

八年级下册第一章《三角形的证明》提高训练专用

1、全等三角形

- (1) 性质：全等三角形的 对应边、对应角 相等。
(2) 判定：“SAS”、SSS、AAS、ASA、HL(直角三角形)。

2、等腰三角形

- (1) 性质：①等腰三角形的 两底角 相等。（“等边对等角”）
②等腰三角形的 顶角平分线、底边上的中线、底边上的高线 互相重合（三线合一）。
- (2) 判定：① 有两边相等的三角形是等腰三角形
② 有两个角相等的三角形是等腰三角形（等角对等边）
- (3) 反证法：先假设命题的结论不成立，然后推导出与已知条件相矛盾的结果
命题：由条件和结论组成
逆命题：由结论和条件组成

3、等边三角形

- (1) 定义：三条边都相等 的三角形是等边三角形。
(2) 性质：①三个内角都等于 60° ，三条边都相等
②具有等腰三角形的一切性质。
(3) 判定：①三个角都相等的三角形是等边三角形
②有一个角 等于 60° 的等腰三角形 是等边三角形。

4、直角三角形

- (1) 定理：在直角三角形中，如果一个锐角是 30° ，那么它所对的直角边等于斜边的一半。
(2) 定理：在直角三角中，斜边上的中线等于斜边的一半
(3) 直角三角形的两锐角互余。有两个角互余的三角形是直角三角形
(4) 勾股定理：直角三角形两条直角边的平方和等于斜边的平方
勾股定理的逆定理：如果三角形两边的平方和等于第三边的平方，那么这个 三角形是直角三角形
(5) “斜边、直角边”或“HL”
直角三角形全等的判定定理：斜边和一条直角边分别相等的两个直角三角形全等
定理的作用：判定两个直角三角形全等

5、线段的垂直平分线

- (1) 线段的垂直平分线上的点到这条线段的两个端点的距离相等
(2) 到一条线段两个端点距离相等的点，在这条线段的垂直平分线上

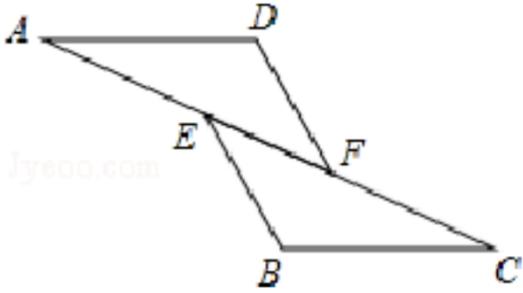
6、角平分线

- (1) 角平分线上的点到这个叫的两边的距离相等
(2) 在一个角的内部，到角的两边距离相等的点在这个角的平分线上

一、选择题（每小题 4 分，共 48 分）

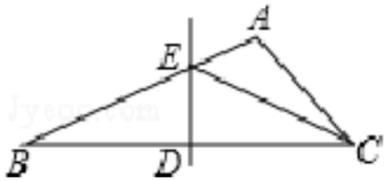
1. (4 分) (2015•钦州) 等腰三角形的一个角是 80° ，则它顶角的度数是 ()
A. 80° B. 80° 或 20° C. 80° 或 50° D. 20°
2. (4 分) 下列命题的逆命题是真命题的是 ()
A. 如果 $a > 0$, $b > 0$, 则 $a + b > 0$ B. 直角都相等
C. 两直线平行, 同位角相等 D. 若 $a = 6$, 则 $|a| = |b|$
3. (4 分) $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$, 最小边 $BC = 4 \text{ cm}$, 最长边 AB 的长是 ()
A. 5 cm B. 6 cm C. 7 cm D. 8 cm

4. (4分) (2015•安顺) 如图, 已知 $AE=CF$, $\angle AFD=\angle CEB$, 那么添加下列一个条件后, 仍无法判定 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ 的是 ()



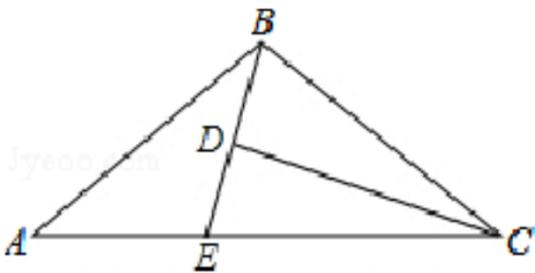
- A. $\angle A=\angle C$ B. $AD=CB$ C. $BE=DF$ D. $AD \parallel BC$

