

黔西南市重点中学 2023-2024 学年高考数学考前最后一卷预测卷

注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知函数 $f(x) = e^x + b$ 的一条切线为 $y = a(x+1)$ ，则 ab 的最小值为（ ）

- A. $-\frac{1}{2e}$ B. $-\frac{1}{4e}$ C. $-\frac{1}{e}$ D. $-\frac{2}{e}$

2. 将函数 $f(x) = \sin 2x$ 的图象向左平移 φ ($0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$) 个单位长度，得到的函数为偶函数，则 φ 的值为（ ）

- A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{4}$

3. 已知焦点为 F 的抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的准线与 x 轴交于点 A ，点 M 在抛物线 C 上，则当 $\frac{|MA|}{|MF|}$ 取得最大值时，直线 MA 的方程为（ ）

- A. $y = x+1$ 或 $y = -x-1$ B. $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ 或 $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ C. $y = 2x+2$ 或 $y = -2x-2$
D. $y = -2x+2$

4. $(x-1)^3(y-2)^5$ 的展开式中，满足 $m+n=2$ 的 $x^m y^n$ 的系数之和为（ ）

- A. 640 B. 416 C. 406 D. -236

5. 设 F_1, F_2 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点，过点 F_1 作圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 的切线与双曲线的左支交于点 P ，若 $|PF_2| = 2|PF_1|$ ，则双曲线的离心率为（ ）

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{6}$

6. 过抛物线 $x^2 = 2py$ ($p > 0$) 的焦点且倾斜角为 α 的直线交抛物线于两点 A, B ， $|AF| = 2|BF|$ ，且 A 在第一象限，则 $\cos 2\alpha =$ （ ）

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{7}{9}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

7. 已知全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = \{x \mid y = \lg(1-x)\}$ ， $B = \left\{x \mid y = \frac{1}{\sqrt{x}}\right\}$ 则 $(\complement_U A) \cap B =$ ()

- A. $(1, +\infty)$ B. $(0, 1)$ C. $(0, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

8. 设函数 $f(x) = 2\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x + m$ ，当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 时， $f(x) \in \left[\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right]$ ，则 $m =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 1 D. $\frac{7}{2}$

9. 使得 $\left(3x + \frac{1}{x\sqrt{x}}\right)^n$ ($n \in \mathbf{N}_+$) 的展开式中含有常数项的最小的 n 为 ()

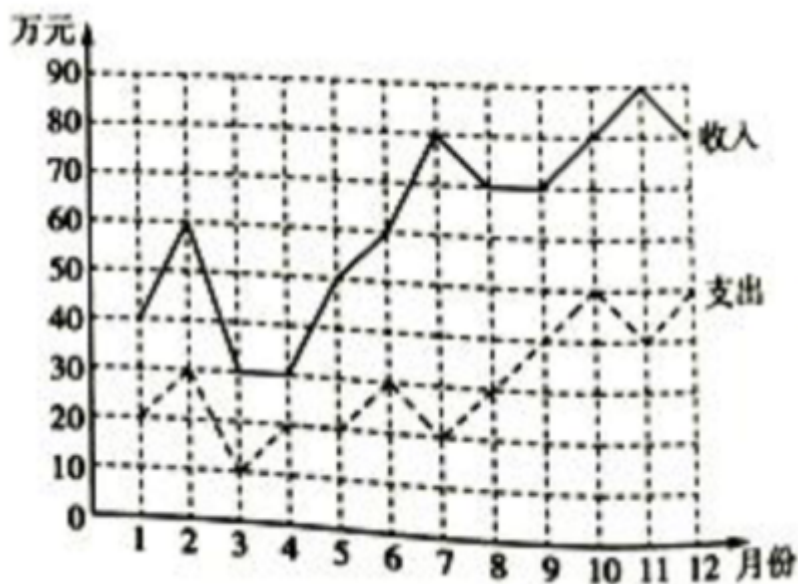
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

10. 将函数 $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 图象上每一点的横坐标变为原来的 2 倍，再将图像向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，得到函数

$y = g(x)$ 的图象，则函数 $y = g(x)$ 图象的一个对称中心为 ()

- A. $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ C. $(\pi, 0)$ D. $\left(\frac{4\pi}{3}, 0\right)$

11. 已知某超市 2018 年 12 个月的收入与支出数据的折线图如图所示：

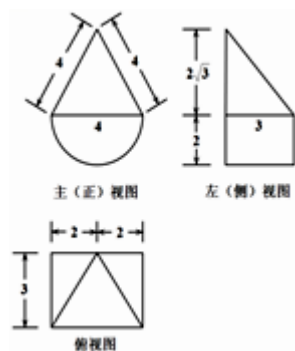


根据该折线图可知，下列说法错误的是 ()

