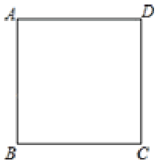
数学平行四边形的专项培优练习题(及解析

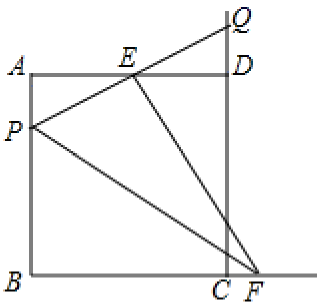
一、选择题

1．如图，在边长为 5 的正方形 $ABCD$ 中，以 A 为一个顶点，另外两个顶点在正方形 $ABCD$ 的边上，且含边长为 3 的所有大小不同的等腰三角形的个数为（　）



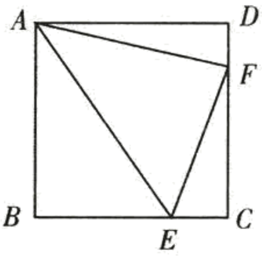
A．3　　B．4　　C．5　　D．6

2．在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中，P 为 AB 上的一动点，E 为 AD 中点，PE 交 CD 延长线于 Q，过 E 作 $EF\perp PQ$ 交 BC 的延长线于 F，则下列结论：① $\Delta APE\cong\Delta DQE$；② $PQ=EF$；③当 P 为 AB 中点时，$CF=\sqrt{2}$；④若 H 为 QC 的中点，当 P 从 A 移动到 B 时，线段 EH 扫过的面积为 $\frac{1}{2}$，其中正确的是（　）



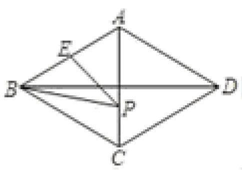
A．①②　　B．①②④　　C．②③④　　D．①②③

3．如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 8，点 E，F 分别在边 BC、CD 上，$\angle EAF=45°$．当 $EF=8$ 时，$\triangle AEF$ 的面积是（　）．



A．8　　B．16　　C．24　　D．32

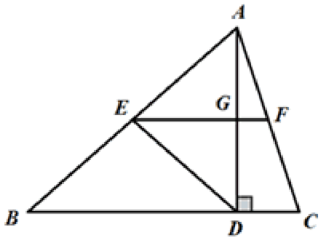
4．如图，在菱形 ABCD 中，AC 与 BD 相交于点 O，AB＝4，BD＝$4\sqrt{3}$，E 为 AB 的中点，点 P 为线段 AC 上的动点，则 EP+BP 的最小值为（　　）



A．4　　B．$2\sqrt{5}$　　C．$2\sqrt{7}$　　D．8

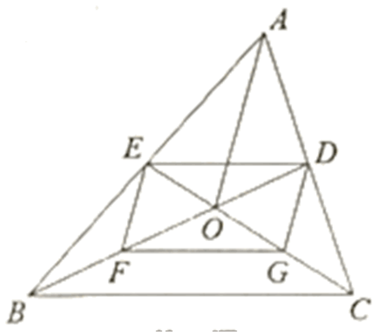
5．如图，锐角△ABC 中，AD 是高，E,F 分别是 AB,AC 中点,EF 交 AD 于 G,已知 GF=1,AC=

6,△DEG 的周长为 10，则△ABC 的周长为（　）



A．27-3$\sqrt{2}$　　B．28-3$\sqrt{2}$　　C．28-4$\sqrt{2}$　　D．29-5$\sqrt{2}$

6．如图，在$\vee ABC$中，BD，CE是$\vee ABC$的中线，BD与CE相交于点O，点F，G分别是BO，CO的中点，连接AO，若要使得四边形$DEFG$是正方形，则需要满足条件（　）



A．$AO=BC$　　B．$AB\perp AC$

C．$AB=AC$且$AB\perp AC$　　D．$AO=BC$且$AO\perp BC$

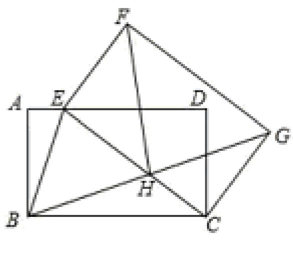
7．如图，在矩形$ABCD$中，把矩形$ABCD$绕点C旋转，得到矩形$FECG$，且点E落在AD上，连接BE，BG，BG交CE于点H，连接FH，若FH平分ĐEFG，则下列结论：

①$AE+CH=EH$；

②$\angle DEC=2\angle ABE$；

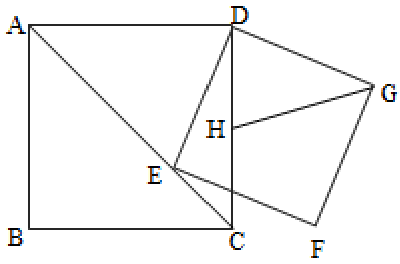
③$BH=HG$；

④$CH=2AB$，其中正确的个数是（　）



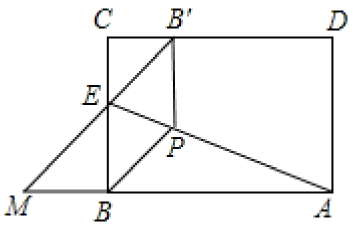
A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

8．如图，在正方形$ABCD$中，$AB=4$，E是对角线AC上的动点，以DE为边作正方形$DEFG$，H是CD的中点，连接GH，则GH的最小值为（　）



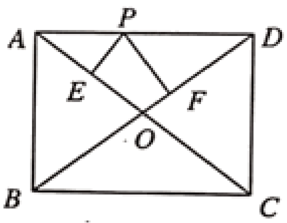
A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{5}-1$　　C. 2　　D. $4-2\sqrt{2}$