5. (4分) (2015•河池) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=30^\circ$, BC 的垂直平分线交 AB 于 E , 垂足为 D . 若 $ED=5$, 则 CE 的长为 ()



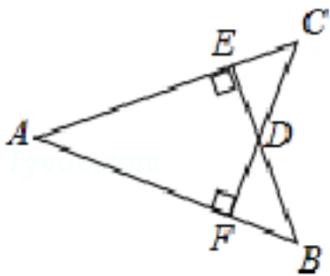
- A. 10 B. 8 C. 5 D. 2.5

6. (4分) (2015•邯郸一模) 如图, D 为 $\triangle ABC$ 内一点, CD 平分 $\angle ACB$, $BE \perp CD$, 垂足为 D , 交 AC 于点 E , $\angle A=\angle ABE$. 若 $AC=5$, $BC=3$, 则 BD 的长为 ()



- A. 2.5 B. 1.5 C. 2 D. 1

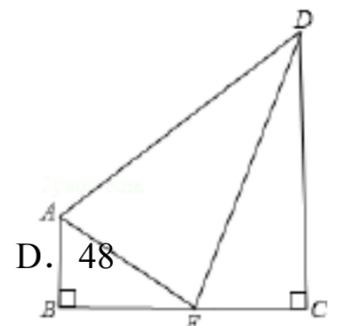
7. (4分) 如图, $AB=AC$, $BE \perp AC$ 于点 E , $CF \perp AB$ 于点 F , BE 、 CF 相交于点 D , 则 ① $\triangle ABE \cong \triangle ACF$; ② $\triangle BDF \cong \triangle CDE$; ③ 点 D 在 $\angle BAC$ 的平分线上. 以上结论正确的是 ()



- A. ① B. ② C. ①② D. ①②③

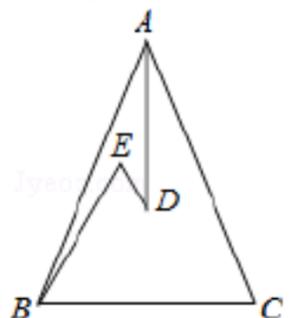
8. (4分) 如图所示, $AB \perp BC$, $DC \perp BC$, E 是 BC 上一点, $\angle BAE=\angle DEC=60^\circ$, $AB=3$, $CE=4$, 则 AD 等于 ()

- A. 10 B. 12 C. 24



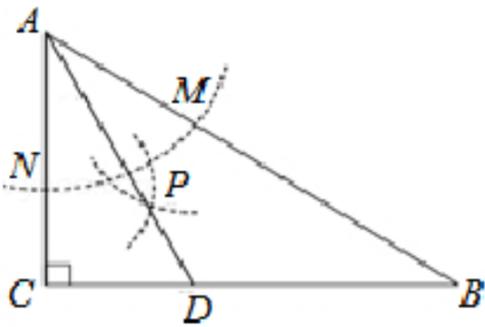
9. (4分) 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 、 E 是 $\triangle ABC$ 内两点, AD 平分 $\angle BAC$. $\angle EBC=\angle E=60^\circ$, 若 $BE=6$, $DE=2$, 则 BC 的长度是 ()

- A. 6 B. 8 C. 9 D. 10



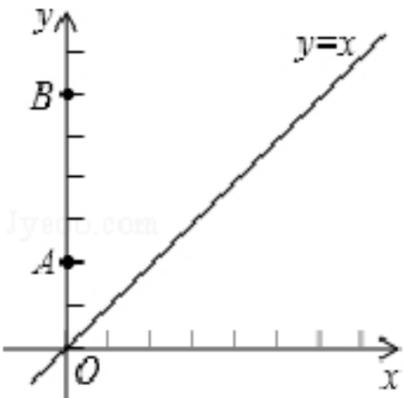
10. (4分) (2015•遂宁) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$, 以A为圆心, 任意长为半径画弧分别交AB、AC于点M和N, 再分别以M、N为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧, 两弧交于点P, 连结AP并延长交BC于点D, 则下列说法中正确的个数是 ()

- ①AD是 $\angle BAC$ 的平分线; ② $\angle ADC=60^\circ$; ③点D在AB的中垂线上; ④ $S_{\triangle DAC}: S_{\triangle ABC}=1:3$.