- A. 该超市 2018 年的 12 个月中的 7 月份的收益最高
 B. 该超市 2018 年的 12 个月中的 4 月份的收益最低
 C. 该超市 2018 年 1-6 月份的总收益低于 2018 年 7-12 月份的总收益

D. 该超市 2018 年 7-12 月份的总收益比 2018 年 1-6 月份的总收益增长了 90 万元

12. 一个几何体的三视图如图所示, 则这个几何体的体积为 ()



A. $\frac{32\sqrt{3}}{3} + 6\pi$

B. $8\sqrt{3} + 6\pi$

C. $\frac{32\sqrt{3}}{3} + \frac{16\pi}{3}$

D. $8\sqrt{3} + \frac{16\pi}{3}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $B = \frac{\pi}{3}, a = 2, b = \sqrt{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

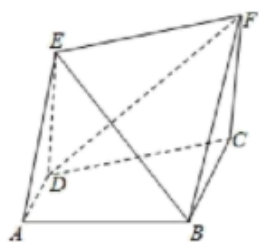
14. 已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2$, $\vec{a}, \vec{b}$ 的夹角等于 $\frac{\pi}{3}$, 且 $(\vec{a} - \vec{c}) \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = 0$, 则 $|\vec{c}|$ 的取值范围是_____.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1$, 且满足 $S_n = a_{n+1}$, 则数列 $\{S_n\}$ 的前 10 项的和为_____.

16. 某校 13 名学生参加军事冬令营活动, 活动期间各自扮演一名角色进行分组游戏, 角色按级别从小到大共 9 种, 分别为士兵、排长、连长、营长、团长、旅长、师长、军长和司令. 游戏分组有两种方式, 可以 2 人一组或者 3 人一组. 如果 2 人一组, 则必须角色相同; 如果 3 人一组, 则 3 人角色相同或者 3 人为级别连续的 3 个不同角色. 已知这 13 名学生扮演的角色有 3 名士兵和 3 名司令, 其余角色各 1 人, 现在新加入 1 名学生, 将这 14 名学生分成 5 组进行游戏, 则新加入的学生可以扮演的角色的种数为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

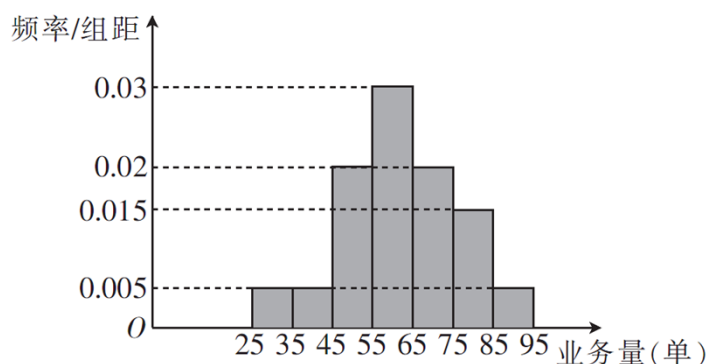
17. (12 分) 如图所示, 直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, AD \perp AB, AE = AB = BC = 2AD = 2$, 四边形 $EDCF$ 为矩形, $CF = \sqrt{3}$.



(1) 求证:平面 $ECF \perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 在线段 DF 上是否存在点 P ,使得直线 BP 与平面 ABE 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{15}}{10}$,若存在,求出线段 BP 的长,若不存在,请说明理由.

18. (12 分) 某大学开学期间, 该大学附近一家快餐店招聘外卖骑手, 该快餐店提供了两种日工资结算方案: 方案(a)规定每日底薪 100 元, 外卖业务每完成一单提成 2 元; 方案(b)规定每日底薪 150 元, 外卖业务的前 54 单没有提成, 从第 55 单开始, 每完成一单提成 5 元. 该快餐店记录了每天骑手的人均业务量, 现随机抽取 100 天的数据, 将样本数据分为 $[25,35), [35,45), [45,55), [55,65), [65,75), [75,85), [85,95]$ 七组, 整理得到如图所示的频率分布直方图.