9．矩形纸片 ABCD 中，AB＝5，AD＝4，将纸片折叠，使点 B 落在边 CD 上的点 B' 处，折痕为 AE．延长 $B'E$ 交 AB 的延长线于点 M，折痕 AE 上有点 P，下列结论中：①$\angle M=\angle DAB'$；② $PB=PB'$；③AE＝$\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$；④ $MB'=CD$；⑤若 $B'P\perp CD$，则 $EB'=B'P$．正确的有（　　）个



A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

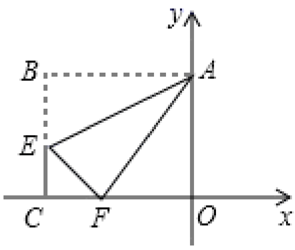
10．如图，矩形 ABCD 的对角线 AC、BD 交于点 O，点 P 在边 AD 上从点 A 到点 D 运动，过点 P 作 PE⊥AC 于点 E，作 PF⊥BD 于点 F，已知 AB=3，AD=4，随着点 P 的运动，关于 PE+PF 的值，下面说法正确的是（　）



A. 先增大，后减小　　B. 先减小，后增大　　C. 始终等于 2.4　　D. 始终等于 3

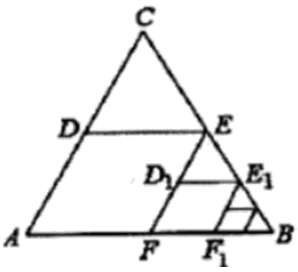
二、填空题

11．如图，在平面直角坐标系中，矩形 *ABCO* 的边 *CO*、*OA* 分别在 *x* 轴、*y* 轴上，点 *E* 在边 *BC* 上，将该矩形沿 *AE* 折叠，点 *B* 恰好落在边 *OC* 上的 *F* 处．若 *OA*＝8，*CF*＝4，则点 *E* 的坐标是_____．



12．如图，ΔABC 是边长为1的等边三角形，取 BC 边中点 E，作 $ED//AB$，$EF//AC$，得到四边形 $EDAF$，它的周长记作 C_1；取 BE 中点 E_1，作 $E_1D_1//FB$，

$E_1F_1//EF$，得到四边形$E_1D_1FF_1$，它的周长记作C_2．照此规律作下去，则$C_{2020}=$______.



13．如图所示，菱形 *ABCD*，在边 *AB* 上有一动点 *E*，过菱形对角线交点 *O* 作射线 *EO* 与 *CD* 边交于点 *F*，线段 *EF* 的垂直平分线分别交 *BC*、*AD* 边于点 *G*、*H*，得到四边形 *EGFH*，点 *E* 在运动过程中，有如下结论：

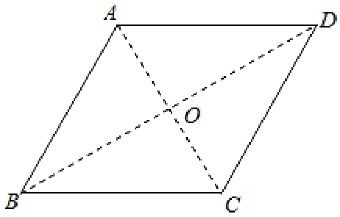
①可以得到无数个平行四边形 *EGFH*；

②可以得到无数个矩形 *EGFH*；

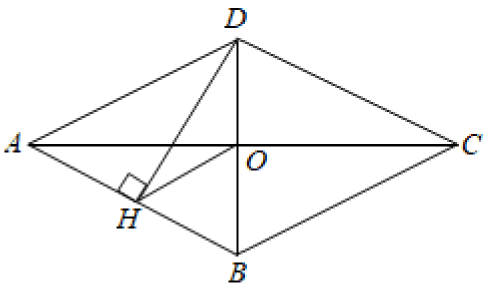
③可以得到无数个菱形 *EGFH*；

④至少得到一个正方形 *EGFH*.

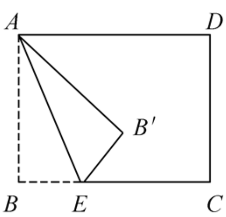
所有正确结论的序号是__.



14．如图，四边形 *ABCD* 是菱形，∠*DAB*＝48°，对角线 *AC*，*BD* 相交于点 *O*，*DH*⊥*AB* 于 *H*，连接 *OH*，则∠*DHO*＝_____度.

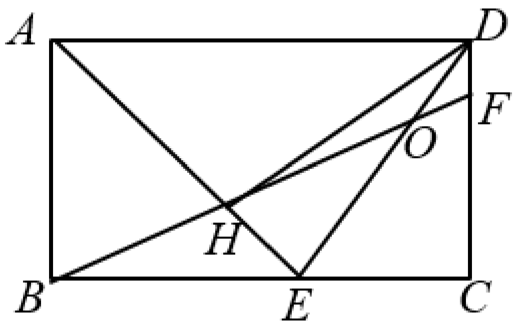


15．如图,长方形纸片 ABCD 中,AB＝6 cm,BC＝8 cm 点 E 是 BC 边上一点，连接 AE 并将△AEB 沿 AE 折叠,得到△AEB′，以 C，E，B′为顶点的三角形是直角三角形时,BE 的长为___________cm.

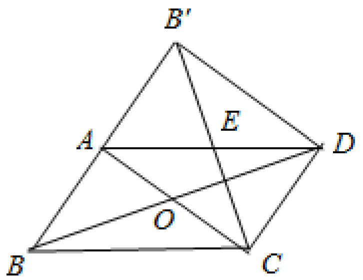


16．如图，$Rt\Delta ABE$中，$\angle B=90^{\circ}, AB=BE$，将$\Delta ABE$绕点$A$逆时针旋转$45^{\circ}$，得到

