

2023-2024 学年安徽省滁州市民办高中高考数学押题试卷

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新答案; 不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回。

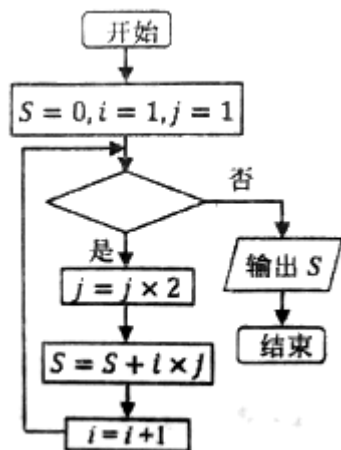
一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知函数 $f(x) = x^3 - ax - 1$, 以下结论正确的个数为 ()

- ①当 $a = 0$ 时, 函数 $f(x)$ 的图象的对称中心为 $(0, -1)$;
- ②当 $a \geq 3$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上为单调递减函数;
- ③若函数 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上不单调, 则 $0 < a < 3$;
- ④当 $a = 12$ 时, $f(x)$ 在 $[-4, 5]$ 上的最大值为 1.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 如图所示程序框图, 若判断框内为“ $i < 4$ ”, 则输出 $S =$ ()

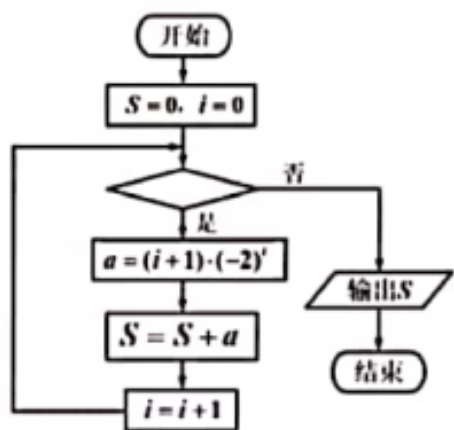


A. 2 B. 10 C. 34 D. 98

3. 椭圆是日常生活中常见的图形, 在圆柱形的玻璃杯中盛半杯水, 将杯体倾斜一个角度, 水面的边界即是椭圆. 现有一高度为 12 厘米, 底面半径为 3 厘米的圆柱形玻璃杯, 且杯中所盛水的体积恰为该玻璃杯容积的一半 (玻璃厚度忽略不计), 在玻璃杯倾斜的过程中 (杯中的水不能溢出), 杯中水面边界所形成的椭圆的离心率的取值范围是 ()

A. $\left[0, \frac{\sqrt{5}}{6}\right]$ B. $\left[\frac{\sqrt{5}}{5}, 1\right)$ C. $\left[0, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right]$ D. $\left[\frac{2\sqrt{5}}{5}, 1\right)$

4. 为计算 $S = 1 - 2 \times 2 + 3 \times 2^2 - 4 \times 2^3 + \dots + 100 \times (-2)^{99}$ ，设计了如图所示的程序框图，则空白框中应填入（ ）

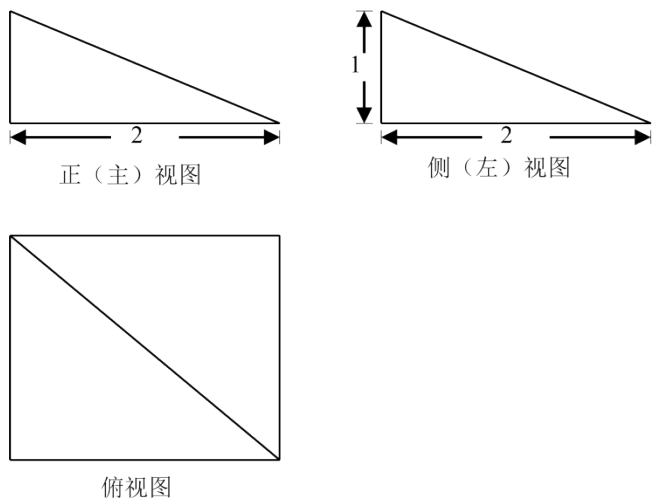


- A. $i < 100$ B. $i > 100$ C. $i \leq 100$ D. $i \geq 100$

5. 已知函数 $f(x) = xe^{1-x}$ ，若对于任意的 $x_0 \in (0, e]$ ，函数 $g(x) = \ln x - x^2 + ax - f(x_0) + 1$ 在 $(0, e]$ 内都有两个不同的零点，则实数 a 的取值范围为（ ）