(1) 随机选取一天, 估计这一天该快餐店的骑手的人均日外卖业务量不少于 65 单的概率;

(2) 从以往统计数据看, 新聘骑手选择日工资方案(a)的概率为 $\frac{1}{3}$, 选择方案(b)的概率为 $\frac{2}{3}$. 若甲、乙、丙、丁四名骑手分别到该快餐店应聘, 四人选择日工资方案相互独立, 求至少有两名骑手选择方案(a)的概率,

(3) 若仅从人日均收入的角度考虑, 请你为新聘骑手做出日工资方案的选择, 并说明理由. (同组中的每个数据用该组区间的中点值代替)

19. (12 分) 某工厂生产某种电子产品, 每件产品不合格的概率均为 p , 现工厂为提高产品声誉, 要求在交付用户前每件产品都通过合格检验, 已知该工厂的检验仪器一次最多可检验 5 件该产品, 且每件产品检验合格与否相互独立. 若每件产品均检验一次, 所需检验费用较多, 该工厂提出以下检验方案: 将产品每 k 个 ($k \leq 5$) 一组进行分组检验, 如果某一组产品检验合格, 则说明该组内产品均合格, 若检验不合格, 则说明该组内有不合格产品, 再对该组内每一件产品单独进行检验, 如此, 每一组产品只需检验 1 次或 $1+k$ 次. 设该工厂生产 1000 件该产品, 记每件产品的平均检验次数为 X .

(1) 求 X 的分布列及其期望;

(2) (i) 试说明, 当 p 越小时, 该方案越合理, 即所需平均检验次数越少;

(ii) 当 $p = 0.1$ 时, 求使该方案最合理时 k 的值及 1000 件该产品的平均检验次数.

20. (12 分) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_{n+1} = 2S_n + 1 (n \in \mathbb{N}^*)$

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

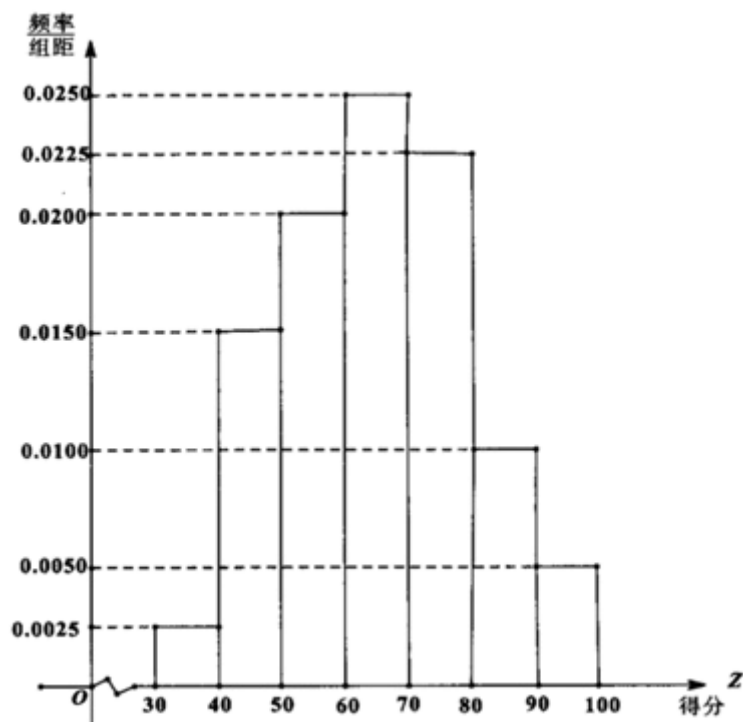
(II) 在 a_n 和 a_{n+1} 之间插入 n 个实数, 使得这 $n+2$ 个数依次组成公差为 d_n 的等差数列, 设数列 $\{\frac{1}{d_n}\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求证: $T_n < 2$.

21. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 是公比为正数的等比数列, 其前 n 项和为 S_n , 满足 $a_1 = 2$, 且 $a_2, 2S_2, a_3$ 成等差数列.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \log_2 a_n$, 求 $b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + b_5^2 - b_6^2 + \cdots + b_{99}^2 - b_{100}^2$ 的值.

22. (10 分) 2019 年安庆市在大力推进城市环境、人文精神建设的过程中, 居民生活垃圾分类逐渐形成意识. 有关部门为宣传垃圾分类知识, 面向该市市民进行了一次“垃圾分类知识”的网络问卷调查, 每位市民仅有一次参与机会, 通过抽样, 得到参与问卷调查中的 1000 人的得分数据, 其频率分布直方图如图:



(1) 由频率分布直方图可以认为, 此次问卷调查的得分 Z 服从正态分布 $N(\mu, 210)$, μ 近似为这 1000 人得分的平均值 (同一组数据用该区间的中点值作代表), 利用该正态分布, 求 $P(50.5 < Z < 94)$;

(2) 在 (1) 的条件下, 有关部门为此次参加问卷调查的市民制定如下奖励方案:

(i) 得分不低于 μ 可获赠 2 次随机话费, 得分低于 μ 则只有 1 次;

(ii) 每次赠送的随机话费 and 对应概率如下:

赠送话费（单位：元）	10	20
概率	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

现有一位市民要参加此次问卷调查，记 X （单位：元）为该市民参加问卷调查获赠的话费，求 X 的分布列.附：

$\sqrt{210}=14.5$ ，若 $Z: N(\mu, \delta^2)$ ，则 $P(\mu - \delta < Z < \mu + \delta) = 0.6826$ ， $P(\mu - 2\delta < Z < \mu + 2\delta) = 0.9544$ 。

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

求导得到 $f'(x) = e^x$ ，根据切线方程得到 $b = a \ln a$ ，故 $ab = a^2 \ln a$ ，设 $g(x) = x^2 \ln x$ ，求导得到函数在 $\left(0, e^{\frac{1}{2}}\right)$ 上

单调递减，在 $\left(e^{\frac{1}{2}}, +\infty\right)$ 上单调递增，故 $g(x)_{\min} = g\left(e^{\frac{1}{2}}\right)$ ，计算得到答案.

【详解】

$f(x) = e^x + b$ ，则 $f'(x) = e^x$ ，取 $e^{x_0} = a$ ， $(a > 0)$ ，故 $x_0 = \ln a$ ， $f(x_0) = a + b$ 。

故 $a + b = a(\ln a + 1)$ ，故 $b = a \ln a$ ， $ab = a^2 \ln a$ 。

设 $g(x) = x^2 \ln x$ ， $g'(x) = 2x \ln x + x = x(2 \ln x + 1)$ ，取 $g'(x) = 0$ ，解得 $x = e^{\frac{1}{2}}$ 。

故函数在 $\left(0, e^{\frac{1}{2}}\right)$ 上单调递减，在 $\left(e^{\frac{1}{2}}, +\infty\right)$ 上单调递增，故 $g(x)_{\min} = g\left(e^{\frac{1}{2}}\right) = -\frac{1}{2e}$ 。

故选：A。

【点睛】

本题考查函数的切线问题，利用导数求最值，意在考查学生的计算能力和综合应用能力。

2、D

【解析】

利用三角函数的图象变换求得函数的解析式，再根据三角函数的性质，即可求解，得到答案。

【详解】

将函数 $f(x) = \sin 2x$ 的图象向左平移 φ 个单位长度,

可得函数 $g(x) = \sin[2(x + \varphi)] = \sin(2x + 2\varphi)$

又由函数 $g(x)$ 为偶函数, 所以 $2\varphi = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, 解得 $\varphi = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$,

因为 $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$, 当 $k = 0$ 时, $\varphi = \frac{\pi}{4}$, 故选 D.

【点睛】

本题主要考查了三角函数的图象变换, 以及三角函数的性质的应用, 其中解答中熟记三角函数的图象变换, 合理应用三角函数的图象与性质是解答的关键, 着重考查了推理与运算能力, 属于基础题.

3、A

【解析】

过 M 作 MP 与准线垂直, 垂足为 P , 利用抛物线的定义可得 $\left| \frac{MA}{MF} \right| = \left| \frac{MA}{MP} \right| = \frac{1}{\cos \angle AMP} = \frac{1}{\cos \angle MAF}$, 要使 $\left| \frac{MA}{MF} \right|$

最大, 则 $\angle MAF$ 应最大, 此时 AM 与抛物线 C 相切, 再用判别式或导数计算即可.

【详解】

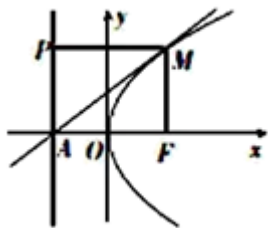
过 M 作 MP 与准线垂直, 垂足为 P , $\left| \frac{MA}{MF} \right| = \left| \frac{MA}{MP} \right| = \frac{1}{\cos \angle AMP} = \frac{1}{\cos \angle MAF}$,

则当 $\left| \frac{MA}{MF} \right|$ 取得最大值时, $\angle MAF$ 最大, 此时 AM 与抛物线 C 相切,

易知此时直线 AM 的斜率存在, 设切线方程为 $y = k(x + 1)$,

则 $\begin{cases} y = k(x + 1) \\ y^2 = 4x \end{cases}$. 则 $\Delta = 16 - 16k^2 = 0$, $k^2 = 1$, $k = \pm 1$,

则直线 AM 的方程为 $y = \pm (x + 1)$.



