

湖南省名师网络工作室精品课

1.1.2空间向量的数量积

年 级：高二年级

学 科：数学(人教A版)

主讲人：谢婷

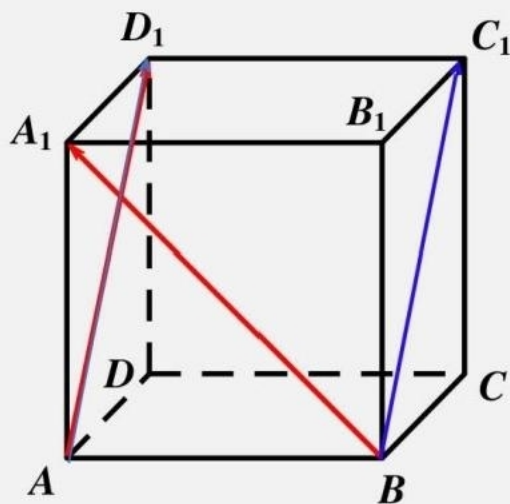
学 校：湖南省株洲市茶陵县第三中学

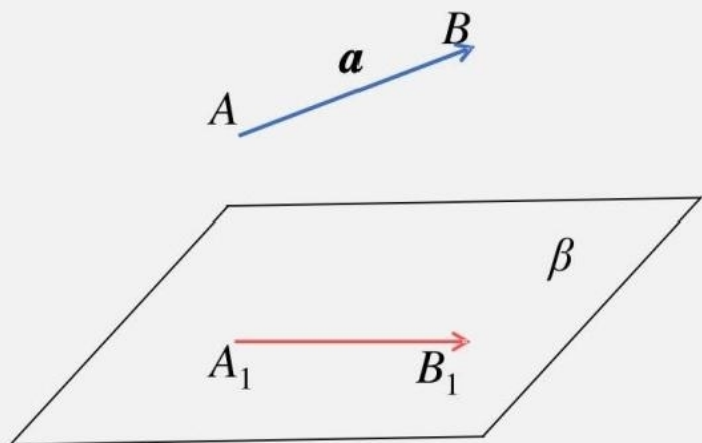




情景导入

由于任意两个空间向量都可以通过平移转化为同一平面内的向量，因此，两个空间向量的夹角和数量积就可以像平面向量那样来定义。



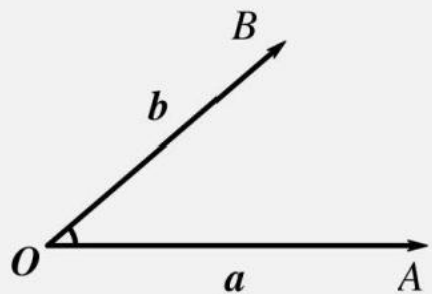


通过**类比**平面向量问题的研究方法来研究空间向量问题，从而**类比**平面向量数量积来学习空间向量数量积。



探索新知：空间向量的夹角

已知两个非零向量 a, b ，在空间任取一点 O ，作 $OA=a, OB=b$ 。



1. 空间向量的夹角

(1) 定义： $\angle AOB$ 叫做向量 a, b 的 **夹角**，
记作 $\langle a, b \rangle$ 。



探索新知

(2) 夹角的范围:

通常规定, $0 \leq \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle \leq \pi$. 这样, 两个向量的夹角是

唯一确定的, 且 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = (\mathbf{a}, \mathbf{b})$. 如果 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{\pi}{2}$,

那么向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 互相垂直, 记作 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$.