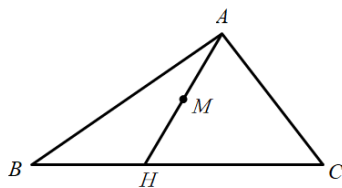
- A. $(1, e]$ B. $(e - \frac{2}{e}, e]$ C. $(e - \frac{2}{e}, e + \frac{2}{e}]$ D. $(1, e - \frac{2}{e}]$

6. 某四棱锥的三视图如图所示，则该四棱锥的体积为（ ）



- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. 2 D. 4

7. 在 $\triangle ABC$ 中， H 为 BC 上异于 B, C 的任一点， M 为 AH 的中点，若 $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$ ，则 $\lambda + \mu$ 等于（ ）



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{3}$

8. 设复数 z 满足 $\frac{z-i}{i} = z - 2i$ (i 为虚数单位)，则 $z =$ （ ）

- A. $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ B. $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ C. $-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ D. $-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$

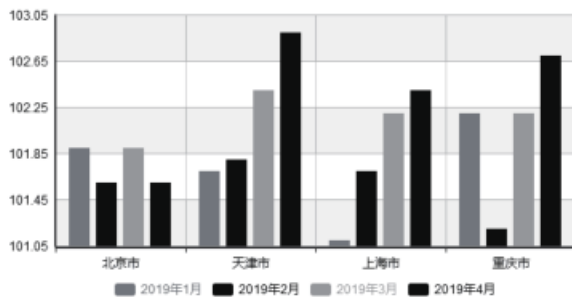
9. 已知 $\sin \alpha - 2 \cos \alpha = 1$, $\alpha \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$, 则 $\frac{1 - \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan \frac{\alpha}{2}} = (\quad)$

- A. $-\frac{1}{2}$ B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. 2

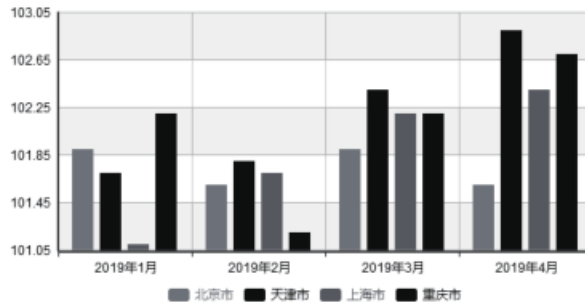
10. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$ 的一条渐近线方程是 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 则双曲线的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

11. 以下两个图表是 2019 年初的 4 个月我国四大城市的居民消费价格指数（上一年同月 = 100）变化图表，则以下说法错误的是 ()



图表一



图表二

（注：图表一每个城市的条形图从左到右依次是 1、2、3、4 月份；图表二每个月份的条形图从左到右四个城市依次是北京、天津、上海、重庆）

- A. 3 月份四个城市之间的居民消费价格指数与其它月份相比增长幅度较为平均
 B. 4 月份仅有三个城市居民消费价格指数超过 102
 C. 四个月的数据显示北京市的居民消费价格指数增长幅度波动较小
 D. 仅有天津市从年初开始居民消费价格指数的增长呈上升趋势

12. i 是虚数单位, $z = \frac{2i}{1-i}$ 则 $|z| = (\quad)$

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = f(x-4)$, 当 $x \in [-2, 2)$ 时, $f(x) = \begin{cases} 2x^3 + 3x^2 + a, & -2 \leq x \leq a \\ 1-x, & a < x < 2 \end{cases}$, 若函数 $f(x)$ 在 $[0, 2020)$

上有 1515 个零点, 则实数 a 的范围为_____.

14. 有以下四个命题: ①在 $\triangle ABC$ 中, $A > B$ 的充要条件是 $\sin A > \sin B$; ②函数 $y = f(x)$ 在区间 $(1, 2)$ 上存在零点的充要条件是 $f(1) \cdot f(2) < 0$; ③对于函数 $y = f(x)$, 若 $f(2) = f(-2)$, 则 $f(x)$ 必不是奇函数; ④函数 $y = f(1-x)$ 与 $y = f(1+x)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称. 其中正确命题的序号为_____.

15. 正项等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_3 = \frac{5}{4}$, 且 $2a_2, \frac{1}{2}a_4, a_3$ 成等差数列, 则 $(a_1a_2) \cdot (a_2a_3) \cdot \dots \cdot (a_na_{n+1})$ 取得最小值时 n 的值为_____.

