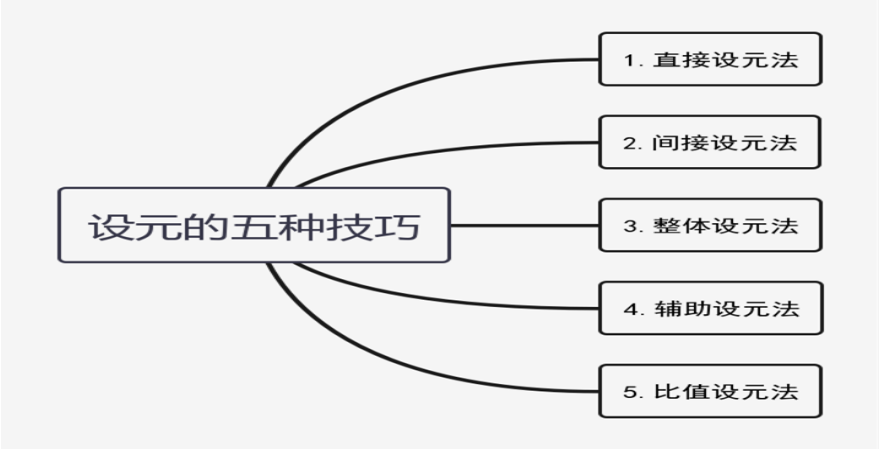
培优专题 07 设元的五种技巧



【专题精讲】

解应用题时,设元是常用来解题的方法,通过设元可以找到条件和结论之间的联系,准确、恰当地设元往往有助于简化解题过程,达到事半功倍的作用,设什么元需要根据具体问题的条件确定,就常见的设元法简析如下:

1.直接设元法

就是将题目中需要求的量直接设为未知元,即求什么设什么,这是最常用的设元法。

1.（2022·全国·七年级专题练习）A，B 两地相距 448km，一列慢车从 A 地出发，速度为 60km/h，一列快车从 B 地出发，速度为 80km/h，两车相向而行，慢车先行 28min，快车开出多长时间后两车相遇？

【答案】快车出发后 3 小时两车相遇

【分析】利用两车行驶的距离和 $=448$，进而求出即可.

【详解】设快车出发后 x 小时两车相遇，根据题意可得：

$\frac{28}{60}\times 60+(60+80)x=448$，

解得：$x=3$，

答：快车出发后 3 小时两车相遇.

【点睛】此题主要考查了一元一次方程的应用，得出正确等量关系是解题关键.

2.（2022·全国·七年级专题练习）甲乙两车分别从 A、B 两城同时相对开出，经过 4 小时，甲车行了全程的 80%，乙车超过中点 13 千米，已知甲车比乙车每小时多行 3 千米，A、B 两城相距多少千米？

【答案】$\frac{250}{3}$ 千米

【分析】设 A、B 两城相距 x 千米，根据“经过 4 小时，甲车行了全程的 80%，乙车超过中点 13 千米，甲车比乙车每小时多行 3 千米”，列出一元一次方程即可求解．

【详解】解：设 A、B 两城相距 x 千米

$$\frac{80\%x}{4}=\frac{0.5x+13}{4}+3$$

$$x=\frac{250}{3}$$

答：两城相距 $\frac{250}{3}$ 千米．

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用，根据题意找到等量关系列出方程是解题的关键．

3．（2022·江西赣州·七年级期末）石城县矿山机械设备闻名省内外．在某矿山机械设备车间工人正在紧张地按订单进度进行生产，若每人每天平均可以生产轴承 12 个或者轴杆 16 个，1 个轴承与 2 个轴杆组成一套，该车间共有 90 人，应该怎样调配人力，才能使每天生产的轴承和轴杆正好配套？

【答案】调配 36 个人加工轴承，54 个人加工轴杆，才能使每天生产的轴承和轴杆正好配套．

【分析】设 x 个人加工轴承，（90-x）个人加工轴杆，列方程求解即可．

【详解】解：设 x 个人加工轴承，（90-x）个人加工轴杆，才能使每天生产的轴承和轴杆正好配套，

根据题意得：$12x\times2=16(90-x)$，

去括号得：$24x=1440-16x$，

移项合并得：$40x=1440$，

解得：$x=36$．

$90-x=90-36=54$．

答：调配 36 个人加工轴承，54 个人加工轴杆，才能使每天生产的轴承和轴杆正好配套．

【点睛】本题考查一元一次方程的实际应用，解题的关键是理解题意，正确列出方程求解．

4．（2022·辽宁大连·七年级期末）列一元一次方程解应用题：

某社区为响应抗击“新冠病毒”号召，组织志愿者到各个街道进行“少出门，少聚集”的安全知识宣传．原计划在甲街道安排 20 个志愿者，在乙街道安排 12 个志愿者，但到现场后发现任务较重，决定增派 16 名志愿者去支援两个街道，增派后甲街道的志愿者人数是乙街道志愿者人数的 2 倍，请问新增派的志愿者中有多少名去支援甲街道？