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

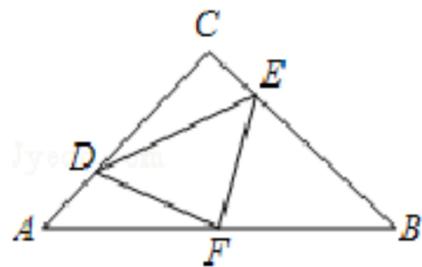
12. (4分) (2015•龙岩) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(0, 2)$, $B(0, 6)$, 动点C在直线 $y=x$ 上. 若以A、B、C三点为顶点的三角形是等腰三角形, 则点C的个数是 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

13. (4分) (2015•重庆) 如图, 在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=8$, F是AB边上的中点, 点D, E分别在AC, BC边上运动, 且保持 $AD=CE$. 连接DE, DF, EF. 在此运动变化的过程中, 下列结论:

- ① $\triangle DFE$ 是等腰直角三角形;
②四边形CDFE不可能为正方形;
③DE长度的最小值为4;
④四边形CDFE的面积保持不变;
⑤ $\triangle CDE$ 面积的最大值为8.



其中正确的结论是 ()

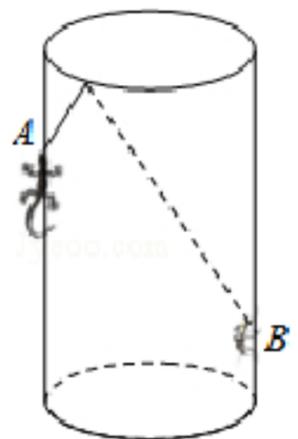
- A. ①②③ B. ①④⑤ C. ①③④ D. ③④⑤

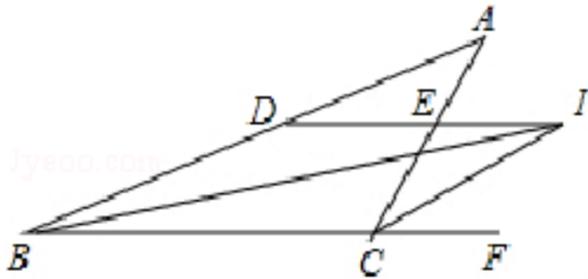
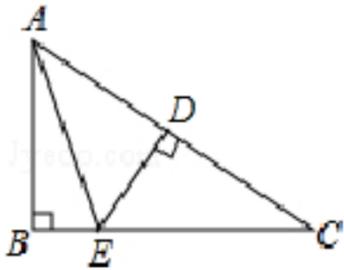
二、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

14. (4分) 用反证法证明命题“三角形中必有一个内角小于或等于 60° ”时, 首先应假设这个三角形中 _____.

15. (4分) (2015•雅安) 若 $(a-1)^2+|b-2|=0$, 则以a、b为边长的等腰三角形的周长为 _____.

16. (4分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, DE是AC的垂直平分线, 交AC于点D, 交BC于点E, $\angle BAE=20^\circ$, 则 $\angle C=$ _____.

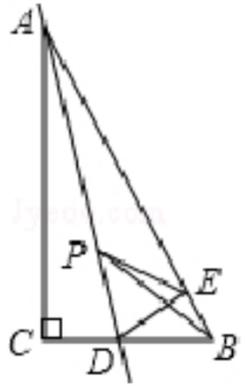




17. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BI 、 CI 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ACF$, DE 过点 I , 且 $DE \parallel BC$. $BD=8\text{cm}$, $CE=5\text{cm}$, 则 DE 等于_____.

