2025 届高考数学模拟综合试卷及解析答案（五）

注：本卷满分 150 分，用时 120 分钟，题型为 8 道单选题，4 道多选题，4 道填空题，6 道解答题。

一、单选题（每小题 5 分，共 8 小题，满分 40 分）

1．已知 R 为实数集，$A=\left\{x\mid x^2-1\le 0\right\}$，$B=\left\{x\mid \dfrac{1}{x}\ge 1\right\}$，则 $A\cap\left(\complement_{R}B\right)=$（　　）

A．$\{x\mid -1<x\le 0\}$　B．$\{x\mid 0<x\le 1\}$　C．$\{x\mid -1\le x\le 0\}$

D．$\{x\mid -1\le x\le 0或x=1\}$

【答案】C

【解析】

【分析】

求出集合 A，B，$\complement_{R}B$，由此能求出 $A\cap(\complement_{R}B)$．

【详解】

$\because R$ 为实数集，$A=\{x\mid x^2-1\le 0\}=\{x\mid -1\le x\le 1\}$，$B=\{x\mid \dfrac{1}{x}\ge 1\}=\{x\mid 0<x\le 1\}$，

$\therefore \complement_{R}B=\{x\mid x\le 0$ 或 $x>1\}$，

$\therefore A\cap(\complement_{R}B)=\{x\mid -1\le x\le 0\}$．

故选：C．

【点睛】

本题考查交集、补集的求法，考查交集、补集的性质等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．

2．i 是虚数单位，则 $1+i+i^2+i^3=$（　　）

A．1　B．i　C．1-i　D．0

【答案】D

【解析】

试题分析：根据题意，$1+i+i^2+i^3=1+i-1-i=0$，故可知答案为 0，选 D.

考点：复数的运算

点评：主要是考查了虚数单位的运算，属于基础题

3．已知 $a=(\sqrt{2})^{\frac{12}{5}}$，$b=9^{\frac{2}{5}}$，$c=3^{\log_2 3}$ 则（　　）.

A．$a<b<c$　　B．$c<b<a$　　C．$b<a<c$　　D．$a<c<b$

【答案】A

【解析】

【分析】

将 a,b 化成指数一样，将 b,c 化成底数一样，即可得答案；

【详解】

$\because a=(\sqrt{2})^{\frac{12}{5}},b=9^{\frac{2}{5}}=(\sqrt[6]{9})^{\frac{12}{5}}$，

又 $(\sqrt{2})^6<(\sqrt[6]{9})^6$，$\therefore (\sqrt{2})^{\frac{12}{5}}<(\sqrt[6]{9})^{\frac{12}{5}}$，$\therefore a<b$；

$\because b=9^{\frac{2}{5}}=3^{\frac{4}{5}},c=3^{\log_2 3}$，

又 $\log_2 3>1$，$\therefore \frac{4}{5}<\log_2 3$，$\therefore 3^{\frac{4}{5}}<3^{\log_2 3}$，即 $b<c$；

$\therefore a<b<c$.

故选：A.

【点睛】

本题考查指数幂与对数的大小比较，考查函数与方程思想、转化与化归思想，考查逻辑推理能力、运算求解能力.

4．中国古代的五经是指：《诗经》、《尚书》、《礼记》、《周易》、《春秋》，甲、乙、丙、丁、戊5名同学分别选取了其中一本不同的书作为课外兴趣研读，若甲乙都没有选《诗经》，乙也没选《春秋》，则5名同学所有可能的选择有（　）

A．18种　　B．24种　　C．36种　　D．54种

【答案】D

【解析】

【分析】

分两类求解：(1)甲选《春秋》；(2)甲不选《春秋》；分别求出可能的选择情况，再求和即可得出结果.

【详解】

(1)若甲选《春秋》，则有$C_3^1A_3^3=18$种情况；

(2)若甲不选《春秋》，则有$A_3^2A_3^3=36$种情况；

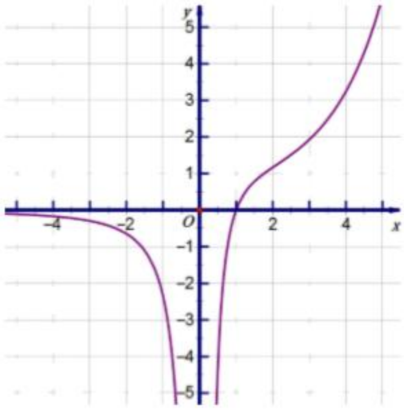
所以5名同学所有可能的选择有$18+36=54$种情况.

