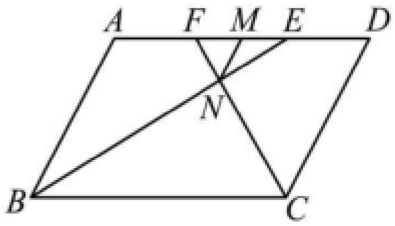
【培优卷】2024 年北师大版数学八年级下册

6.1 平行四边形 同步练习

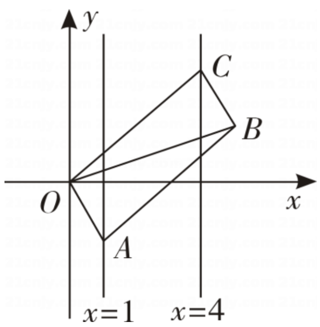
一、选择题

1．如图，平行四边形$ABCD$中，$AB=6$，$AD=9$，BE平分$\angle ABC$，交AD于E，$CF\perp BE$交BE于点N，交AD于点F，作$MN//CD$交AD于点M，则$MN=$（　　）



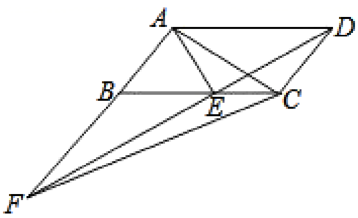
A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．1　　D．$\frac{3}{2}$

2．如图，在平面直角坐标系中，▱OABC 的顶点 A，C 分别在直线 x=1 和 x=4 上，O 是坐标原点，则对角线 OB 长的最小值为（　　）



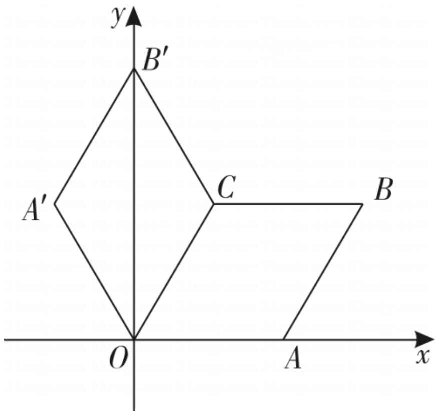
A．3　　B．4　　C．5　　D．6

3．如图，平行四边形 ABCD 中，AE 平分∠BAD，交 BC 于点 E，且 AB=AE，延长 AB 与 DE 的延长线交于点 F，连接 AC、CF．下列结论：①△ABC≌△EAD；②△ABE 是等边三角形；③AD=AF；④$S_{\triangle BEF}=S_{\triangle ABE}$．其中正确的有（　　）



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

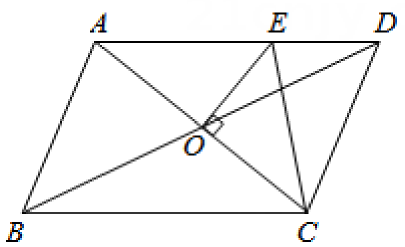
4．如图，在平面直角坐标系中，四边形 OABC 是平行四边形，且顶点A的坐标为$(4,\ 0)$，点B的坐标为$(6,\ 2\sqrt{3})$，将平行四边形 OABC 沿着直线 OC 翻折，得到四边形$OA'B'C$，若直线l把六边形$OABCB'A'$的面积分成相等的两部分，则直线l的解析式为（　　）



A．$y^{'}=\sqrt{3}x$或$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+2\sqrt{3}$　　B．$y=2\sqrt{3}x$或$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+2\sqrt{3}$

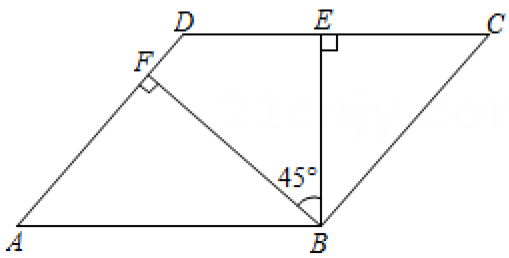
C．$y=2\sqrt{3}x$或$y=-\frac{\sqrt{3}}{5}x+\frac{12\sqrt{3}}{5}$　　D．$y=\sqrt{3}x$或$y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$