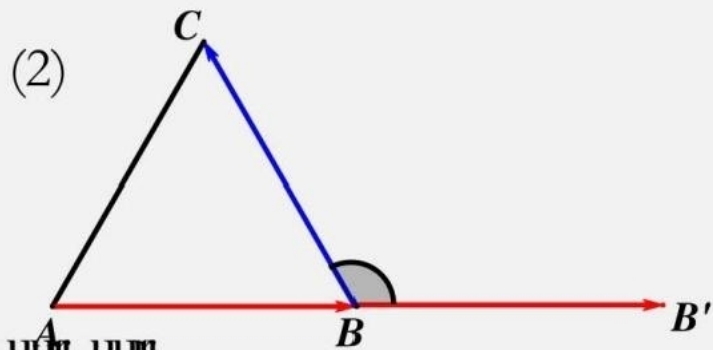
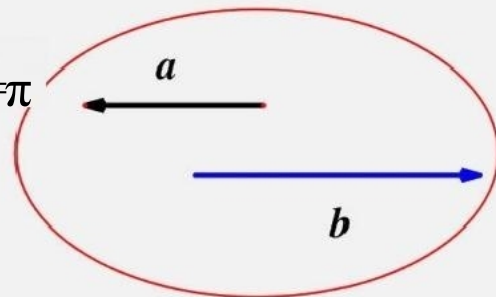
辨析

1. 判一判(正确的打“√”,错误的打“×”)

(1) 对于空间任意两个非零向量 a, b , $a \parallel b$ 是 $\langle a, b \rangle = 0$ 的充要条件. (X)

(2) 在等边 $\triangle ABC$ 中, $\langle AB, BC \rangle = \frac{\pi}{3}$. (X)

解析: (1) 反例, 当 a, b 方向相反时, $\langle a, b \rangle = \pi$

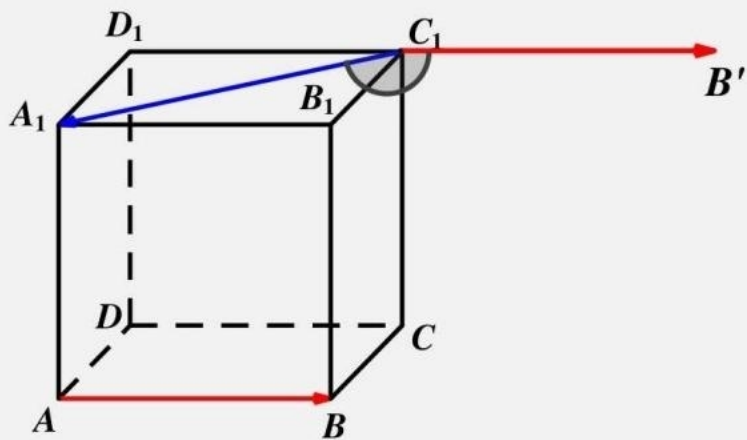


$\langle AB, BC \rangle = \frac{2\pi}{3}$ $\frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$



练习

2. 如图，在正方形 $ABCD-AB_1C_1D_1$ 中， AB 与 CA 夹角为是 135°





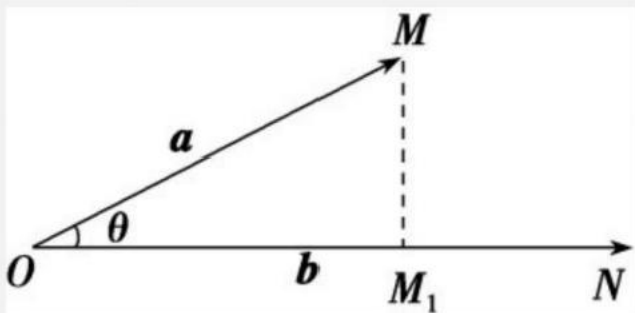
探索新知：空间向量的数量积

2. 空间向量的数量积

(1) 定义：已知两个非零向量 a, b , 则 $a \cdot b = |a| |b| \cos \theta$ 叫做 a, b 的数量积, 记作 $a \cdot b$. 即

其中, $a \cdot b = |a| |b| \cos \theta$ 叫做向量 a 在向量 b 上的投影向量.

特别地, 零向量与任意向量的数量积为 0.