16. 已知 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{e}$ 是平面向量, $\vec{e}$ 是单位向量. 若 $\vec{a} \cdot \vec{e} = 2$, $\vec{b} \cdot \vec{e} = 3$, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 的取值范围是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $2c \cos B = 2a + b$.

(1) 求角 C 的大小;

(2) 若函数 $f(x) = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + m \cos 2x (m \in \mathbb{R})$ 图象的一条对称轴方程为 $x = \frac{C}{2}$ 且 $f\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{6}{5}$, 求 $\cos(2\alpha + C)$ 的值.

18. (12 分) 甲、乙两班各派三名同学参加知识竞赛, 每人回答一个问题, 答对得 10 分, 答错得 0 分, 假设甲班三名同学答对的概率都是 $\frac{2}{3}$, 乙班三名同学答对的概率分别是 $\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$, 且这六名同学答题正确与否相互之间没有影响.

(1) 记“甲、乙两班总得分之和是 60 分”为事件 A , 求事件 A 发生的概率;

(2) 用 X 表示甲班总得分, 求随机变量 X 的概率分布和数学期望.

19. (12 分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{a^2}{4 \sin A}$.

(1) 求 $\sin B \sin C$;

(2) 若 $10 \cos B \cos C = -1$, $a = \sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

20. (12 分) 某动漫影视制作公司长期坚持文化自信, 不断挖掘中华优秀传统文化中的动漫题材, 创作出一批又一批的优秀动漫影视作品, 获得市场和广大观众的一致好评, 同时也为公司赢得丰厚的利润. 该公司 2013 年至 2019 年的年利润 y 关于年份代号 x 的统计数据如下表 (已知该公司的年利润与年份代号线性相关).

年份	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
年份代号 x	1	2	3	4	5	6	7

年利润 y (单位: 亿元)	29	33	36	44	48	52	59
------------------	----	----	----	----	----	----	----

(I) 求 y 关于 x 的线性回归方程, 并预测该公司 2020 年 (年份代号记为 8) 的年利润;

(II) 当统计表中某年年利润的实际值大于由 (I) 中线性回归方程计算出该年利润的估计值时, 称该年为 A 级利润年, 否则称为 B 级利润年. 将 (I) 中预测的该公司 2020 年的年利润视作该年利润的实际值, 现从 2013 年至 2020 年这 8 年中随机抽取 2 年, 求恰有 1 年为 A 级利润年的概率.

参考公式: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - ax - \ln x$ ($a \in \mathbb{R}$).

(1) 若 $a=2$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 设 $g(x) = f(x) + \frac{3}{2}x^2 + 1$, 若函数 $g(x)$ 在 $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ 上有两个零点, 求实数 a 的取值范围.

22. (10 分) 设 $f(x) = (a-4)\log_a x - \frac{3}{a-1}x + \frac{3}{a-1}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$).

(1) 证明: 当 $a=4$ 时, $\ln x + f(x) \leq 0$;

(2) 当 $x \geq 1$ 时 $f(x) \leq 0$, 求整数 a 的最大值. (参考数据: $\ln 2 \approx 0.69, \ln 3 \approx 1.10, \ln 5 \approx 1.61, \ln 7 \approx 1.95$)

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、C

【解析】

逐一分析选项, ①根据函数 $y = x^3$ 的对称中心判断; ②利用导数判断函数的单调性; ③先求函数的导数, 若满足条件, 则极值点必在区间 $(-1, 1)$; ④利用导数求函数在给定区间的最值.

【详解】

① $y = x^3$ 为奇函数, 其图象的对称中心为原点, 根据平移知识, 函数 $f(x)$ 的图象的对称中心为 $(0, -1)$, 正确.

②由题意知 $f'(x) = 3x^2 - a$. 因为当 $-1 < x < 1$ 时, $3x^2 < 3$,

又 $a \geq 3$ ，所以 $f'(x) < 0$ 在 $(-1, 1)$ 上恒成立，所以函数 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上为单调递减函数，正确。

③由题意知 $f'(x) = 3x^2 - a$ ，当 $a \leq 0$ 时， $f'(x) \geq 0$ ，此时 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上为增函数，不合题意，故 $a > 0$ 。

令 $f'(x) = 0$ ，解得 $x = \pm \frac{\sqrt{3a}}{3}$ 。因为 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上不单调，所以 $f'(x) = 0$ 在 $(-1, 1)$ 上有解，