故选: A.

【点睛】

本题考查直线与抛物线的位置关系，涉及到抛物线的定义，考查学生转化与化归的思想，是一道中档题.

4、B

【解析】

$m+n=2$, 有 $\begin{cases} m=0 \\ n=2 \end{cases}$, $\begin{cases} m=1 \\ n=1 \end{cases}$, $\begin{cases} m=2 \\ n=0 \end{cases}$ 三种情形, 用 $(x-1)^3 = (-1+x)^3$ 中 x^m 的系数乘以 $(y-2)^5 = (-2+y)^5$ 中 y^n 的系数, 然后相加可得.

【详解】

当 $m+n=2$ 时, $(x-1)^3(y-2)^5$ 的展开式中 $x^m y^n$ 的系数为

$C_3^m x^m (-1)^{3-m} \cdot C_5^n y^n (-2)^{5-n} = C_3^m \cdot C_5^n \cdot (-1)^{3-(m+n)} \cdot 2^{5-n} x^m y^n = 2^{5-n} \cdot C_3^m \cdot C_5^n x^m y^n$. 当 $m=0$, $n=2$ 时, 系数为

$2^3 \times 1 \times 10 = 80$; 当 $m=1$, $n=1$ 时, 系数为 $2^4 \times 3 \times 5 = 240$; 当 $m=2$, $n=0$ 时, 系数为 $2^5 \times 3 \times 1 = 96$; 故满足

$m+n=2$ 的 $x^m y^n$ 的系数之和为 $80+240+96=416$.

故选: B.

【点睛】

本题考查二项式定理, 掌握二项式定理和多项式乘法是解题关键.

5、C

【解析】

设过点 F_1 作圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 的切线的切点为 T , 根据切线的性质可得 $OT \perp PF_1$, 且 $|OT| = a$, 再由 $|PF_2| = 2|PF_1|$ 和双曲线的定义可得 $|PF_1| = 2a$, $|PF_2| = 4a$, 得出 T 为 F_1P 中点, 则有 $OT \parallel PF_2$, 得到 $PF_2 \perp PF_1$, 即可求解.

【详解】

设过点 F_1 作圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 的切线的切点为 T ,

$$\therefore OT \perp PF_1, |F_1T| = \sqrt{|OF_1|^2 - b^2} = a$$

$$|PF_2| = 2|PF_1|, |PF_2| - |PF_1| = 2a, |PF_2| = 4a, |PF_1| = 2a,$$

所以 T 是 F_1P 中点, $\therefore OT \parallel PF_2, \therefore PF_1 \perp PF_2$,

$$\therefore |PF_1|^2 + |PF_2|^2 = 20a^2 = |F_1F_2|^2 = 4c^2,$$

$$\frac{c^2}{a^2} = 5, \therefore e = \sqrt{5}.$$

故选: C.

【点睛】

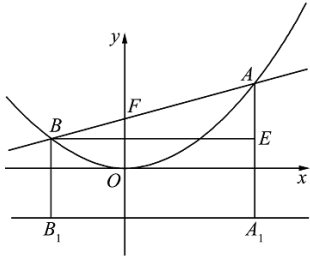
本题考查双曲线的性质、双曲线定义、圆的切线性质，意在考查直观想象、逻辑推理和数学计算能力，属于中档题.

6、C

【解析】

作 $AA_1 \perp l$, $BB_1 \perp l$; $BE \perp AA_1$, 由题意 $\sin \alpha = \frac{AE}{AB}$, 由二倍角公式即得解.

【详解】



由题意, $F\left(0, \frac{p}{2}\right)$, 准线 $l: y = -\frac{p}{2}$,

作 $AA_1 \perp l$, $BB_1 \perp l$; $BE \perp AA_1$,

设 $|BF| = |BB_1| = t$,

故 $|AB| = |AA_1| = 2t$, $|AE| = t$,

$$\sin \alpha = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = \frac{7}{9}.$$

故选: C

【点睛】

本题考查了抛物线的性质综合, 考查了学生综合分析, 转化划归, 数学运算的能力, 属于中档题.

7、D

【解析】

根据函数定义域的求解方法可分别求得集合 A, B , 由补集和交集定义可求得结果.

【详解】

$$Q A = \{x | 1 - x > 0\} = (-\infty, 1), B = (0, +\infty), \therefore \complement_U A = [1, +\infty),$$

$$\therefore (\complement_U A) \cap B = [1, +\infty).$$

故选: D.

【点睛】

本题考查集合运算中的补集和交集运算问题, 涉及到函数定义域的求解, 属于基础题.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/076050101101010142>