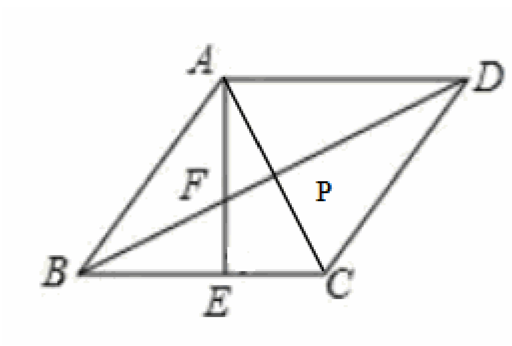
ΔAHD, 过 D 作 $DC \perp BE$ 交 BE 的延长线于点 C，连接 BH 并延长交 DC 于点 F，连接 DE 交 BF 于点 O. 下列结论：① DE 平分 $\angle HDC$；② $DO = OE$；③ $CD = HF$；④ $BC - CF = 2CE$；⑤ H 是 BF 的中点，其中正确的是____________



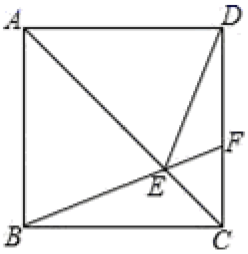
17．如图，在平行四边形 ABCD 中，AC⊥AB，AC 与 BD 相交于点 O，在同一平面内将△ABC 沿 AC 翻折，得到△AB′C，若四边形 ABCD 的面积为 24cm²，则翻折后重叠部分（即 $S_{\Delta ACE}$）的面积为________cm².



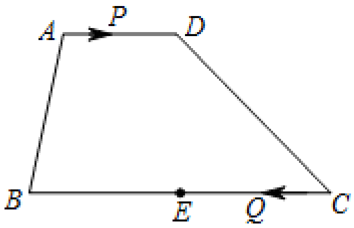
18．如图，在菱形 ABCD 中，AC 交 BD 于 P，E 为 BC 上一点，AE 交 BD 于 F，若 AB=AE，$\angle EAD = 2\angle BAE$，则下列结论：①AF=AP；②AE=FD；③BE=AF．正确的是______（填序号）．



19．如图，在正方形 ABCD 中，点 F 为 CD 上一点，BF 与 AC 交于点 E，若∠CBF=20°，则∠AED 等于__度．



20．如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD//BC, AD=5, BC=18, E$ 是 BC 的中点．点 P 以每秒 1 个单位长度的速度从点 A 出发，沿 AD 向点 D 运动;点 Q 同时以每秒 3 个单位长度的速度从点 C 出发，沿 CB 向点 B 运动．点 P 停止运动时，点 Q 也随之停止运动，当运动时间为 t 秒时，以点 P,Q,E,D 为顶点的四边形是平行四边形，则 t 的值等于________．

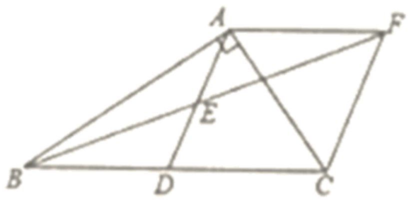


三、解答题

21．如图，在 $Rt\Delta ABC$ 中， $\angle BAC=90^0$， D 是 BC 的中点， E 是 AD 的中点，过点 A 作 $AF//\mathrm{BC}$ 交 BE 的延长线于点 F

（1）求证：四边形 $ADCF$ 是菱形

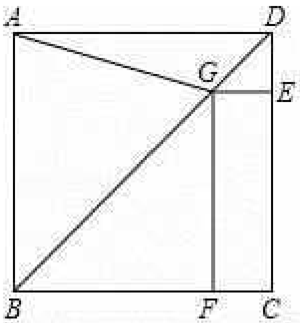
（2）若 $AC=4, AB=5$，求菱形 $ADCF$ 的面积



22．如图，在正方形 ABCD 中，点 G 在对角线 BD 上（不与点 B，D 重合），GE⊥DC 于点 E，GF⊥BC 于点 F，连结 AG．

（1）写出线段 AG，GE，GF 长度之间的数量关系，并说明理由；

（2）若正方形 ABCD 的边长为 1，∠AGF=105°，求线段 BG 的长．



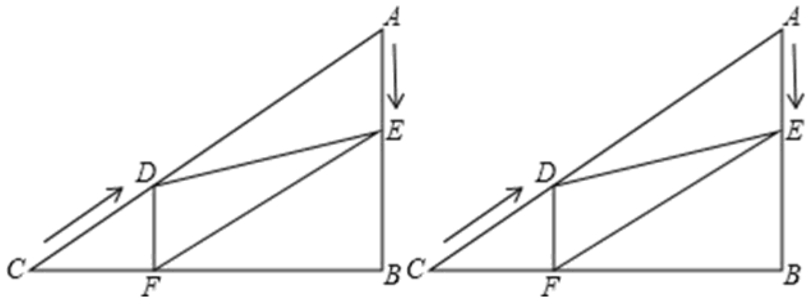
23．如图，在 Rt∨ABC 中，∠B=90°，AC=60cm，∠A=60°，点 D 从点 C 出发沿 CA 方向以 4cm/s 的速度向点 A 匀速运动．同时点 E 从点 A 出发沿 AB 方向以 2cm/秒的速度向点 B 匀速运动，当其中一个点到达终点时，另一个点也随之停止运动．设点 D、E

运动的时间是 ts（0＜t≤15）．过点 D 作 DF⊥BC 于点 F，连接 DE，EF．

（1）求证：AE＝DF；

（2）四边形 AEFD 能够成为菱形吗？如果能，求出相应的 t 值，如果不能，说明理由；

（3）当 t 为何值时，$\triangle$DEF 为直角三角形？请说明理由．



24．在一次数学探究活动中，小明对对角线互相垂直的四边形进行了探究，得出了如下结论：如图 1，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O，$AC\perp BD$，则 $AB^2+CD^2=AD^2+BC^2$．

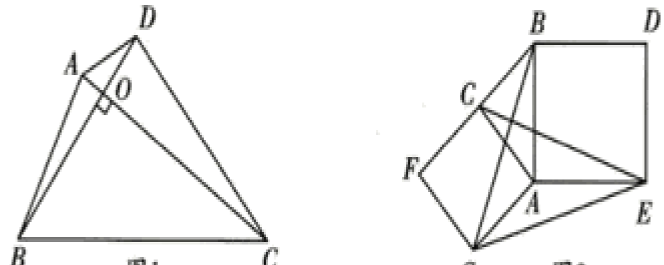


图1　　图2

（1）请帮助小明证明这一结论；

（2）根据小明的探究，老师又给出了如下的问题：如图 2，分别以 $Rt\triangle ACB$ 的直角边 AC 和斜边 AB 为边向外作正 $ACFG$ 和正方形 $ABDE$，连结 CE、BG、GE.已知 $AC=4$，$AB=5$，求 GE 的长，请你帮助小明解决这一问题.