需 $0 < \frac{\sqrt{3a}}{3} < 1$ ，解得 $0 < a < 3$ ，正确。

④令 $f'(x) = 3x^2 - 12 = 0$ ，得 $x = \pm 2$ 。根据函数的单调性， $f(x)$ 在 $[-4, 5]$ 上的最大值只可能为 $f(-2)$ 或 $f(5)$ 。

因为 $f(-2) = 15$ ， $f(5) = 64$ ，所以最大值为 64，结论错误。

故选：C

【点睛】

本题考查利用导数研究函数的单调性，极值，最值，意在考查基本的判断方法，属于基础题型。

2、C

【解析】

由题意，逐步分析循环中各变量的值的变化情况，即可得解。

【详解】

由题意运行程序可得：

$$i < 4, \quad j = 1 \times 2 = 2, \quad s = 0 + 1 \times 2 = 2, \quad i = 1 + 1 = 2;$$

$$i < 4, \quad j = 2 \times 2 = 4, \quad s = 2 + 2 \times 4 = 10, \quad i = 2 + 1 = 3;$$

$$i < 4, \quad j = 4 \times 2 = 8, \quad s = 10 + 3 \times 8 = 34, \quad i = 3 + 1 = 4;$$

$i < 4$ 不成立，此时输出 $s = 34$ 。

故选：C。

【点睛】

本题考查了程序框图，只需在理解程序框图的前提下细心计算即可，属于基础题。

3、C

【解析】

根据题意可知当玻璃杯倾斜至杯中水刚好不溢出时，水面边界所形成椭圆的离心率最大，由椭圆的几何性质即可确定此时椭圆的离心率，进而确定离心率的取值范围。

【详解】

当玻璃杯倾斜至杯中水刚好不溢出时，水面边界所形成椭圆的离心率最大。

此时椭圆长轴长为 $\sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5}$ ，短轴长为 6，

所以椭圆离心率 $e = \sqrt{1 - \left(\frac{6}{6\sqrt{5}}\right)^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ，

所以 $e \in \left(0, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right]$ 。

故选：C

【点睛】

本题考查了椭圆的定义及其性质的简单应用，属于基础题。

4、A

【解析】

根据程序框图输出的 S 的值即可得到空白框中应填入的内容。

【详解】

由程序框图的运行，可得：S=0，i=0

满足判断框内的条件，执行循环体，a=1，S=1，i=1

满足判断框内的条件，执行循环体，a=2×(-2)，S=1+2×(-2)，i=2

满足判断框内的条件，执行循环体，a=3×(-2)²，S=1+2×(-2)+3×(-2)²，i=3

...

观察规律可知：满足判断框内的条件，执行循环体，a=99×(-2)⁹⁹，S=1+2×(-2)+3×(-2)²+...+1×(-2)⁹⁹，i=1，此时，应该不满足判断框内的条件，退出循环，输出 S 的值，所以判断框中的条件应是 i<1。

故选：A。

【点睛】

本题考查了当型循环结构，当型循环是先判断后执行，满足条件执行循环，不满足条件时算法结束，属于基础题。

5、D

【解析】

将原题等价转化为方程 $\ln x - x^2 + ax + 1 = f(x_0)$ 在 $(0, e]$ 内都有两个不同的根，先求导 $f'(x)$ ，可判断 $x \in (0, 1)$ 时，

$f'(x) > 0$ ， $f(x)$ 是增函数；

当 $x \in (1, e)$ 时， $f'(x) < 0$ ， $f(x)$ 是减函数。因此 $0 < f(x) \leq 1$ ，再令 $F(x) = \ln x - x^2 + ax + 1$ ，求导得

$F'(x) = -\frac{2x^2 - ax - 1}{x}$ ，结合韦达定理可知，要满足题意，只能是存在零点 x_1 ，使得 $F'(x) = 0$ 在 $(0, e)$

有解, 通过导数可判断当 $x \in (0, x_1)$ 时 $F'(x) > 0$, $F(x)$ 在 $(0, x_1)$ 上是增函数; 当 $x \in (x_1, e)$ 时 $F'(x) < 0$, $F(x)$ 在 (x_1, e) 上是减函数; 则应满足 $F(x)_{\max} = F(x_1) > 1$, 再结合 $2x_1^2 - ax_1 - 1 = 0$, 构造函数 $m(x) = \ln x + x^2 - 1$, 求导即可求解;

【详解】

函数 $g(x) = \ln x - x^2 + ax - f(x_0) + 1$ 在 $(0, e]$ 内都有两个不同的零点,

等价于方程 $\ln x - x^2 + ax + 1 = f(x_0)$ 在 $(0, e]$ 内都有两个不同的根.

