 4时：

$F_Y(y)$ P{X 2 y} P{ y $f_x(x)dx$ $^y_0$ 1」 $\frac{}{2}$ dx 2 分

当 y 4时： F_YW)

故 $f_Y(y)$ $F_Y(y)$ 0 y 4 2分
0, 其他

09 级

2.设有三个盒子，第一个盒装有 4 个红球，1 个黑球；第二个盒装有 3 个红球，2 个黑球；第个盒装有 2 个红球，3 个黑球.若任取一盒，从中任取 3 个球

(1) 已知取出的 3 个球中有 2 个红球，计算此 3 个球是取自第一箱的概率；

(2) 以 X 表示所取到的红球数，求 X 的分布律；

(3) 亦尹，求丫的分布律.

解答：(1) 设 B_i “取第 i箱”(i 1,2,3) A “取出的 3 个球中有 2 个红球”，则

P(A P(BJP(AB $_i$)

P(B $_i$A) $\frac{P(B\hat{})}{P(A)}$ P(B $_i$)P(AB) 2

P(A)

(2) i c $_3$

3 C_f 30，

1 c_3 c； $C_;C_3$

$\overline{C_;}$ $C_5{}^3$ 10，

P(A)

因此， 的分布律为

X	0	1	2	3
P	1 30	3 10	1 2	1 6

(3)

6’ 10

15

因此，丫的分布律为

丫	1	0	1
P	1 6	8 15	3 10

3.设连续型随机变量 X 的分布函数为

0, 0,

$F_X(X)$ 1,

1, 1.

(1)求系数 a,b 的值及 X 的概率密度函数

(2)若随机变量 Y X₂，求 Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$.

解答：(1)由于连续型随机变量的分布函数 F(x)是连续函数，因此：

lim F (x) F (0) lim F(x) F(1)即得 a 0,b 1，

x 0 x 1

$f_x(x)$ $F_X(x)$ 2x, 0 x 1, 3分

0, 其他.

⑵(方法1)对任意实数 y，随机变量丫的分布函数为:

x x 1

4分

0, 其他.

$F_Y(y)$ P{Y y} P{x y}

0 时：$F_Y(y)$

0 时：$F_Y(y)$ Pf 0 y . y} $F_x($ J) $F_x($, y),

y 1时：$F_Y(y)$

1 时：$F_Y(y)$ 1

于是， $f_Y(y)$ $F_Y(y)$ 1, 1,

0,

（方法 2）

$f_Y(y)$ f_xG, y) (Jy) $f_x($ ..y) (Jy), 1,

0, 其他.

J2-y 0, 1, 1, 0 0,

0, 其他.

0,

08 级

2、已知连续型随机变量 x 的分布函数为

0,

F(x) cx ,

1,

求: (1) 常数 c; （2）x 的概率密度函数; (3) 概率 P{ 1

解答: (1) 连续型随机变量的分布函数为连续函数,

(2) f(x) F (x) $3x^2$, 0 x 1

0, 其他

(3) P{ 1 x -} F(1 1 m) F(1)

3、设随机变量 x 服从标准正态分布 N（0,1），求随机变量 x^2 的概率密度函数 f_Y（y）

解答: $f_x(X)$ x_2 的反函数为

$f_Y(y)$ f_xy) G. y) $f_x($ y) (■, y),

0,

re 2汀 2 y 0

0, 0,

07 级

2、已知连续型随机变量 x 的分布函数为

0, x 1

F(x) a bares in x, x 1 ,

1

求(1) 常数 a 和 b ; (2) X 的概率密度 f(x); (3)概率 P{ 2X0}

解答：(1) 由于连续型随机变量的分布函数 F(x)是连续函数，将 1 和 1 代入 F(x)，得到关于 a 和 b 的方程:

0 F(1) a 2b， 0 F(1)

解得:

(2) F(x)对 x 求导，得 X 的概率密度为

f (x) 2, x

0,

(3) P{ 2 X 0}= F (0) F(2)

3、设随机变量 X 在区间(1, 2)上服从均匀分布，求 2X 的概率密度 $f_Y(y)$

解答：(解法一)由题设知， X 的概率密度为 $f_x(X)$ 其他

对任意实数 y，随机变量丫的分布函数为:

$F_Y(y)$ P{Y y} P{e 2X y}

时：$F_Y(y)$ P{Y y} P{e2X y}

e4 时

$F_Y(y)$ P{e2X y} P{X 严 1 11n y 2 $f_x(x)dx$!|n y 2 dx

时：$F_Y(y)$ P{Y y} P{e 2 X y}

0,

$F_Y(y)$ 1ln 1,

1

于是, ,

$f_Y(y)$ $F_Y(y)$ 2y'

0, 其他

(解法二) $f_Y(y)$ f_x(?lny) qiny) 1 1 , y 0

0, y 0

1 士. 1 丄 1 ny 2 2 2y 2 4

0, 其他 0, 其他

、选择与填空

11 级

3、设随机变量 X 与丫相互独立， X 在区间 0,3 上服从均匀分布，丫服从参数为 2 的指数分布，

则概率 P min(X,Y) 1 $\frac{3e^2}{}$

2、设随机变量(X,Y)服从二维正态分布，且 X 与丫不相关，$f_x(x)$、$f_Y(y)$分别为 X 、丫的概率密度，则在 Y y 条件下，X 的条件概率密度 $f_{X|Y}(xy)$为

(A) $f_x(x)$ (B) $f_Y(y)$

(C) $f_x(x)f_Y(y)$ (D) $\frac{f_x(X)}{f_Y(y)}$

10 级

3.设随机变量 X 与丫相互独立且都服从参数为 0)的指数分布，则 min (X,Y)服从__B

(A)参数为的指数分布 (B) 参数为 2 的指数分布

(C)参数为-的指数分布 (D) (0,)上的均匀分布

、计算与应用

11 级

3、设二维随机变量 (X ,Y)的联合分布律为

X	1	0	1
1	0		0
0	Z	0	打
1	0		0

(1) 求概率 P X

(2)求 X 与丫的相关系数 并讨论 X 与丫的相关性，独立性。

解答：(1)P X 1,Y 0 P X 1,Y 0 2….3分

(2)EX 0,EY 0, E(XY) 0，故 cov(X,Y) 0, $_{XY}$

$_{XY}$ 0，故 X 与丫不相关。

由联合分布律显然 R_j R_g P_{gj}，所以 X 与丫不独立

1、设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为

$$f(x, y) \begin{cases} Axy, & 0 \; y \; x \; 1, \\ & 其他. \end{cases}$$

求：(1) 常数 A ;

(2) (X,Y)的边缘概率密度函数 $f_Y(y)$;

(3) 在丫 y的条件下，X 的条件概率密度函数 $f_{X|Y}(x\ y)$

条件概率 P{X $\frac{2}{3}$ Y $\frac{1}{2}$}

(4)

0

1） f (x, y)dxdy 1 ...1分

dx 0 Axydy 1 ...2分

(2) $f_Y(y)$ f(x,y)dx 8xydx 4y(1 y^2), 0 y

0, 其他

(3) 当 0 y 1时， $f_{X|Y}(x|y)=\frac{f(x,y)}{f_Y(y)}$ $\frac{2x}{}$

0, 其他

(4) P{X 2 丫 1} 2x dx ■2 27 ..2分

3 2 y^2

10 级

1.设二维随机变量（X,Y）的联合概率密度函数为

f(x, y) Ax 2y,

0, 其他

求： 常数

（1)(2) A ;(X,Y）的边缘概率密度函数 f_y

(3) 在丫 (Y) y的条件下，X 的条件概率密度函数 $f_{x|Y}(x|y)$;

(4) 条件概率 P{X 0Y

解答： f (x, y)dxdy

（1）

21

dx $_{x_2}$ Ax 2 ydxdy 1

(2) $f_Y(y)$ f(x,y)dx 再彳 $x_2$ydx

y 4

0, 其他

(3) 1 时，$f_{xY}(x|y)=\frac{f(x,y)}{f_Y(y)}$

0, 其他

(4) P{X 0Y 丄} ' _ ˆx2y 2dx y 22、2dx

2 2 y

09 级

1.设二维随机变量（X,Y）的联合概率密度函数为

f(x, y) 0, y 0,

0, 其它.