25．综合与实践.

问题情境：

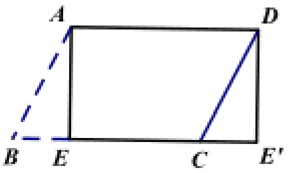
如图①，在纸片▱ $ABCD$ 中，$AD=5$，$S_{▱ABCD}=15$，过点 A 作 $AE\perp BC$，垂足为点 E，沿 AE 剪下 $\triangle ABE$，将它平移至 $\triangle DCE'$ 的位置，拼成四边形 $AEE'D$．

独立思考：（1）试探究四边形 $AEE'D$ 的形状.

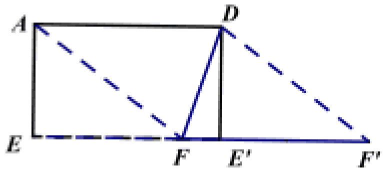
深入探究：（2）如图②，在（1）中的四边形纸片 $AEE'D$ 中，在 EE'．上取一点 F，使 $EF=4$，剪下 $\triangle AEF$，将它平移至 $\triangle DE'F'$ 的位置，拼成四边形 $AFF'D$，试探究四边形 $AFF'D$ 的形状；

拓展延伸：（3）在（2）的条件下，求出四边形 $AFF'D$ 的两条对角线长；

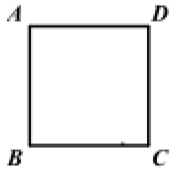
（4）若四边形 $ABCD$ 为正方形，请仿照上述操作，进行一次平移，在图③中画出图形，标明字母，你能发现什么结论，直接写出你的结论.



图①



图②



图③

26．已知在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB \neq BC$，将 $\triangle ABC$ 沿直线 AC 翻折，点 B 落在点尽处，AD 与 CE 相交于点 O，联结 DE．

（1）如图 1，求证：$AC//DE$；

（2）如图 2，如果 $\angle B = 90°$，$AB = \sqrt{3}$，$BC = \sqrt{6}$，求 $\triangle OAC$ 的面积；

（3）如果 $\angle B = 30°$，$AB = 2\sqrt{3}$，当 $\triangle AED$ 是直角三角形时，求 BC 的长．

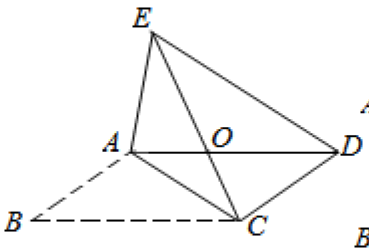


图1

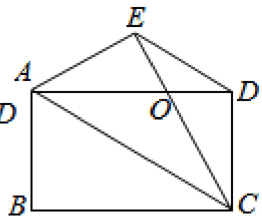
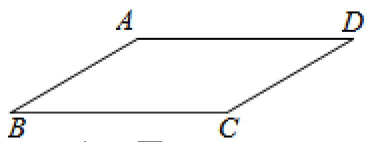


图2



备用图

27．如图①，已知正方形 *ABCD* 的边长为 3，点 *Q* 是 *AD* 边上的一个动点，点 *A* 关于直线 *BQ* 的对称点是点 *P*，连接 *QP*、*DP*、*CP*、*BP*，设 *AQ*=*x*．

（1）*BP*＋*DP* 的最小值是_______，此时 *x* 的值是_______；

（2）如图②，若 *QP* 的延长线交 *CD* 边于点 *M*，并且∠*CPD*=90°．

①求证：点 *M* 是 *CD* 的中点；②求 *x* 的值．

（3）若点 *Q* 是射线 *AD* 上的一个动点，请直接写出当△*CDP* 为等腰三角形时 *x* 的值．

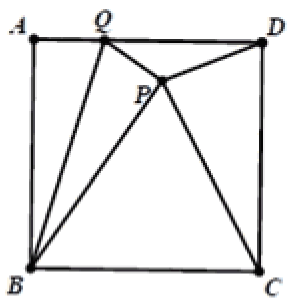


图 ①

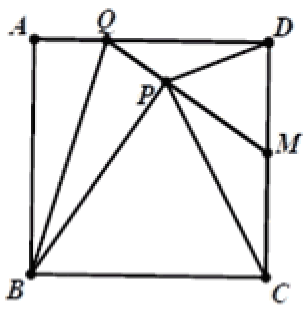
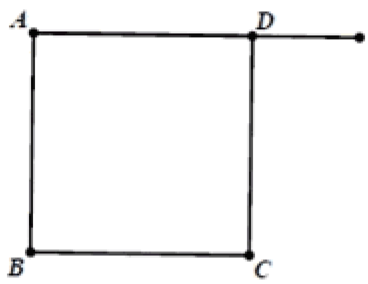
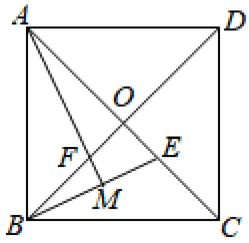