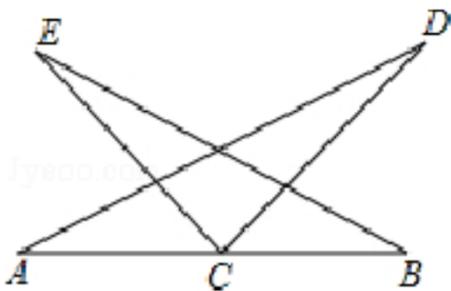
18. (4分) (2015•东营) 如图, 圆柱形容器中, 高为 1.2m , 底面周长为 1m , 在容器内壁离容器底部 0.3m 的点 B 处有一蚊子, 此时一只壁虎正好在容器外壁, 离容器上沿 0.3m 与蚊子相对的点 A 处, 则壁虎捕捉蚊子的最短距离为_____m (容器厚度忽略不计).

19. (4分) (2013•资阳) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=60^\circ$, 点 D 是 BC 边上的点, $CD=1$, 将 $\triangle ABC$ 沿直线 AD 翻折, 使点 C 落在 AB 边上的点 E 处, 若点 P 是直线 AD 上的动点, 则 $\triangle PEB$ 的周长的最小值是_____.

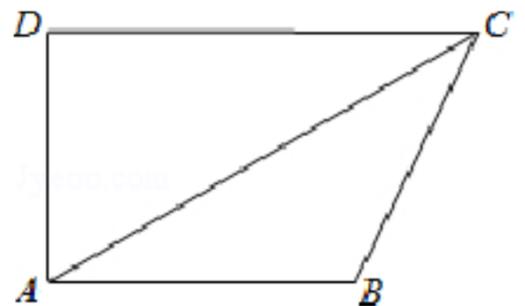
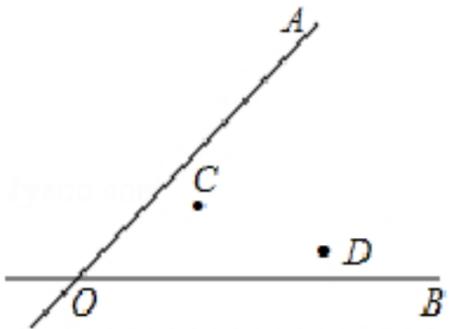


三、解答题 (每小题 7 分, 共 14 分)

20. (7分) (2015•常州) 如图, C 是 AB 的中点, $AD=BE$, $CD=CE$. 求证: $\angle A=\angle B$.



21. (7分) (2015•兰州) 如图, 两条公路 OA 和 OB 相交于 O 点, 在 $\angle AOB$ 的内部有工厂 C 和 D , 现要修建一个货站 P , 使货站 P 到两条公路 OA 、 OB 的距离相等, 且到两工厂 C 、 D 的距离相等, 用尺规作出货站 P 的位置. (要求: 不写作法, 保留作图痕迹, 写出结论)

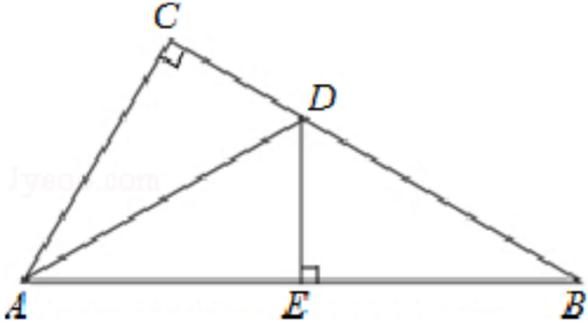


四、解答题 (每小题 10 分, 共 40 分)

22. (10分) (2015•攀枝花模拟) 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle D=90^\circ$, $\angle DCA=30^\circ$, CA 平分 $\angle DCB$, $AD=4\text{cm}$, 求 AB 的长度?

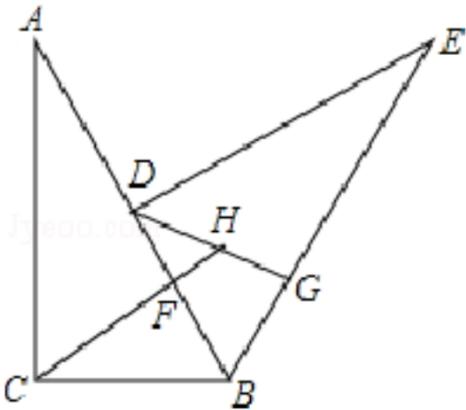
23. (10分) (2015•温州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, AD 平分 $\angle CAB$, 交 CB 于点 D , 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E .