5．如图，在▱$ABCD$，O 是 AC、BD 的交点，过点 O 与 AC 垂直的直线交边 AD 于点 E，若△CDE 的周长为 11cm，则平行四边形 $ABCD$ 的周长为（　　）



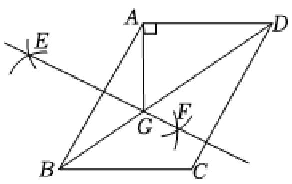
A．20cm　　B．22cm　　C．24cm　　D．26cm

6．如图，在▱ABCD 中，BE⊥CD，BF⊥AD，∠EBF=45°.若 CE=3，DF=1，则▱ABCD 的面积为（　　）



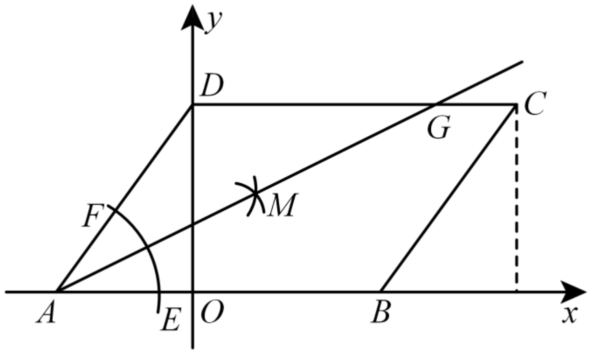
A．$18-3\sqrt{2}$　　B．$15+3\sqrt{2}$　　C．$15-3\sqrt{2}$　　D．$18+3\sqrt{2}$

7．如图，在平行四边形$ABCD$中，对角线$BD=16$，分别以点A，B为圆心，以大于$\frac{1}{2}AB$的长为半径画弧，两弧相交于点E和点F，作直线EF，交对角线BD于点G，连接GA，GA恰好垂直于边AD，若$GA=6$，则AD的长是（　　）



A．6　　B．8　　C．10　　D．16

8．如图，已知▱$ABCD$的顶点$A(-3,\ 0)$，$C(7,\ 4)$，点 B 在 x 轴正半轴上，点 D 在 y 轴正半轴上，以顶点 A 为圆心，适当长为半径画弧，分别交AB，AD于点 E，F，再分别以点 E，F 为圆心，大于$\frac{1}{2}EF$的长为半径画弧，两弧交于点 M，作射线AM交CD于点 G．则点 G 的坐标为（　　）



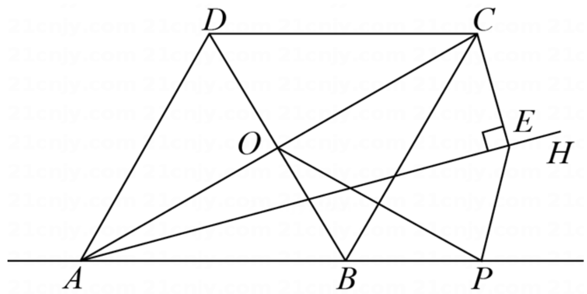
A．（3，4）　　B．（4，4）　　C．（5，4）　　D．（6，4）

B．

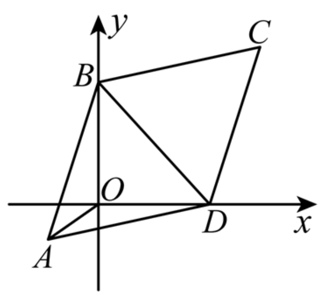
二、填空题

9．在平行四边形 $ABCD$ 中， AE 平分 $\angle BAD$ 交边 BC 于 E ， DF 平分 $\angle ADC$ 交边 BC 于 F .若 $AD=11$ ， $EF=5$ ，则 $AB=$_________.

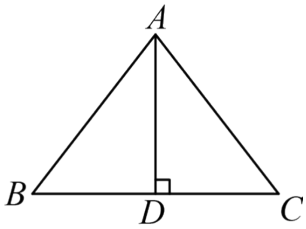
10．如图，在▱$ABCD$中，对角线AC，BD交于点O，$\angle ACD=30°$，$AC=4$，过点C作$\angle CAB$的平分线的垂线，垂足为点E，若点O在AE的垂直平分线上，P是直线AB上的动点，则$OP+PE$的最小值为_________.