【答案】新增派的志愿者中有 12 名去支援甲街道．

【分析】设新增派的志愿者中有 x 名去支援甲街道，则新增派的志愿者中有（16-x）名去支援乙街道，根据增派后甲街道的志愿者人数是乙街道志愿者人数的 2 倍列方程，解方程即可求解．

【详解】解：设新增派的志愿者中有 x 名去支援甲街道，则新增派的志愿者中有（16-x）名去支援乙街

道，依题意得：

20+x=2（12+16-x），

解得：x=12，

答：新增派的志愿者中有 12 名去支援甲街道.

【点睛】本题主要考查一元一次方程的应用，找准等量关系是解题的关键.

2.间接设元法

对于直接设元比较困难的问题,通常可以间接设元,所设的量不是要求的,但更易找出符合题意的等量关系,这种把题中要求量以外的量设为未知元的方法,称为间接设元法。

5.（2021·江苏·南通市八一中学七年级阶段练习）列一元一次方程解应用题：

在风速为 24 km/h 的条件下，一架飞机顺风从 A 机场飞到 B 机场要用 2.8 h，它逆风飞行同样的航线要用 3h．求无风时这架飞机在这一航线的平均航速和两机场之间的航程.

【答案】无风时飞机的航速是 696 千米/时，两机场之间的航程是 2016 千米

【分析】设无风时飞机的航速是 x 千米/时，根据路程=时间×速度，列出方程求解即可.

【详解】解：设无风时飞机的航速是 x 千米/时，

依题意得：$2.8(x+24)=3(x-24)$，

解得：$x=696$.

则 $3\times(696-24)=2016$（千米）

答：无风时飞机的航速是 696 千米/时，两机场之间的航程是 2016 千米.

【点睛】本题主要考查了一元一次方程的应用，正确理解题意找到等量关系列出方程是解题的关键.

6.（2021·湖北·襄阳市樊城区青泥湾中学七年级阶段练习）小刚和小强分别从 A 、 B 两地出发，小刚骑自行车，小强步行，沿同一线路相向匀速而行，出发两小时两人相遇，相遇时小刚比小强多走了 24 千米，相遇后 0.5 小时小刚到达 B 点.

(1)两人的行驶速度各是多少？

(2) AB 两地相距多少千米？

【答案】(1)小刚的速度是 16km/h，小强的速度是：4km/h.

(2) 40 千米

【分析】（1）可根据相遇时甲乙所用时间相等，且甲乙所行路程之和为 A，B 两地距离，从而列出方程求

出解.

（2）根据（1）的结论即可求解.

（1）

解：设小刚的速度为 $x$km/h，

则相遇时小刚走了 $2x$km,小强走了$(2x-24)$km，

由题意得，$2x-24=0.5x$，

解得：$x=16$，

则小强的速度为：$(2\times16-24)\div2=4$(km/h)，

答：小刚的速度是 16km/h，小强的速度是：4km/h.

（2）

解：根据题意，小刚的速度是 16km/h，小强的速度是：4km/h，2 小时相遇，

$\therefore AB$ 两地相距 $2\times(16+4)=40$ 千米

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用，根据题意列出方程是解题的关键.

7.（2022·河南驻马店·七年级期末）在一条铁路上，有甲，乙两个站，相距 408 千米，一列慢车从甲站开出每小时行 72 千米，一列快车从乙站开出，每小时行 96 千米，若两车同向而行，几小时后两车相距 60 千米？

【答案】若两车同向而行，14.5 小时或 19.5 小时两车相距 60 千米

【分析】设 x 小时后两车相距 60 千米，分两种情况：（1）快车未追上慢车时，（2）快车追上慢车后，分别列出方程即可求解.

【详解】解：设 x 小时后两车相距 60 千米

（1）慢车在前，快车在后.

$72x+408=96x+60$

解得 $x=14.5$

（2）快车在前，慢车在后.

$96x=408+60+72x$

解得 $x=19.5$

答：若两车同向而行，14.5 小时或 19.5 小时两车相距 60 千米.

【点睛】本题考查一元一次方程的应用，解题的关键是读懂题意，分类列方程解决问题.

8.（2022·全国·九年级专题练习）在比例尺是 1：3000000 的地图上，量得两地之间的距离是 10 厘米，

甲、乙两车同时从两地相向而行，2 小时后，两车相遇，已知甲、乙两车的速度比是 3：2，甲、乙两车的速度各是多少？

【答案】甲车的速度是 90 千米/时，乙车的速度是 60 千米/时

【分析】先根据比例尺和地图上的距离求出两间实际距离，再根据“路程=速度×时间”求出两车速度和，再利用两车的速度比求出各自速度.