- (1) 求证: $\triangle ACD \cong \triangle AED$;
- (2) 若 $\angle B=30^\circ$, $CD=1$, 求 BD 的长.



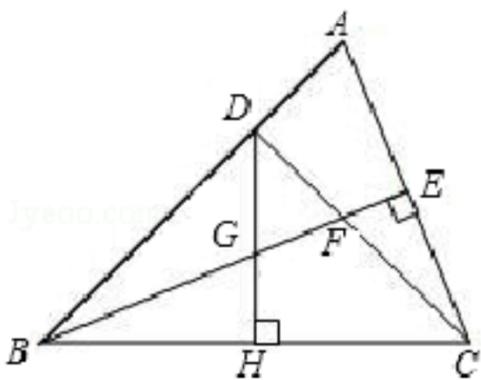
24. (10分) (2015•大庆) 如图, 把一个直角三角形 ACB ($\angle ACB=90^\circ$) 绕着顶点 B 顺时针旋转 60° , 使得点 C 旋转到 AB 边上的一点 D , 点 A 旋转到点 E 的位置. F, G 分别是 BD, BE 上的点, $BF=BG$, 延长 CF 与 DG 交于点 H .

- (1) 求证: $CF=DG$;
- (2) 求出 $\angle FHG$ 的度数.



25. (10分) 已知: 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=45^\circ$, DH 垂直平分 BC 交 AB 于点 D , BE 平分 $\angle ABC$, 且 $BE \perp AC$ 于 E , 与 CD 相交于点 F .

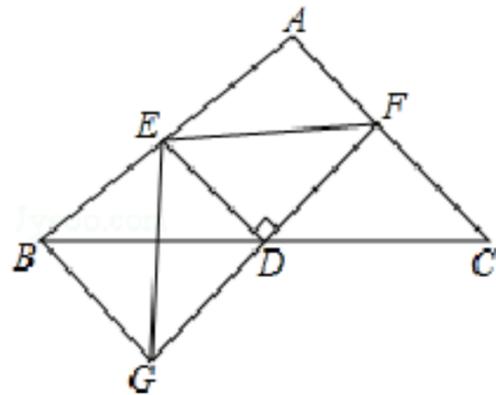
- (1) 求证: $BF=AC$;
- (2) 求证 $CE = \frac{1}{2}BF$



五、解答题（每小题 12 分，共 24 分）

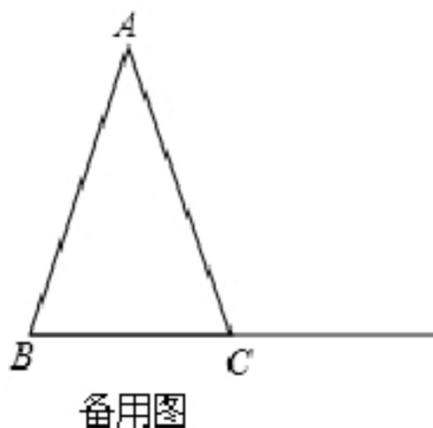
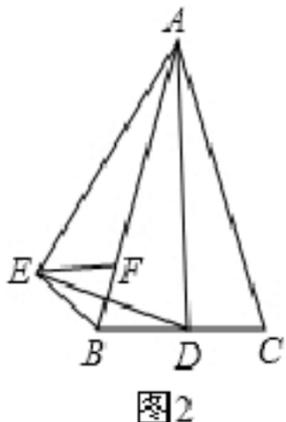
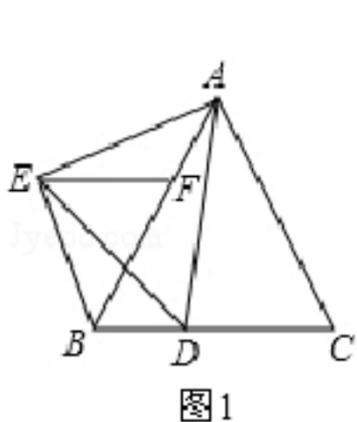
26. (12 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D 是 BC 的中点，过点 D 的直线 GF 交 AC 于点 F，交 AC 的平行线 BG 于点 G， $DE \perp DF$ 交 AB 于点 E，连接 EG、EF.