11．如图，已知▱$ABCD$中，$AB=BC=8$，$\angle BCD=60°$，两顶点 B、D 分别在平面直角坐标系的 y 轴、x 轴的正半轴上滑动，连接OA，则线段OA的最小值是_________.

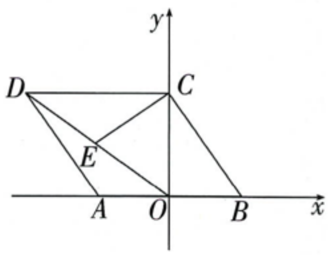


12．如图，等腰三角形纸片 ABC 中，$AD\perp BC$于点 D，$BC=4$，$AD=3$，沿 AD 剪成两个三角形.用这两个三角形拼成平行四边形，该平行四边形较长对角线的长为__________________.



三、解答题

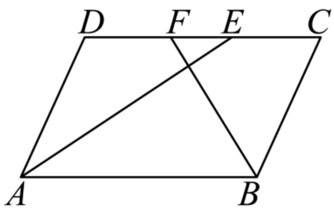
13．如图，在平面直角坐标系中，四边形 ABCD 是平行四边形，A(-3，0)，B(3，0) ，C(0，4)，连结 OD，点 E 是线段 0D 的中点．



（1）求点 E 和点 D 的坐标．

（2）平面内是否存在一点 N，使以 C，D，E，N 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，请求出点 N 的坐标；若不存在，请说明理由．

14．问题：如图，在平行四边形$ABCD$中，$AB=10$，$AD=6$，$\angle DAB$，$\angle ABC$的平分线AE、BF分别与直线CD交于点 E、F.



（1）请直接写出EF的长．

（2）探究：把“问题”中的条件“$AB=10$”去掉，其余条件不变．

①当点 E 与点 F 重合时，AB的长为_________．

②当点 E 与点 C 重合时，EF的长为_________．

（3）把“问题”中的条件“$AB=10$，$AD=6$”去掉，其余条件不变，当点 C，D，E，F 相邻两点间的距离相等时，求$\frac{AD}{AB}$的值．

15．【综合探究】已知$Rt\triangle OAB$在平面直角坐标系中的位置如图所示，其中边OA在x轴上且$OA=4$，边OB在y轴上且$OB=3$，BD平分$\angle OBA$交OA于点D.

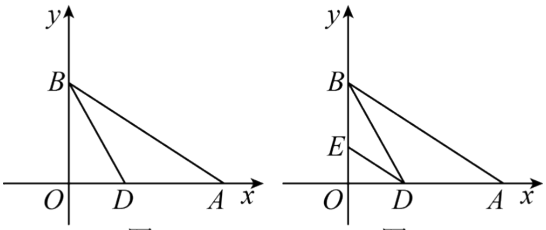


图1　　图2

（1）请直接写出A、B两点的坐标：A__________，B__________．

（2）如图 1，求点D的坐标．

（3）过点D作$DE \parallel AB$交OB于点E．如图 2，求$\triangle BED$面积．

（4）在平面内是否存在一点Q，使得E、B、D、Q四点组成的四边形是平行四边形，若存在，请直接写出点Q的坐标：若不存在，请说明理由．

16．我们知道平行四边形有很多性质．现在如果我们把平行四边形沿着它的一条对角线翻折．会发现这其中还有更多的结论，如图，已知平行四边形 ABCD 中，AB=2 $\sqrt{3}$, ∠30°，AB≠BC，将△ABC 沿 AC 翻折至△AB′C，连接 B′D.