图 ②

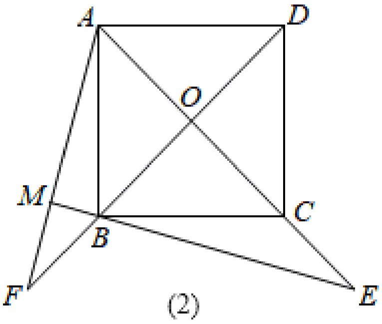


备用图

28．如图，正方形 ABCD 的对角线 AC，BD 相交于点 O，点 E 是 AC 的一点，连接 EB，过点 A 做 AM⊥BE，垂足为 M，AM 与 BD 相交于点 F．



(1)



(2)

（1）猜想：如图（1）线段 OE 与线段 OF 的数量关系为________；

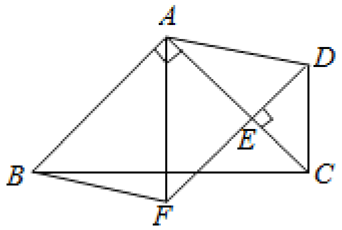
（2）拓展：如图（2），若点 E 在 AC 的延长线上，AM⊥BE 于点 M，AM、DB 的延长线相交于点 F，其他条件不变，（1）的结论还成立吗？如果成立，请仅就图（2）给出证明；如果不成立，请说明理由.

29．如图①，在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90^{\circ}$，点 E 在 AC 上(且不与点 A、C 重合)，在 $\triangle ABC$ 的外部作等腰 $Rt\triangle CED$，使 $\angle CED=90^{\circ}$，连接 AD，分别以 AB，AD 为邻边作平行四边形 ABFD，连接 AF.

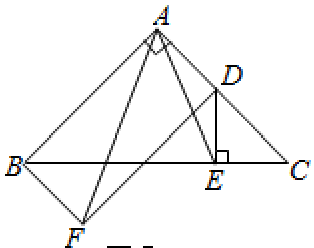
(1) 请直接写出线段 AF，AE 的数量关系；

(2) ①将 $\triangle CED$ 绕点 C 逆时针旋转，当点 E 在线段 BC 上时，如图②，连接 AE，请判断线段 AF，AE 的数量关系，并证明你的结论；

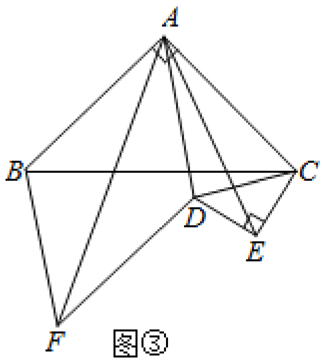
②若 $AB=2\sqrt{5}$，$CE=2$，在图②的基础上将 $\triangle CED$ 绕点 C 继续逆时针旋转一周的过程中，当平行四边形 ABFD 为菱形时，直接写出线段 AE 的长度.



图①



图②



图③

30．已知，矩形 $ABCD$ 中，$AB=4cm, BC=8cm$，AC 的垂直平分 EF 线分别交 AD、BC 于点 E、F，垂足为 O.

（1）如图 1，连接 AF、CE，求证：四边形 $AFCE$ 为菱形；

（2）如图 2，动点 P、Q 分别从 A、C 两点同时出发，沿 $\triangle AFB$ 和 $\triangle CDE$

各边匀速运动一周，即点P自$A \to F \to B \to A$停止，点Q自$C \to D \to E \to C$停止．在运动过程中，

①已知点P的速度为每秒$5cm$，点Q的速度为每秒$4cm$，运动时间为t秒，当A、C、P、Q四点为顶点的四边形是平行四边形时，则$t=$__________.

②若点P、Q的运动路程分别为a、b（单位:$cm, ab \neq 0$），已知A、C、P、Q四点为顶点的四边形是平行四边形，则a与b满足的数量关系式为__________.

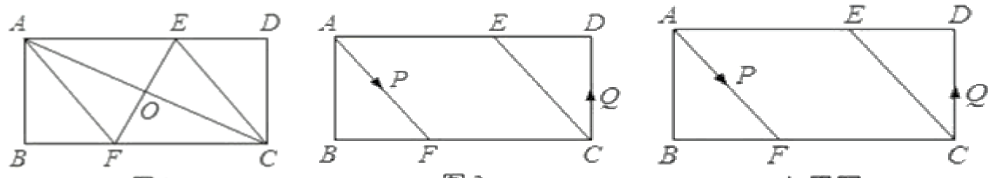


图1　图2　备用图

【参考答案】***试卷处理标记，请不要删除

一、选择题

1．C

解析：C

【分析】

分别以3为底和以3为腰构造等腰三角形即可.注意等腰三角形的大小不同.

【详解】

①以A为圆心，以3为半径作弧，交AD、AB两点，连接即可,此时三角形为腰为3的等腰三角形；

②连接AC，在AC上，以A为端点，截取1.5个单位，过这个点作AC的垂线，交AD、AB两点，连接即可

理由如下：∵四边形ABCD为正方形，

∴∠BAC=∠DAC=45°，

∵EF⊥AC

∴△AEH与△AHF为等腰直角三角形

∴EF=EH+FH=AH+AH=3.且AE=AF=$\sqrt{2}AH$

故△AEF为底为3的等腰三角形；

③以A为端点在AB上截取3个单位，以截取的点为圆心，以3个单位为半径画弧，交BC一个点，连接即可，此时三角形为腰为3的等腰三角形；

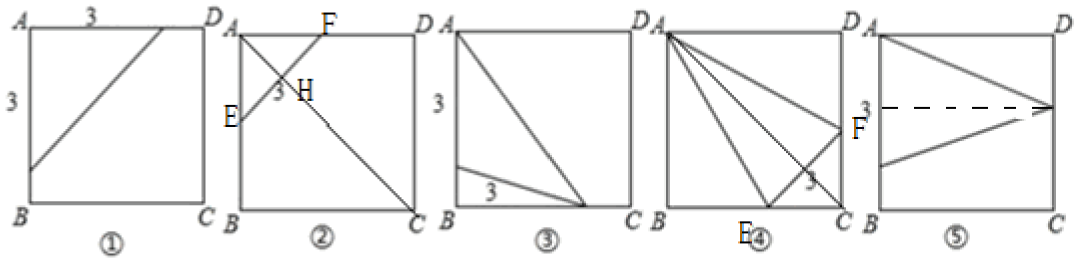
④连接AC，在AC上，以C为端点，截取1.5个单位，过这个点作AC的垂线，交BC、DC两点，然后连接A与这两个点即可；