- (1) 求证：BG=CF；
- (2) 求证：EG=EF；
- (3) 请你判断 BE+CF 与 EF 的大小关系，并证明你的结论.



27. (12 分) $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，点 D 为射线 BC 上一个动点（不与 B、C 重合），以 AD 为一边向 AD 的左侧作 $\triangle ADE$ ，使 $AD=AE$ ， $\angle DAE=\angle BAC$ ，过点 E 作 BC 的平行线，交直线 AB 于点 F，连接 BE.

- (1) 如图 1，若 $\angle BAC=\angle DAE=60^\circ$ ，则 $\triangle BEF$ 是 _____ 三角形；
- (2) 若 $\angle BAC=\angle DAE \neq 60^\circ$
 - ① 如图 2，当点 D 在线段 BC 上移动，判断 $\triangle BEF$ 的形状并证明；
 - ② 当点 D 在线段 BC 的延长线上移动， $\triangle BEF$ 是什么三角形？请直接写出结论并画出相应的图形.



北师大版八年级下册《第 1 章 三角形的证明》

2016 年单元检测卷 A (一)

参考答案与试题解析

一、选择题 (每小题 4 分, 共 48 分)

1. (4 分) (2013•钦州) 等腰三角形的一个角是 80° , 则它顶角的度数是 ()

- A. 80° B. 80° 或 20° C. 80° 或 50° D. 20°

考点: 等腰三角形的性质.

专题: 分类讨论.

分析: 分 80° 角是顶角与底角两种情况讨论求解.

解答: 解: ① 80° 角是顶角时, 三角形的顶角为 80° ,
② 80° 角是底角时, 顶角为 $180^\circ - 80^\circ \times 2 = 20^\circ$,
综上所述, 该等腰三角形顶角的度数为 80° 或 20° .
故选 B.

点评: 本题考查了等腰三角形两底角相等的性质, 难点在于要分情况讨论求解.

2. (4 分) 下列命题的逆命题是真命题的是 ()

- A. 如果 $a > 0, b > 0$, 则 $a + b > 0$ B. 直角都相等
C. 两直线平行, 同位角相等 D. 若 $a = 6$, 则 $|a| = |b|$

考点: 命题与定理.

分析: 先写出每个命题的逆命题, 再进行判断即可.

解答: 解: A. 如果 $a > 0, b > 0$, 则 $a + b > 0$: 如果 $a + b > 0$, 则 $a > 0, b > 0$, 是假命题;
B. 直角都相等的逆命题是相等的角是直角, 是假命题; C
. 两直线平行, 同位角相等的逆命题是同位角相等, 两直线平行, 是真命题; D
. 若 $a = 6$, 则 $|a| = |b|$ 的逆命题是若 $|a| = |b|$, 则 $a = 6$, 是假命题.
故选: C.

点评: 此题考查了命题与定理, 两个命题中, 如果第一个命题的条件是第二个命题的结论, 而第一个命题的结论又是第二个命题的条件, 那么这两个命题叫做互逆命题. 其中一个命题称为另一个命题的逆命题. 正确的命题叫真命题, 错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

3. (4 分) $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$, 最小边 $BC = 4 \text{ cm}$, 最长边 AB 的长是 ()

- A. 5 cm B. 6 cm C. 7 cm D. 8 cm

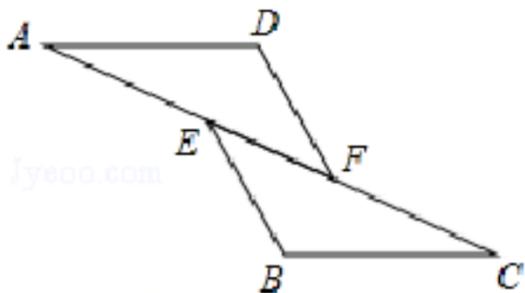
考点: 含 30° 度角的直角三角形.

分析: 三个内角的比以及三角形的内角和定理, 得出各个角的度数. 以及直角三角形中角 30° 所对的直角边是斜边的一半.

解答: 解: 根据三个内角的比以及三角形的内角和定理, 得直角三角形中的最小内角是 30° , 根据 30° 所对的直角边是斜边的一半, 得最长边是最小边的 2 倍, 即 8, 故选 D.