故选D

【点睛】

本题主要考查计数原理，熟记排列组合的概念等即可，属于常考题型.

5．函数$f(x)$的图象如图所示，则函数$f(x)$的解析式可能为（　　）



A．$f(x)=2^x-2^{-x}$　　B．$f(x)=\dfrac{e^x-e}{x^2}$

C．$f(x)=x^3-\dfrac{1}{x}$　　D．$f(x)=\ln|x|-\dfrac{1}{x}$

【答案】B

【解析】

【分析】

由函数的定义域、奇偶性、单调性及函数图像的特点一一进行判断可得答案.

【详解】

解：A选项，由函数图像可得在$x=0$处没有定义，故排除A；

C选项，由函数图像可得函数不为奇函数，故排除C；

D选项，由函数图像可得当$x\to+\infty$时，函数变化趋势不符，$f(x)=\ln|x|-\dfrac{1}{x}$越来越平（增加越来越慢），而不会向上扬起（增加越来越快），故排除D；

故选：B.

【点睛】

本题主要考查函数图像的识别及函数的定义域、单调性、奇偶性等基本性质，属于基础题型.

6．《周髀算经》有这样一个问题：从冬至日起，依次小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰、春分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种十二个节气日影长减等寸，雨水、惊蛰、春分、清明日影之和为三丈二尺，前七个节气日影之和为七丈三尺五寸，问立夏日影长为（　　）

A．七尺五寸　　B．六尺五寸　　C．五尺五寸　　D．四尺五寸

【答案】D

【解析】

【分析】

利用等差数列的通项公式以及求和公式列出方程组，求出首项和公差，由此可求得立夏日影长.

【详解】

从冬至日起，依次小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰、春分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种十二个节气日影长减等寸，雨水、惊蛰、春分、清明日影之和为三丈二尺，前七个节气日影之和为七丈三尺五寸，

设十二节气第$n\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$个节气的日影长为$a_n$，则数列$\left\{a_n\right\}$为等差数列，设其公差为$d$，前$n$项和为$S_n$，

则$\begin{cases}a_5+a_6+a_7+a_8=4a_1+22d=32\\ S_7=7a_1+\dfrac{7\times6}{2}d=7a_1+21d=73.5\end{cases}$，解得$\begin{cases}a_1=\dfrac{27}{2}\\ d=-1\end{cases}$，

$\therefore a_{10}=a_1+9d=\dfrac{27}{2}-9=\dfrac{9}{2}$，因此，立夏日影长为四尺五寸.

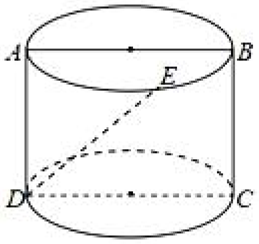
故选：D.

【点睛】

本题考查新文化中的等差数列问题，考查等差数列与前n项和中基本量的计算，考查计算能力，属于基础题.

7．我们打印用的$A4$纸的长与宽的比约为$\sqrt{2}$，之所以是这个比值，是因为把纸

张对折，得到的新纸的长与宽之比仍约为$\sqrt{2}$，纸张的形状不变．已知圆柱的母线长小于底面圆的直径长（如图所示），它的轴截面 $ABCD$ 为一张 $A4$ 纸，若点 E 为上底面圆上弧 AB 的中点，则异面直线 DE 与 AB 所成的角约为（　　）



A．$\frac{\pi}{6}$　　　　B．$\frac{\pi}{4}$　　　　C．$\frac{\pi}{3}$　　　　D．$\frac{2\pi}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】

设 CD 的中点为 O，过 E 作 $EF\perp$底面$\odot O$，连接 OE，OF，证明 $OD\perp OE$，计算 $\tan\angle EDO$ 即可得出答案．

【详解】

$\because AB//CD$，$\therefore\angle EDC$（或补角）为异面直线 DE 与 AB 所成的角，

设 CD 的中点为 O，过 E 作 $EF\perp$底面$\odot O$，连接 OE，OF，

$\because E$ 是 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点，$\therefore F$ 是 $\overset{\frown}{CD}$ 的中点，$\therefore CD\perp OF$，

又 $EF\perp$平面$\odot O$，$\therefore EF\perp CD$，$EF\cap OF=F$

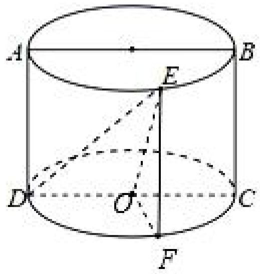
$\therefore CD\perp$平面 OEF，$\therefore OD\perp OE$．

设 $AD=1$，则 $CD=\sqrt{2}$，故 $OF=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$EF=1$，

于是 $OE=\sqrt{1^2+(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

$\therefore\tan\angle EDO=\frac{OE}{OD}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{3}$，

$\therefore\angle EDO=\frac{\pi}{3}$．



故选：C.