理由如下：与②同理可证EF=3，且EC=FC，

在△DEC和△DFC中，

∵AC=AC,∠ACE=∠ACF，EC=FC

∴△DEC≌△DFC
∴AE=AF,
故△AEF 为底为 3 的等腰三角形.
⑤以 A 为端点在 AB 上截取 3 个单位，再作着个线段的垂直平分线交 CD 一点，连接即可根据垂直平分线上的点到线段两端距离相等，三角形为底为 3 的等腰三角形.
故满足条件的所有图形如图所示：

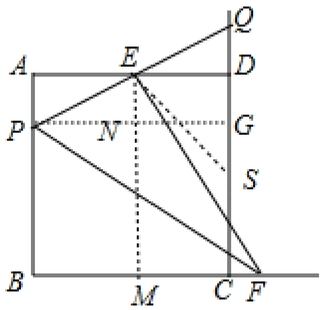


故选 C.
【点睛】
本题考查作图——应用与设计作图, 等腰三角形的性质与判定, 勾股定理, 正方形的性质. 明确等腰三角形的性质是解答本题的关键.
2. B
解析：B
【分析】
利用正方形的性质、全等三角形的性质、勾股定理等知识依次判断即可；
【详解】
解：①∵四边形 ABCD 是正方形，
∴AB=BC=CD=AD，∠A=∠B=90°，
∵∠A=∠EDQ，∠AEP=∠QED，AE=ED，
∴△AEP≌△DEQ，故①正确，
②作 PG⊥CD 于 G，EM⊥BC 于 M，
∴∠PGQ=∠EMF=90°，
∵EF⊥PQ，
∴∠PEF=90°，
∴∠PEN+∠NEF=90°，
∵∠NPE+∠NEP=90°，
∴∠NPE=∠NEF，
∵PG=EM，
∴△EFM≌△PQG，
∴EF=PQ，故②正确，
③连接 QF．则 QF=PF，$PB^2+BF^2=QC^2+CF^2$，设 CF=x，
则 $(2+x)^2+1^2=3^2+x^2$，
∴x=1，故③错误，
④当 P 在 A 点时，Q 与 D 重合，QC 的中点 H 在 DC 的中点 S 处，当 P 运动到 B 时，QC

的中点 H 与 D 重合，

故 EH 扫过的面积为△ESD 的面积= $\frac{1}{2}$ ，故④正确，

则正确的是①②④，故选 B.



【点睛】

本题考查正方形的性质、全等三角形的判定和性质、勾股定理等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，难度较大.

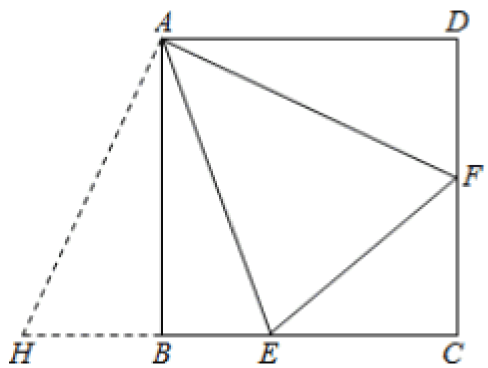
3．D

解析：D

【分析】

如图：△ADF 绕点 A 顺时针旋转 90°，得到△ABH，可得 AH=AF，∠BAH=∠DAF，进一步求出∠EAH=∠EAF=45°，再利用"边角边"证明△AEF 和△AEH 全等，再根据全等三角形的面积相等，即可解答.

【详解】



解：如图，将△ADF 绕点 A 顺时针旋转 90°，得到△ABH，

根据旋转的性质可得：AH=AF，∠BAH=∠DAF，

∵∠EAF=45°，∠BAD=90°

∴∠EAH=∠EAF=45°

在△AEF 和△AEH 中

AF=AH ∠EAH=∠EAF=45°，AE=AE

∴△AEF≌△AEH（SAS），

∴EH=EF=8，

∴SAFE=S△AEH=-$\frac{1}{2}$×8×8=32.

故选：D.

【点睛】

本题考查了正方形和全等三角形的判定与性质，熟记并灵活应用它们的性质并利用旋转作辅助线、构造出全等三角形是解题的关键.

4. C

解析：C

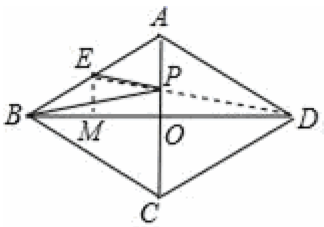
【解析】

【分析】

连结 DE 交 AC 于点 P，连结 BP，根据菱形的性质推出 AO 是 BD 的垂直平分线，推出 PE+PB=PE+PD=DE 且值最小，根据勾股定理求出 DE 的长即可.