点评: 此题主要是运用了直角三角形中角 30° 所对的直角边是斜边的一半.

4. (4分) (2013•安顺) 如图, 已知 $AE=CF$, $\angle AFD=\angle CEB$, 那么添加下列一个条件后, 仍无法判定 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ 的是 ()



- A. $\angle A=\angle C$ B. $AD=CB$ C. $BE=DF$ D. $AD \parallel BC$

考点: 全等三角形的判定.

分析: 求出 $AF=CE$, 再根据全等三角形的判定定理判断即可.

解答: 解: $\because AE=CF$,
 $\therefore AE+EF=CF+EF$,
 $\therefore AF=CE$,

A、 \because 在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle CBE$ 中

$$\begin{cases} \angle A=\angle C \\ AF=CE \\ \angle AFD=\angle CEB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE$ (ASA), 正确, 故本选项错误;

B、根据 $AD=CB$, $AF=CE$, $\angle AFD=\angle CEB$ 不能推出 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$, 错误, 故本选项正确; C

、 \because 在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle CBE$ 中

$$\begin{cases} AF=CE \\ \angle AFD=\angle CEB \\ DF=BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE$ (SAS), 正确, 故本选项错误;

D、 $\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle A=\angle C$,

\therefore 在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle CBE$ 中

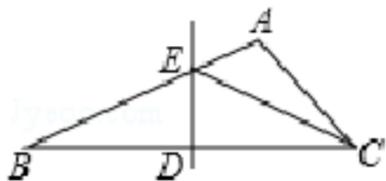
$$\begin{cases} \angle A=\angle C \\ AF=CE \\ \angle AFD=\angle CEB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE$ (ASA), 正确, 故本选项错误;

故选 B.

点评: 本题考查了平行线性质的应用, 注意: 全等三角形的判定定理有 SAS, ASA, AAS, SSS.

5. (4分) (2012•河池) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=30^\circ$, BC 的垂直平分线交 AB 于 E , 垂足为 D . 若 $ED=5$, 则 CE 的长为 ()

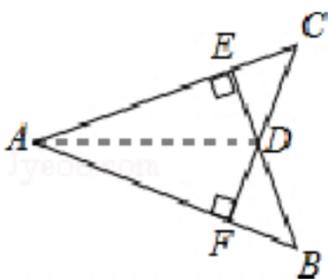


- A. 10 B. 8 C. 5 D. 2.5

考点: 线段垂直平分线的性质; 含 30° 度角的直角三角形.

分析: 根据线段垂直平分线性质的得出 $BE=CE$, 根据含 30° 度角的直角三角形性质求出 BE 的长, 即可求出 CE 长.

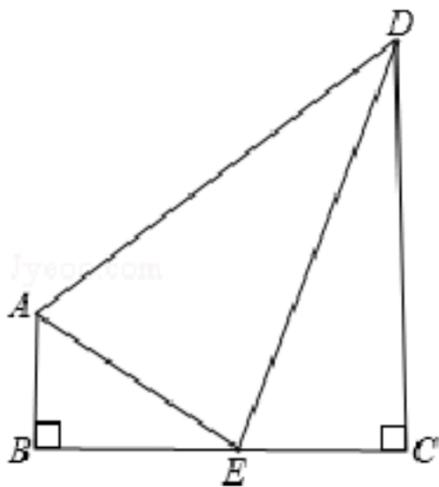
解答：解：∵ $BE \perp AC$ 于 E , $CF \perp AB$ 于 F
 ∴ $\angle AEB = \angle AFC = 90^\circ$,
 ∵ $AB = AC$, $\angle A = \angle A$,
 ∴ $\triangle ABE \cong \triangle ACF$ (①正确)
 ∴ $AE = AF$,
 ∴ $BF = CE$,
 ∵ $BE \perp AC$ 于 E , $CF \perp AB$ 于 F , $\angle BDF = \angle CDE$,
 ∴ $\triangle BDF \cong \triangle CDE$ (②正确)
 ∴ $DF = DE$,
 连接 AD ,



∵ $AE = AF$, $DE = DF$, $AD = AD$,
 ∴ $\triangle AED \cong \triangle AFD$,
 ∴ $\angle FAD = \angle EAD$,
 即点 D 在 $\angle BAC$ 的平分线上 (③正确)
 故选 D .