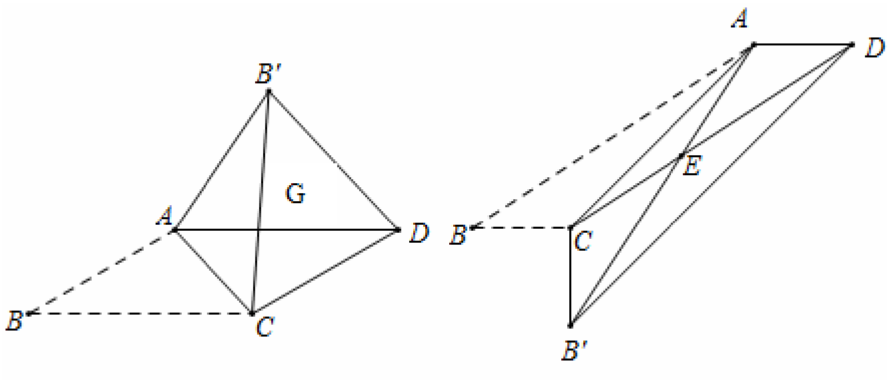


图1　　图2

（1）【发现与证明】

如图 1：结论①△AGC 是等腰三角形；结论②B′D∥AC。请证明结论①或结论②（只需证明一个结论）。

（2）【应用与解答】

如图 2：如果 BC=1，AB′与 CD 相交于点 E，求△AEC 的面积。

（3）【拓展与探索】

直接写出结论，当 BC 的长为多少时，△AB′D 是直角三角形？

答案解析部分

1．答案：D

解析：解：平行四边形$ABCD$中，$AD//BC$，$AB//CD$

∵BE平分$\angle ABC$

∴$\angle ABE=\angle CBE$

∵$AD//BC$

∴$\angle CBE=\angle AEB$，$\angle DFC=\angle BCN$

∴$\angle AEB=\angle ABE$

∴$AE=AB=6$

∵$CF\perp BE$

∴$\angle BNC=90°$

∴$\angle NBC+\angle NCB=90°$

∵$AB//CD$

∴$\angle ABC+\angle DCB=180°$，即$\angle ABE+\angle NBC+\angle NCB+\angle DCN=180°$

∴$\angle ABN+\angle DCF=90°$，即$\angle NBC+\angle DCN=90°$

∴$\angle DCN=\angle BCN$，

∴$\angle DCN=\angle DFC$

∴$DF=DC=6$

∵$AE=6$

∴$AF=DE$

∴$EF=AE+DF-AD=3$，

∵$MN//CD$

∴$MN//CD//AB$

∴$\angle MNE=\angle ABE$

∴$\angle MNE=\angle MEN$

∴$MN=ME$

∵$\angle ENF=90°$

∴$\angle MEN+\angle EFN=\angle MNE+\angle MNF=90°$

∴$MN=MF=ME=\frac{1}{2}EF=\frac{3}{2}$

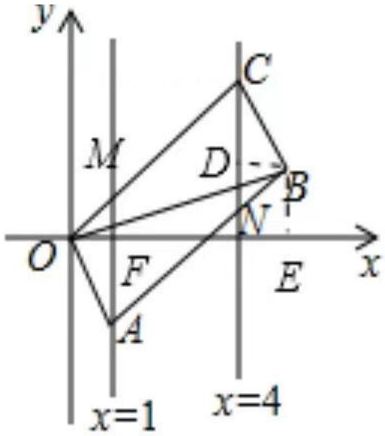
故答案为：D

分析：由平行四边形的性质以及三角形内角和的性质可得$AE=AB$，$DF=DC$，求得$EF=3$，再根据

$MN \parallel CD$，得到$MN = \frac{1}{2}EF$，即可求解.

2．答案：C

解析：解：过点 B 作 BD⊥直线 x=4，交直线 x=4 于点 D，作 BE⊥x 轴，直线 x=1 与 OC 交于点 M，与 x 轴交于点 F，直线 x=4 与 AB 交于点 N，如图：



∵四边形 OABC 是平行四边形，

∴∠OAB=∠BCO，OC∥AB，OA=BC，

∵直线 x=1 与直线 x=4 都垂直于 x 轴，

∴AM∥CN，

∴四边形 ANCM 是平行四边形，

∴∠MAN=∠NCM，

∴∠OAF=∠BCD，

∵∠OFA=∠BDC=90°，

∴∠FOA=∠DBC，

在△OAF 和△BCD 中

$$\begin{cases}\angle FOA = \angle DBC \\ OA = BC \\ \angle OAF = \angle BCD\end{cases}$$

∴△OAF≌△BCD（ASA）

∴BD=OF=1，

∴OE=4+1=5，

∴OB=$\sqrt{OE^2 + BE^2}$.

∵OE 的值是定值，

∴当 BE 最小时（即 B 在 x 轴上），OB 取得最小值，最小值 OB=OE=5.

故答案为：C.