【详解】

如图，设 AC，BD 相交于 O，



∵四边形 ABCD 是菱形，

∴AC⊥BD，AO＝$\frac{1}{2}$AC，BO＝$\frac{1}{2}$BD＝$2\sqrt{3}$，

∵AB＝4，

∴AO＝2，

连结 DE 交 AC 于点 P，连结 BP，作 EM⊥BD 于点 M，

∵四边形 ABCD 是菱形，

∴AC⊥BD，且 DO＝BO，即 AO 是 BD 的垂直平分线，

∴PD＝PB，

∴PE+PB＝PE+PD＝DE 且值最小，

∵E 是 AB 的中点，EM⊥BD，

∴EM＝$\frac{1}{2}$AO＝1，BM＝$\frac{1}{2}$BO＝$\sqrt{2}$，

∴DM＝DO+OM＝$\frac{3}{2}$BO＝$3\sqrt{3}$，

∴DE＝$\sqrt{EM^2+DM^2}=\sqrt{1^2+(3\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}$，

故选 C.

【点睛】

此题考查了轴对称-最短路线问题，关键是根据菱形的判定和三角函数解答.

5．C

解析：C

【解析】

【分析】

由中点性质先得 AF＝3，再用勾股定理求出 AG＝2$\sqrt{2}$，然后由中位线性质得 DG＝AG＝2$\sqrt{2}$，已知△DEG 的周长为 10，所以求得 EG+DE 的值，进一步证得 AB=2DE,BD=2EG,从而求得△ABC 的周长.

【详解】

∵ E,F 分别是 AB,AC 中点,EF 交 AD 于 G,

∴EF∥BC，$AF=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 6=3$

∵AD 是高

∴∠ADC=∠AGF=90°

在 Rt△AGF 中

$AG=\sqrt{AF^2-FG^2}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$

∵EF∥BC

∴$\frac{AG}{DG}=\frac{AF}{FC}=1$

∴FG 是△ADC 的中位线

∴DC=2GF=2

∴DG=AG=2$\sqrt{2}$

∵ △DEG 的周长为 10，

∴EG+DE=10-2$\sqrt{2}$

在 Rt△ADB 中，点 E 是 AB 边的中点，点 G 是 AD 的中点，

∴AB=2DE，BD=2EG

∴AB+BD=2（EG+DE）=20-4$\sqrt{2}$

∴△ABC 的周长为：AB+BD+DC+AC=20-4$\sqrt{2}$ +2+6=28-4$\sqrt{2}$

故答案为 C

【点睛】

此题主要考查了直角三角形的性质、勾股定理、中位线性质等知识点.在直角三角形中，斜边上的中线等于斜边的一半.

6．D

解析：D

【分析】

根据三角形中位线定理得到$DE=\frac{1}{2}BC$，$DE//BC$，$FG=\frac{1}{2}BC$，$FG//BC$，得到四边形$DEFG$为平行四边形，根据正方形的判定定理解答即可.

【详解】

解：$\because$点E、D分别为AB、AC的中点，

$\therefore DE=\dfrac{1}{2}BC$，$DE // BC$，

$\because$点F、G分别是BO、CO的中点，

$\therefore FG=\dfrac{1}{2}BC$，$FG//BC$，

$\therefore DE=FG$，$DE//FG$，

$\therefore$四边形$DEFG$为平行四边形，

$\because$点E、F分别为AB、OB的中点，

$\therefore EF=\dfrac{1}{2}OA$，$EF//OA$，

当$EF=FG$，即$AO=BC$时平行四边形$DEFG$为菱形，

当$AO\perp BC$时，$DE\perp OA$，

$\because EF//OA$，

$\therefore EF\perp FG$，

$\therefore$四边形$DEFG$为正方形，

则当$AO=BC$且$AO\perp BC$时，四边形$DEFG$是正方形，

故选：D.

【点睛】

本题考查的是三角形中位线定理、正方形的判定，掌握三角形的中位线平行于第三边，且等于第三边的一半是解题的关键.

7．C

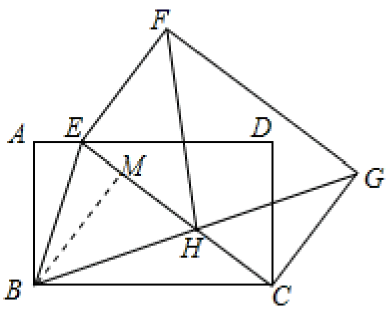
解析：C

【分析】

如图，作 BM⊥EC 于 M．证明△BEA≌△BEM（AAS），△BMH≌△GCH（AAS），利用全等三角形的性质即可一一判断.

【详解】

解：如图，作 BM⊥EC 于 M.



∵CB=CE，

∴∠CBE=∠CEB，

∵AD∥BC，

∴∠AEB=∠CBE，

∴∠AEB=∠MEB，

∵∠A=∠BME=90°，BE=BE，

∴△BEA≌△BEM（AAS），

∴AE=EM，AB=BM.

∵∠BMH=∠GCH=90°，∠BHM=∠GHC，BM=AB=CG，

∴△BMH≌△GCH（AAS），

∴MH=CH，BH=HG，

∴EH=EM+MH=AE+CH，故①③正确，

∵∠AEB+∠ABE=90°，

∴2∠AEB+2∠ABE=180°，

∵∠DEC+∠AEC=180°，∠AEC=2∠AEB，

∴∠DEC+2∠AEB=180°，

∴∠DEC=2∠ABE，故②正确，

∵FH 平分∠EFG，

∴∠EFH=45°，

∵∠FEH=90°，

∴AB=EF=EH，

∵EH＞HM=CH，

∴CH＜AB，故④错误.

故选：C.

【点睛】

本题考查性质的性质，矩形的性质，全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，属于中考常考题型.

8．A

解析：A

【分析】

取 AD 中点 O，连接 OE，得到△ODE≌△HDG，得到 OE=HG,当 OE⊥AC 时，OE 有最小值，此时△AOE 是等腰直角三角形，OE=AE，再根据正方形及勾股定理求出 OE，即可得到 GH 的长.