点评：此题考查了角平分线的性质及全等三角形的判定方法等知识点，要求学生要灵活运用，做题时要由易到难，不重不漏。

8. (4分) 如图所示, $AB \perp BC$, $DC \perp BC$, E 是 BC 上一点, $\angle BAE = \angle DEC = 60^\circ$, $AB = 3$, $CE = 4$, 则 AD 等于 ()



A. 10

B. 12

C. 24

D. 48

考点：勾股定理；含 30° 度角的直角三角形.

分析：本题主要考查勾股定理运用，解答时要灵活运用直角三角形的性质.

解答：解：∵ $AB \perp BC$, $DC \perp BC$, $\angle BAE = \angle DEC = 60^\circ$

∴ $\angle AEB = \angle CDE = 30^\circ$

∵ 30° 所对的直角边是斜边的一半

∴ $AE = 6$, $DE = 8$

又∵ $\angle AED = 90^\circ$

根据勾股定理

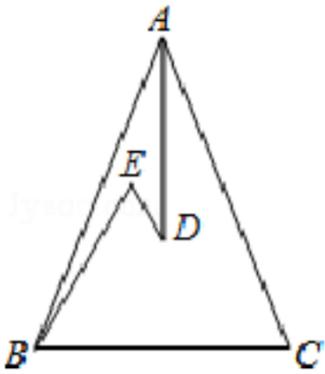
∴ $AD = 10$.

故选 A .

点评：解决此类题目的关键是熟练掌握运用直角三角形两个锐角互余， 30° 所对的直角边是斜边的一半，勾股定理

的性质.

9. (4分) 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 、 E 是 $\triangle ABC$ 内两点, AD 平分 $\angle BAC$. $\angle EBC=\angle E=60^\circ$, 若 $BE=6$, $DE=2$, 则 BC 的长度是 ()



A. 6

B. 8

C. 9

D. 10

考点: 等边三角形的判定与性质; 等腰三角形的性质.

分析: 作出辅助线后根据等腰三角形的性质得出 $BE=6$, $DE=2$, 进而得出 $\triangle BEM$ 为等边三角形, $\triangle EFD$ 为等边三角形, 从而得出 BN 的长, 进而求出答案.

解答: 解: 延长 ED 交 BC 于 M , 延长 AD 交 BC 于 N , 作 $DF \parallel BC$,

$\because AB=AC$, AD 平分 $\angle BAC$,

$\therefore AN \perp BC$, $BN=CN$,

$\because \angle EBC=\angle E=60^\circ$,

$\therefore \triangle BEM$ 为等边三角形,

$\therefore \triangle EFD$ 为等边三角形,

$\because BE=6$, $DE=2$,

$\therefore DM=4$,

$\because \triangle BEM$ 为等边三角形,

$\therefore \angle EMB=60^\circ$,

$\because AN \perp BC$,

$\therefore \angle DNM=90^\circ$,

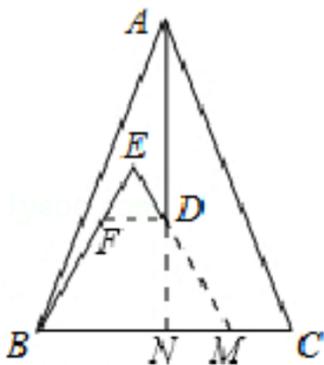
$\therefore \angle NDM=30^\circ$,

$\therefore NM=2$,

$\therefore BN=4$,

$\therefore BC=2BN=8$,

故选B.



点评: 此题主要考查了等腰三角形的性质和等边三角形的性质, 能求出 MN 的长是解决问题的关键.

10. (4分) (2013•遂宁) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$, 以 A 为圆心, 任意长为半径画弧分别交 AB 、 AC 于点 M 和 N , 再分别以 M 、 N 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧, 两弧交于点 P , 连结 AP 并延

长交 BC 于点 D , 则下列说法中正确的个数是 ()

① AD 是 $\angle BAC$ 的平分线; ② $\angle ADC=60^\circ$; ③点 D 在 AB 的中垂线上; ④ $S_{\triangle DAC}: S_{\triangle ABC}=1: 3$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/076100133223010145>