【点睛】

本题考查了异面直线所成的角，解题的关键是找出与异面直线所成角相等的相交直线所成的角，此题要求有一定的计算能力，属于中档题.

8．已知函数 $f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)-a\left(0<a<A\right)$ 在区间 $\left[0,\frac{7\pi}{3\omega}\right]$ 有三个零点 x_1，x_2，x_3，且 $x_1<x_2<x_3$，若 $x_1+2x_2+x_3=\frac{5\pi}{3}$，则 $f\left(x\right)$ 的最小正周期为（　　）

A．$\frac{\pi}{2}$　　B．$\frac{2\pi}{3}$　　C．π　　D．$\frac{4\pi}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】

根据题意，知当 $x=\frac{7\pi}{3\omega}$ 时，$\omega x+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{2}$，由对称轴的性质可知 $x_1+x_2=\frac{2\pi}{3\omega}$ 和 $x_2+x_3=\frac{8\pi}{3\omega}$，即可求出 w，即可求出 $f\left(x\right)$ 的最小正周期.

【详解】

解：由于 $f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)-a\left(0<a<A\right)$ 在区间 $\left[0,\frac{7\pi}{3\omega}\right]$ 有三个零点 x_1，x_2，x_3，

当 $x=\frac{7\pi}{3\omega}$ 时，$\omega x+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{2}$，

∴由对称轴可知 x_1，x_2 满足 $\omega x_1+\frac{\pi}{6}+\omega x_2+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}\times 2$，

即 $x_1+x_2=\dfrac{2\pi}{3\omega}$.

同理 x_2， x_3 满足 $\omega x_2+\dfrac{\pi}{6}+\omega x_3+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{3\pi}{2}\times 2$，即 $x_2+x_3=\dfrac{8\pi}{3\omega}$，

$\therefore x_1+2x_2+x_3=\dfrac{10\pi}{3\omega}=\dfrac{5\pi}{3}$， $\omega=2$，

所以最小正周期为： $T=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$.

故选：C.

【点睛】

本题考查正弦型函数的最小正周期，涉及函数的对称性的应用，考查计算能力.

三、填空题（每小题 5 分，共 4 小题，满分 20 分）

9．已知双曲线 $M:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的焦距为 4，两条渐近线的夹角为 60°，则下列说法正确的是（　　）

A．M 的离心率为 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

B．M 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$

C．M 的渐近线方程为 $y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$

D．直线 $x+y-2=0$ 经过 M 的一个焦点

【答案】ACD

【解析】

【分析】

依题意可得 $c=2$，再根据两条渐近线的夹角为 $60^\circ,a>b>0$ 及 $a^2+b^2=c^2$，即可求出双曲线的方程、离心率、渐近线及焦点坐标；

【详解】

解：依题意得 $c=2$，则 $a^2+b^2=4$，因为两条渐近线的夹角为 $60^\circ,a>b>0$，所

以两条渐近线的倾斜角分别为$30^\circ,150^\circ$，所以$\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以$a=\sqrt{3},b=1$，所以双曲线方程为$\frac{x^2}{3}-y^2=1$，离心率$e=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，渐近线方程为$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$，焦点坐标为$(-2,0)$、$(2,0)$，显然直线$x+y-2=0$过点$(2,0)$；

故选：ACD

【点睛】

本题考查双曲线的简单几何性质的应用，属于基础题.

10．已知$A(2,4),B(4,1),C(9,5),D(7,8)$，如下四个结论正确的是（　　）

A．$\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$；　　　　B．四边形$ABCD$为平行四边形；

C．$\overrightarrow{AC}$与$\overrightarrow{BD}$夹角的余弦值为$\frac{7\sqrt{29}}{145}$；　　D．$\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{85}$

【答案】BD

【解析】

【分析】

求出向量$\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{BD}$坐标，再利用向量的数量积、向量共线以及向量模的坐标表示即可一一判断.