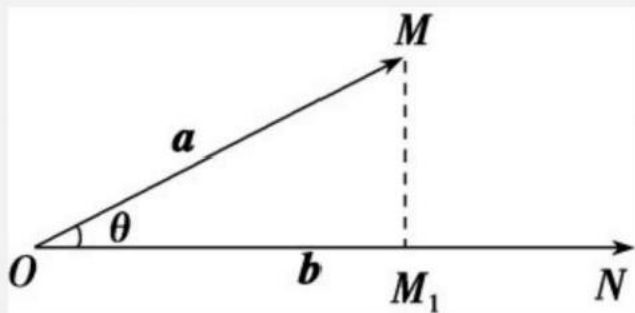
探索新知：空间向量的数量积

2. 空间向量的数量积

(1) 定义：已知两个非零向量 a, b ，则 $|a| \cos \langle a, b \rangle$ 叫做 a ， b 的数量积，记作 $a \cdot b$ 。即 $|a| \cos \langle a, b \rangle$ 。

其中， $|a| \cos \langle a, b \rangle$ 叫做向量 a 在向量 b 上的投影向量。

特别地，零向量与任意向量的数量积为 0。



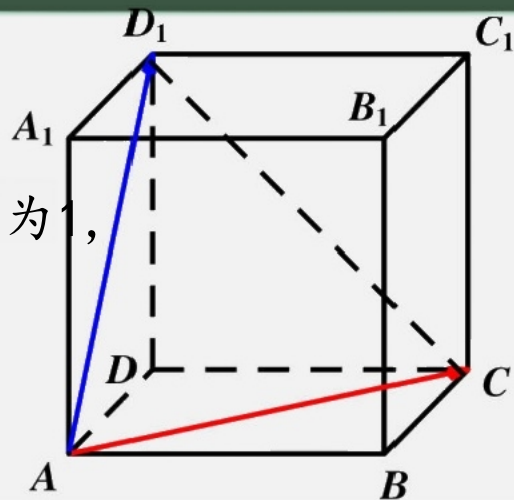


练习

在正方体 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ 中，棱长为1，
则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD_1}$ 等于()
A.0 B.1 C. $\frac{1}{2}$ D.-1

解析： 连接 CD_1 ,

易知 $\triangle ACD_1$ 为等边三角形，所以 $\angle CAD_1 = 60^\circ$ 又 $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD_1}| = \sqrt{2}$



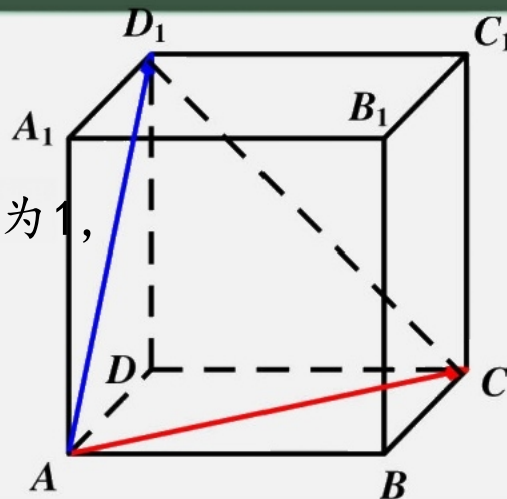


练习

在正方体 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ 中，棱长为1，

则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD_1}$ 等于()

- A.0 B.1 C. $\frac{1}{2}$ D.-1



解析： 连接 CD_1 ，

易知 $\triangle ACD_1$ 为等边三角形，所以 $\angle CAD_1 = 60^\circ$

又 $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD_1}| = \sqrt{2}$

根据空间向量的数量积的定义，

$$\therefore \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD_1} = |\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{AD_1}| \cos \angle CAD_1 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \cos 60^\circ =$$

1 故选B



方法总结

1. 求两向量数量积的解题思路:

(1) 用基底表示目标向量.

(2) 根据向量的方向求出两向量的夹角.

(3) 使用公式 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$ 得结果.

2. 数量积的运算结果是一个数量,

正、负、零皆有可能.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/076115035223010141>