（1）求关于 X 的边缘密度函数 $f_x(x)$ ；（2）试判断 X 与丫是否相互独立?（3）计算

解答： f_x f(x, y)dy

（1） (X)

=

$e^{-x-y}dy,\ x>0,\quad e^{-x},\ x>0,$ ..... 分

$0,\quad x\le 0.\quad 0,\quad x\le 0.$

（2）与（1）类似，易知 $f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y}, & y>0\\ 0, & y\le 0\end{cases}$，满足 $f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$，因此 X 与 Y 相互独立；

….4分

(3) $P\{X+Y\le 1\}=\int_0^1 dx\int_0^{1-x} e^{-x-y}dy=1-2e^{-1}$ 分2

某次抽样调查结果表明，考生的外语成绩 X（百分制）近似服从正态分布 $X\sim N(72,\sigma^2)$，并且分数在 60 分至 84 分之间的考生人数占考生总数的 68.2%，试求考生的外语成绩在 96 分以上的概 率.

X	0	1.0	2.0	3.0
$\Phi(x)$	0.500	0.841	0.977	0.999

解答：根据题意有,

$P\{60\le X\le 84\}$ (咚) $\Phi(\frac{12}{\sigma})-\Phi(-\frac{12}{\sigma})=2\Phi(\frac{12}{\sigma})-1=68.2\%$，

$\Phi(\frac{12}{\sigma})=0.841$，因此 $\sigma=12$，

$P\{X>96\}=1-\Phi$（给 $=1-\Phi(2)=0.023$.

08 级

1、设二维随机变量（X，Y）的联合概率密度函数为

$f(x,y)=\begin{cases} \\ 0, & 其他\end{cases}$

求：（1)（X，Y）的边缘概率密度函数 $f_X(x)$ 和条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)$；

概率 $P\{Y\le X\}$；

(3) 随机变量 $Z=X^2+Y^2$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$

1、解答：（1）$f_X(x)=\int f(x,y)dy$ ^dy,

0, 其他 0, 其他

1 时: $\frac{f(x,y)}{f_X(x)}$ 2/

0, 其他

(2) $P\{Y\le X\}=\iint f(x,y)dxdy$

(3) $F_Z(z)=P\{Z\le z\}=P\{X^2+Y^2\le z\}$

0 时: $F_Z(z)=0$；

1 时: $F_Z(z)=\iint f(x,y)dxdy=\iint 1\,dxdy$

1 时: $F_Z(z)=1$

7

2z,　　0 z 1

因此，$f_z(Z)$ $F_Z(Z)$

0,　　其他

07 级

1、设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为

y　　x

1

f(x,y)　　Ax, 0

其它

求(1)　常数 A ;

(2)　(X，丫)的边缘概率密度函数 $f_Y(y)$和条件概率密度函数 $f_{X|Y}(xy)$;

(3)　概率 P{X Y　　1}

1.解答:　(1)　　由于　　　f (x, y)dxdy

dx　　Axdy 1，　　推得 A 3

(2)　$f_Y(y)$ =　　　f(x,y)dx　　　3xdx,　　　　y2),

0,　　　其他　　　0,　　　其他

2x

1 时:　$f_{x|Y}(x\ y)$　　$\frac{f(x,\ y)}{f_Y(y)}$

0,　　　其他

(3)P{X Y　　1}=　　dy　　3xdx

、选择与填空

11 级

3、将一枚质量均匀对称的硬币独立地重复掷　n 次，以 X 和丫分别表示正面向上和反面向上的次数，则 X 和丫的相关系数为

(A) 1　　　　(B)

(C) 0　　　　(D) 0.5

10 级

2. 设随机变量 X 服从参数为(　　　0)的泊松分布，且 P{X 1}　　　P{X 2}，则 D(X 1)的值为

(A)　　　(B) 3　　　(C)　　　(D)

09 级

2.设 X　　和 Y 为独立同分布的随机变量，　　X 的分布律为 P X　　　3/4，令随机变量 Z　　max(X, Y)，则数学期望 E(Z)

(D 严

16

08 级

2、设随机变量 X 服从参数为 1 的泊松分布，则 P{X　　　E(X ²}

2e

2z,　　0 z 1

3、设随机变量 X 和丫的相关系数为 0.5, E(X) E(Y)　　0, $E(X^2)$ $E(Y^2)$　　2，则 $E[(X\ Y)^2]$ 6

y　　x
1