【详解】

由$A(2,4),B(4,1),C(9,5),D(7,8)$，

所以$\overrightarrow{AB}=(2,-3)$，$\overrightarrow{AC}=(7,1)$，$\overrightarrow{DC}=(2,-3)$，$\overrightarrow{BD}=(3,7)$，

对于A，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=14-3=11\neq0$，故A错误；

对于B，由$\overrightarrow{AB}=(2,-3)$，$\overrightarrow{DC}=(2,-3)$，则$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$，

即AB与DC平行且相等，故B正确；

对于C，$\cos\left\langle\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\right\rangle=\frac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|\left|\overrightarrow{BD}\right|}=\frac{21+7}{\sqrt{50}\times\sqrt{9+49}}=\frac{14\sqrt{29}}{145}$，故C错误；

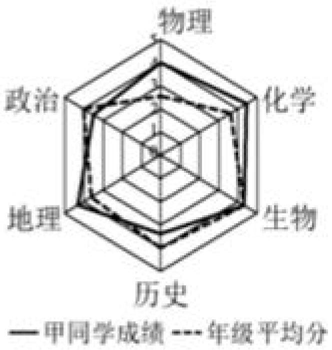
对于D，$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=\left|(9,-2)\right|=\sqrt{85}$，故D正确；

故选：BD

【点睛】

本题考查了向量的坐标运算、向量的数量积、向量模的坐标表示，属于基础题.

11．2021 年开始，我省将试行“3+1+2”的普通高考新模式，即除语文、数外语 3 门必选科目外，考生再从物理、历史中选 1 门，从化生物、地理、政治中选 2 门作为选考科目．为了帮助学生合理选科，某中学将高一每个学生的六门科目综合成绩按比例均缩放成 5 分制，绘制成雷达图.甲同学的成绩雷达图如图所示，下面叙述一定正确的是（　　）



A．甲的物理成绩相对他其余科目领先年级平均分最多

B．甲有 2 个科目的成绩低于年级平均分

C．甲的成绩从高到低的前 3 个科目依次是物理、化地理

D．对甲而言，物理、化生物是最理想的一种选科结果

【答案】AB

【解析】

【分析】

根据图表依次对所给选项进行判断即可.

【详解】

根据雷达图可知甲同学物理、化地理成绩领先年级平均分，其中，物理、化学地理成绩领先年级平均分分别约为 1.5 分、1 分、1 分，所以甲同学物理成绩领先年级平均分最多,故 A 项叙述正确，C 项叙述错误；B 项，根据雷达图可知，甲同学的历史、政治成绩低于年级平均分，故 B 项叙述正确；所以对甲而言，物理、化地理是比较理想的一种选科结果，故 D 项叙述不正确.

故选：AB.

【点睛】

本题考查命题真假的判断，涉及到统计中雷达图的识别及应用，考查学生识图能力、数据分析能力，是一道中档题.

12．已知函数 $f(x)=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{2}$，$g(x)=\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}$，则 $f(x)$，$g(x)$ 满足（　　）

A．$f(-x)=-f(x)$，$g(-x)=g(x)$　　　B．$f(-2)<f(3)$，$g(-2)<g(3)$

C．$f(2x)=2f(x)g(x)$　　　D．$[f(x)]^{2}-[g(x)]^{2}=1$

【答案】ABC

【解析】

【分析】

逐一分析各选项即可；A：写出 $f(-x)$，$g(-x)$ 即可解决；B：判断 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的单调性即可；C：写出 $f(2x)$ 即可得解；D：写出 $[f(x)]^{2}-[g(x)]^{2}$ 即可得解.

【详解】

函数 $f(x)=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{2}$，$g(x)=\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}$

A: $f(-x)=\dfrac{e^{-x}-e^{x}}{2}=-f(x)$，$g(-x)=\dfrac{e^{-x}+e^{x}}{2}=g(x)$ 故 A 对；

B：因为函数 $f(x)=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{2}$ 为增函数，所以 $f(-2)<f(3)$，$g(x)=\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}$，则

$g'(x)=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{2}>0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，所以 $g(x)=\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}$ 在 $(0,+\infty)$ 递增，又

$g(-2)=g(2)$，所以 $g(2)<g(3)$，即 $g(-2)<g(3)$ 故 B 对；

C：$f(2x)=\dfrac{e^{2x}-e^{-2x}}{2}=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{2}\cdot\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}2=2f(x)g(x)$，故 C 对；

D：$[f(x)]^{2}-[g(x)]^{2}=\dfrac{(e^{x}-e^{-x})^{2}}{4}-\dfrac{(e^{x}+e^{-x})^{2}}{4}=-1$，故 D 错；

故选 ABC.