$f'(x) = e^{1-x} - xe^{1-x} = (1-x)e^{1-x}$, 所以当 $x \in (0, 1)$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 是增函数;

当 $x \in (1, e)$ 时, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 是减函数. 因此 $0 < f(x) \leq 1$.

设 $F(x) = \ln x - x^2 + ax + 1$, $F'(x) = \frac{1}{x} - 2x + a = -\frac{2x^2 - ax - 1}{x}$,

若 $F'(x) = 0$ 在 $(0, e)$ 无解, 则 $F(x)$ 在 $(0, e]$ 上是单调函数, 不合题意; 所以 $F'(x) = 0$ 在 $(0, e)$ 有解, 且易知只能有一个解.

设其解为 x_1 , 当 $x \in (0, x_1)$ 时 $F'(x) > 0$, $F(x)$ 在 $(0, x_1)$ 上是增函数;

当 $x \in (x_1, e)$ 时 $F'(x) < 0$, $F(x)$ 在 (x_1, e) 上是减函数.

因为 $\forall x_0 \in (0, e]$, 方程 $\ln x - x^2 + ax + 1 = f(x_0)$ 在 $(0, e]$ 内有两个不同的根,

所以 $F(x)_{\max} = F(x_1) > 1$, 且 $F(e) \leq 0$. 由 $F(e) \leq 0$, 即 $\ln e - e^2 + ae + 1 \leq 0$, 解得 $a \leq e - \frac{2}{e}$.

由 $F(x)_{\max} = F(x_1) > 1$, 即 $\ln x_1 - x_1^2 + ax_1 + 1 > 1$, 所以 $\ln x_1 - x_1^2 + ax_1 > 0$.

因为 $2x_1^2 - ax_1 - 1 = 0$, 所以 $a = 2x_1 - \frac{1}{x_1}$, 代入 $\ln x_1 - x_1^2 + ax_1 > 0$, 得 $\ln x_1 + x_1^2 - 1 > 0$.

设 $m(x) = \ln x + x^2 - 1$, $m'(x) = \frac{1}{x} + 2x > 0$, 所以 $m(x)$ 在 $(0, e)$ 上是增函数,

而 $m(1) = \ln 1 + 1 - 1 = 0$, 由 $\ln x_1 + x_1^2 - 1 > 0$ 可得 $m(x_1) > m(1)$, 得 $1 < x_1 < e$.

由 $a = 2x_1 - \frac{1}{x_1}$ 在 $(1, e)$ 上是增函数, 得 $1 < a < 2e - \frac{1}{e}$.

综上所述 $1 < a \leq e - \frac{2}{e}$,

故选: D.

【点睛】

本题考查由函数零点个数求解参数取值范围问题，构造函数法，导数法研究函数增减性与最值关系，转化与化归能力，属于难题

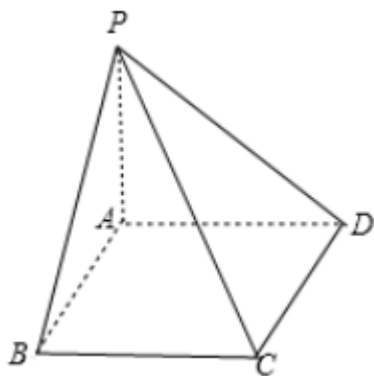
6、B

【解析】

由三视图知该四棱锥是底面为正方形，且一侧棱垂直于底面，由此求出四棱锥的体积.

【详解】

由三视图知该四棱锥是底面为正方形，且一侧棱垂直于底面，画出四棱锥的直观图，如图所示：



则该四棱锥的体积为 $V = \frac{1}{3} S_{\text{正方形}ABCD} \cdot PA = \frac{1}{3} \times 2^2 \times 1 = \frac{4}{3}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了利用三视图求几何体体积的问题，是基础题.

7、A

【解析】

根据题意，用 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 表示出 $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BH}$ 与 $\overrightarrow{AM}$ ，求出 λ, μ 的值即可.

【详解】

解：根据题意，设 $\overrightarrow{BH} = x\overrightarrow{BC}$ ，则

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AH} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH}) = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} x (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2} (1-x) \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} x \overrightarrow{AC},$$

$$\text{又 } \overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC},$$

$$\therefore \lambda = \frac{1}{2} (1-x), \mu = \frac{1}{2} x,$$

$$\therefore \lambda + \mu = \frac{1}{2} (1-x) + \frac{1}{2} x = \frac{1}{2},$$

故选：A.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/077115154164006063>