分析：过点 B 作 BD⊥直线 x=4，交直线 x=4 于点 D，作 BE⊥x 轴，直线 x=1 与 OC 交于点 M，与 x 轴交于点 F，直线 x=4 与 AB 交于点 N，易得 OB=$\sqrt{OE^2+BE^2}$，根据四边形 OABC 是平行四边形可得 OA=BC，由平行线的性质可得∠OAF=∠BCD，结合已知用角边角易证△OAF≌△BCD，由 OE 的值是定值即可得当 BE 最小时（即 B 在 x 轴上），OB 取得最小值，最小值 OB=OE 可求解.

3．答案：B

解析：∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴$AD//BC$ ，AD=BC，

∴$\angle EAD=\angle AEB$ ，

又∵AE 平分 $\angle BAD$ ，

∴$\angle BAE=\angle DAE$ ，

∴$\angle BAE=\angle BEA$ ，

∴AB=BE，

∵AB=AE，

∴△ABE 是等边三角形，故②符合题意；

∴$\angle ABE=\angle EAD=60°$ ，

∵AB=AE，BC=AD，

∴△ABC≌△EAD，故①符合题意；

若 AD 与 AF 相等，即 $\angle AFD=\angle ADF=\angle DEC$ ，

即 EC=CD=BE，

即 BC=2CD，

题中未限定这一条件，

∴③④不一定符合题意；

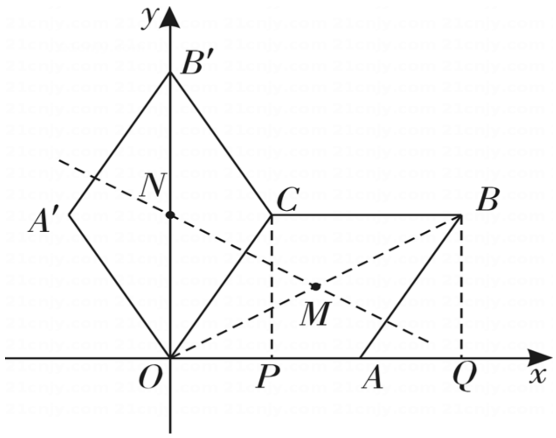
故正确的是①②符合题意；

故答案为：B.

分析：由四边形 ABCD 是平行四边形，可得 $AD//BC$ ，AD=BC，又因为 AE 平分 $\angle BAD$ ，可得 $\angle BAE=\angle BEA$ ，由 AB=AE，得到△ABE 是等边三角形，则 $\angle ABE=\angle EAD=60°$ ，所以△ABC≌△EAD，即可得到结果.

4．答案：A

解析：解：连接 OB，OB 的中点为 M，OB'的中点为 N，多点 D 作 BQ⊥x 轴，垂足为 Q，点 B 坐标为（6，$2\sqrt{3}$），



∴AQ=6-4=2，$\frac{BQ}{AQ}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，∠BAQ=∠COA=60°.

根据翻折的性质可知，对角线 OB 翻折后，B'落在 y 轴上.

在 Rt△OBQ 中，OB=$\sqrt{OQ^2+BQ^2}=\sqrt{6^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=4\sqrt{3}$

∴$OB'=OB=4\sqrt{3}$

∴N（0，$2\sqrt{3}$），

由中点坐标公式得：M（3，$\sqrt{3}$）

设 MN 所在直线的解析式为 y=kx+b，代入 M、N 的坐标得：

$\begin{cases} b=2\sqrt{3} \\ 3k+b=\sqrt{3} \end{cases}$解得，$\begin{cases} k=-\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b=2\sqrt{3} \end{cases}$

∴MN 所在直线的解析式为$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+2\sqrt{3}$

∵平行四边形是中心对称图形

∴过 MN 的直线平分六边形$OABCB'A'$的面积.

∴直线 l 的解析式可以为：$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+2\sqrt{3}$

又∵将平行四边形 OABC 沿着直线 OC 翻折，得到四边形$OA'B'C$

∴OC 所在的直线也平分六边形$OABCB'A'$的面积.

过点 C 作 CP⊥x 轴，垂足为点 P，在 Rt△OPC 中，CP=BQ=$2\sqrt{3}$，∠COB=60°，

∴OP=2

∴点 C 坐标为（2，$2\sqrt{3}$）

设 OC 所在直线的解析式为 y=kx，将点 C 坐标代入得

$2\sqrt{3}=2k$，解得 k=$\sqrt{3}$

∴OC 所在直线的解析式为 y=$\sqrt{3}$x.