【点睛】

本题考查了函数的基本性质：奇偶性，单调性，熟练掌握各种初等函数的性质是关键，属于难题.

三、填空题（每小题 5 分，共 4 小题，满分 20 分）

13．已知α为锐角，且$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{3}$，则$\cos\alpha=$________.

【答案】$\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{6}$

【解析】

【分析】

利用同角三角函数的基本关系可得$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，再由

$\cos\alpha=\left[\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)-\frac{\pi}{6}\right]$，利用两角差的余弦公式即可求解.

【详解】

由α为锐角，且$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{3}$，

所以$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{1-\cos^2\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

所以$\cos\alpha=\cos\left[\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)-\frac{\pi}{6}\right]=\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)\cos\frac{\pi}{6}+\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)\sin\frac{\pi}{6}$

$=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{2\sqrt{2}}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{6}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{6}$

【点睛】

本题考查了两角差的余弦公式、同角三角函数的基本关系，需熟记公式，属于基础题.

14．已知函数$f(x)=\frac{(x-b)^2-\ln x}{x}(b\in R)$．若存在$x\in[1,2]$，使得$\frac{f(x)}{x}>-f'(x)$，

则实数b的取值范围是______.

【答案】$\left(-\infty,\frac{7}{4}\right)$

【解析】

【分析】

构造函数$g(x)=xf(x)$, 则$g'(x)>0$在$x\in[1,2]$上有解，分离参数，再由函数单调性求最值得答案.

【详解】

解：令$g(x)=xf(x)$， $x\in[1,2]$，则$g'(x)=f(x)+xf'(x)>0$在$x\in[1,2]$上有解，

$\therefore 2x(x-b)-1>0$,

$\therefore b<x-\frac{1}{2x}$在$x\in[1,2]$上有解，

设$h(x)=x-\frac{1}{2x}$， $x\in[1,2]$

$\therefore b<h(x)_{max}$,

因为$h(x)=x-\frac{1}{2x}$在$[1,2]$上为增函数，

$\therefore g(x)_{max}=g(2)=\frac{7}{4}$.

$\therefore b<\frac{7}{4}$.

实数b的取值范围是$\left(-\infty,\frac{7}{4}\right)$.

故答案为$\left(-\infty,\frac{7}{4}\right)$.

【点睛】

本题考查导数知识的运用，考查恒成立问题，考查函数的最值，属于中档题.

15．已知抛物线$C:y^2=4x$，其焦点为F，准线为l， P为抛物线C上第一象限内的点，过点P作l的垂线，垂足为Q. 当$\triangle PFQ$的周长为12时，$\triangle PFQ$的面积为______.

【答案】$4\sqrt{3}$

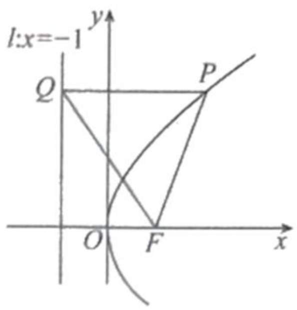
【解析】

【分析】

设$|PQ|=a$，用a表示出P，Q的坐标，根据△PFQ的周长为12，求得a，判断ΔPFQ的形状，进而求△PFQ的面积.

【详解】

由$y^2=4x$得焦点$F(1,0)$，准线$l:x=-1$. 如图所示，



设$|PQ|=|PF|=a$，由抛物线性质知$|PF|\ldots|OF|=1$，即$a>1$，

∴ $P(a-1,2\sqrt{a-1})$，$Q(-1,2\sqrt{a-1})$.

∴ $|QF|=\sqrt{4+(2\sqrt{a-1})^2}=2\sqrt{a}$.

∵ △PFQ的周长为12，

∴ $2a+2\sqrt{a}=12$，

解得$a=4$.

∴ $|QF|=4$，

∴ △PFQ是边长为4的等边三角形.

∴ △PFQ的面积为$\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2=4\sqrt{3}$.

故答案为：$4\sqrt{3}$

【点睛】

本题主要考查抛物线的方程及性质，还考查了数形结合的思想和运算求解的能力，属于中档题.