【详解】

取 AD 中点 O，连接 OE，得到△ODE≌△HDG，得到 OE=HG,当 OE⊥AC 时，OE 有最小值，此时△AOE 是等腰直角三角形，OE=AE，

∵AD=AB=4,

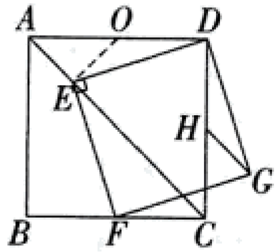
∴AO=$\frac{1}{2}$AB=2

在 Rt△AOE 中，由勾股定理可得 OE2+AE2=AO2=4,即 2OE2=4

解得 OE=$\sqrt{2}$

∴GH 的最小值为$\sqrt{2}$

故选 A.



【点睛】

本题考查了正方形的性质,根据题意确定 E 点的位置是解题关键.

9．C

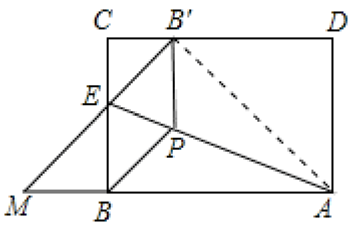
解析：C

【分析】

①由翻折知∠ABE=∠AB'E=90º，再证∠M=∠CB'E=∠B'AD 即可；②借助轴对称可知；③利用计算，勾股定理求 B'D，构造方程，求 EB，在构造勾股定理求 MB'=$\frac{5\sqrt{5}}{2}$；④由相似 CB'：BM=CE：BE，BM=$\frac{10}{3}$，在计算 B'M>5；⑤证△BEG≌△B'PG 得 BE=B'P，再证菱形即可.

【详解】

①由折叠性质知∠ABE=∠AB'E=90º，



∴∠CB'E+∠AB'D=90º

∵∠D=90º

∴∠B'AD+∠AB'D=90º

∴∠CB'E=∠B'AD，

∵CD∥MB，

∴∠M=∠CB'E=∠B'AD；

②点 P 在对称轴上，则 B'P=BP；

③由翻折，AB=AB'=5，AD=4，

由勾股定理 DB'=3，

∴CB'=5-3=2，

设 BE=x=B'E，CE=4-x，

在 Rt△B′CE 中，∠C=90°，

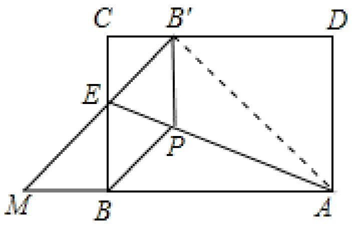
由勾股定理（4-x）^{2}+2^2=x^2，

解得 x=$\frac{5}{2}$，

∴CE=4-$\frac{5}{2}$=$\frac{3}{2}$，

在 Rt△ABE 中，∠ABE=90°，

AE=$\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+5^2}=\frac{5\sqrt{5}}{2}$；



④由 BM∥CB′

∴△ECB′ ∽△EBM，

∴CB'：BM=CE：BE，

∴2：BM=$\frac{3}{2}$：$\frac{5}{2}$，

∴BM=$\frac{10}{3}$，

则 B'M=$\sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2+4^2}=\frac{20}{3}$>5=CD；

⑤连接 BB′，由对称性可知，BG=B′G，EP⊥BB′，

BE∥B′P，

∴△BEG≌△B′PG，

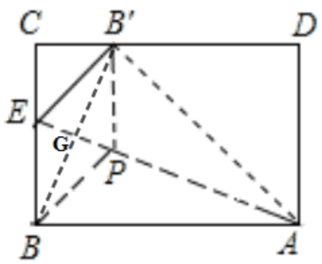
∴BE=B′P，

∴四边形 BPB′E 为平行四边形，

又 BE=EB′，

所以四边形 BPB′E 是菱形，

所以 PB′=B'E.



故选择：C.

【点睛】

此题考查了矩形的性质、图形的翻折变换以及相似三角形的性质等知识的应用，此题的关键是能够发现△BEG≌△B′PG．

10．C

解析：C

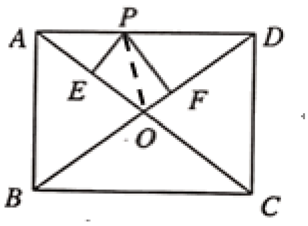
【分析】

在矩形 ABCD 中，由矩形边长，可得矩形面积是 12，进而得 $S_{\triangle AOD}=\frac{1}{4}S_{矩形ABCD}=3$，由矩形对角线相等且互相平分得 $AO=OC$，$OB=OD$，$AC=BD$，利用勾股定理可解得 $AC=5$,则 $OA=OD=\frac{5}{2}$，

$S_{\triangle AOD}=S_{\triangle AOP}+S_{\triangle DOP}=\frac{1}{2}OA\cdot PE+\frac{1}{2}OD\cdot PF=\frac{1}{2}OA(PE+PF)==3$，即可求出 PE+PF 的值．

【详解】

解：连接 PO，如下图：



∵在矩形 *ABCD* 中，AB=3，AD=4，

∴ $S_{矩形ABCD}=AB\cdot BC=12$，

$AO=OC$，$OB=OD$，$AC=BD$，

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=5$，

∴ $S_{\triangle AOD}=\frac{1}{4}S_{矩形ABCD}=\frac{1}{4}\times 12=3$，

$OA=OD=\frac{5}{2}$，

$S_{\triangle AOD}=S_{\triangle AOP}+S_{\triangle DOP}=\frac{1}{2}OA\cdot PE+\frac{1}{2}OD\cdot PF=\frac{1}{2}OA(PE+PF)=\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}(PE+PF)=3$

，

∴ $PE+PF=\frac{12}{5}=2.4$；

故选 C．

【点睛】

本题主要考查了矩形的性质，利用等积法间接求三角形的高线长及用勾股定理求直角三角形的斜边；利用面积法求解，是本题的解题突破点．

二、填空题