综上所述，直线 l 的解析式为 y=$\sqrt{3}$x 或$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+2\sqrt{3}$.

故答案为：A.

分析：利用平行四边形是中心对称图形，过中心点的直线平分图形的面积，以及图形对称轴所在直线平分图形的面积，即可找出直线了所在的位置，再求出直线 l 的解析式即可.

5．答案：B

解析：解：∵四边形 ABCD 是平行四边形，且对角线 AC 与 BD 相交于点 O，

∴OA=OC，

∵OE⊥AC 于点 O，

∴OE 是 AC 的垂直平分线，

∴AE=CE，

∵△CDE 的周长为 11cm，

∴CE+DE+CD=DE+AE+CD=AD+CD=11cm，

∴平行四边形 ABCD 的周长为：2(AD+CD)=2×11=22cm.

故答案为：B.

分析：由平行四边形的对角线互相平分得 OA=OC，易得 OE 是 AC 的垂直平分线，由线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等得 AE=CE，然后根据三角形周长计算方法、等量代换及线段的和差可得 AD+CD=11cm，进而根据平行四边形的周长等于两邻边和的 2 倍可得答案.

6．答案：A

解析：解：$\because BE\perp CD, BF\perp AD$

$\therefore \angle AFB=90^{\circ}, \angle BEC=90^{\circ}$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$\therefore AB//DC, AB=DC, AD//BC, AD=BC$

$\therefore \angle CBF=\angle AFB=90^{\circ}, \angle ABE=\angle BEC=90^{\circ}$

$\therefore \angle EBC=\angle FBC-\angle EBF=90^{\circ}-45^{\circ}=45^{\circ}$

同理：$\angle ABF=45^{\circ}$ $\therefore \angle ABC=\angle ABF+\angle EBF+\angle EBC=45^{\circ}+45^{\circ}+45^{\circ}=135^{\circ}$

又 $\because \angle EBC=45^{\circ}$ $\therefore BE=EC$

在$Rt\Delta BEC$中，$CE=BE=3$ $\therefore BC=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$

又 $\because DF=1$ $\therefore AF=AD-DF=BC-DF=3\sqrt{2}-1$

$\therefore AB=AF=3\sqrt{2}-1$

$\therefore S_{平行四边形ABCD}=BF\cdot AD=(3\sqrt{2}-1)\times 3\sqrt{2}=18-3\sqrt{2}.$

故答案为： A.

分析：本题主要考查了平行四边形的性质、勾股定理．利用$BF\perp AD$可推出： $\angle AFB=90^{\circ}$，再结合$\angle EBF=45^{\circ}$可得：$\angle EBC=45°$，进而推出：$BE=EC$，可求出 BC 的长，得出 AD 的长，因此根据$AF=AD-DF$求出 AF 的长.利用$BE\perp CD$可推出： $\angle ABE=90^{\circ}$，再结合$\angle EBF=45^{\circ}$可得：$\angle ABE=45°$，进而推出：$AF=BF$，代入平行四边形的面积公式：$BF\cdot AD$可求出面积.

7．答案：B

解析：解：由作图过程可得直线 EF 是线段 AB 的垂直平分线，

∴BG=AG=6，

∵BD=16，

∴GD=BD-BG=10，

∵AG⊥AD，

∴∠GAD=90°，

∴AD=$\sqrt{GD^2-AG^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$.

故答案为：B.

分析：由垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等得 BG=AG=6，由线段的和差算出 GD 的长，进而在 Rt△ADG 中，利用勾股定理算出 AD 的长.

8．答案：C

解析：解：根据题意可得：AG 平分∠DAB，

∵$▱ABCD$的顶点$A(-3，0)$，$C(7，4)$，

∴AO=3，DO=4，AB//CD，

∴$AD=\sqrt{AO^2+DO^2}=5$，

∵AB//CD，

∴∠DGA=∠BAG，

∵AG 平分∠DAB，

∴∠DAG=∠BAG，

∴∠DAG=∠DGA，

∴AD=DG=5，

∴点 G 的坐标为（5，4），

故答案为：C.

分析：先利用勾股定理求出 AD 的长，再利用角平分线和平行线的性质可得∠DAG=∠DGA，利用等角对等边的性质可得 AD=DG=5，再求出点 G 的坐标即可.