【详解】解：10×3000000＝30000000（厘米）＝300 千米，

设甲车的速度是 3x 千米/时，则乙车的速度是 2x 千米/时，

根据题意得

2（3x+2x）＝300，

解得 x＝30，

3x＝3×30＝90，

2x＝2×30＝60.

答：甲车的速度是 90 千米/时，乙车的速度是 60 千米/时.

【点睛】此题考查比例尺的意义、比的应用，能够根据比例尺进行图上距离与实际距离换算是解题的基础.

3.整体设元法　3 个

有些问题未知量太多,而等量关系又太少,若未知量的某一部分存在一个整体关系,则可设这一部分为未知数,这样就成少了设未知数的个数,这种设元的方法叫做整体设元法。

9.（2021·湖南·衡阳市实验中学七年级期中）小聪是个爱动脑筋的同学，在发现教材中的用方框在月历中移动的规律后，突发奇想，将连续的偶数 2，4，6，8，…，排成如图；并用一个十字形框架框住其中的五个数，请你仔细观察十字形框架中的数字的规律，并回答下列问题：

2	4	6	8	10
12	14	16	18	20
22	24	26	28	30
32	34	36	38	40
…	…	…	…	…

（1）十字框中的五个数的和与中间的数 16 有什么关系？

（2）设中间的数为x，用代数式表示十字框中的五个数的和；

（3）若将十字框上下左右移动，可框住另外的五位数，其它五位数的和能等于 2025 吗？如能，写出这五位数，如不能，说明理由．

【答案】（1）十字框中的五个数的和是中间的数 16 的 5 倍；（2）5x；（3）框住的五个数的和不能等于 2025．理由见解析

【分析】（1）将五个数相加即可得出结论；

（2）设中间的数为 x，则另外四个数分别为 x-10、x-2、x+2、x+10，将五个数相加即可得出结论；

（3）设中间的数为 x，根据（2）的规律可得出关于 x 的一元一次方程，解之可得出 x 的值，由 x 为奇数可得出框住的五个数的和不能等于 2025．

【详解】解：（1）∵6+14+16+18+26=80=16×5，

∴十字框中的五个数的和是中间的数 16 的 5 倍；

（2）设中间的数为 x，则另外四个数分别为 x-10、x-2、x+2、x+10，

∴（x-10）+（x-2）+x+（x+2）+（x+10）=5x；

（3）不能，理由如下：

设中间的数为 x，

根据题意得：5x=2025，

解得：x=405．

∵405 不是偶数，

∴框住的五个数的和不能等于 2025．

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用以及规律型中数字的变化类，观察表格中的数据，找出十字框中的五个数的和是中间的数的 5 倍是解题的关键．

10．（2021·江苏·七年级专题练习）一个三位数，它的百位上的数比十位上的数的 2 倍大 1，个位上的数比十位上的数的 3 倍小 1．如果把这个三位数的百位上的数字和个位上的数字对调，那么得到的三位数比原来的三位数大 99，求这个三位数．

【答案】738

【分析】由题意设十位上的数为 x，用代数式表示原三位数是 100（2x+1）+10x+（3x-1），新三位数为 100（3x-1）+10x+（2x+1），根据新数减去原数等于 99 建立方程求解即可．

【详解】解：由题意设十位上的数为 x，则这个数是 100（2x+1）+10x+（3x-1），

把这个三位数的百位上的数字和个位上的数字对调后的数为 100（3x-1）+10x+（2x+1），

则 100（3x-1）+10x+（2x+1）-[100（2x+1）+10x+（3x-1）]=99，

解得 x=3．

所以这个数是 738.

【点睛】本题利用了列一元一次方程解应用题，代数式来表示数，整式的减法，抓住对调后新三位数比原来的三位数大 99 建立方程是解题关键.

11.（2022·江西上饶·七年级期末）一般地，任何一个无限循环小数都可以写为分数形式，那么应该怎样写呢？

在理解例题的基础上，完成下列三个问题：

例题：如何将$0.\dot{4}$化为分数形式？

解：设 $x=0.\dot{4}$.　　则 $10x=10\times 0.\dot{4}$.

由 $0.\dot{4}=0.444\cdots$，可知 $10x=4.444\cdots$

得：$10x=4+0.\dot{4}$

可得 $10x=4+x$ ，解方程，得：$x=\frac{4}{9}$

于是，得 $0.\dot{4}=\frac{4}{9}$

(1)将$0.\dot{7}$化为分数形式；

(2)将$0.\dot{2}\dot{7}$化为分数形式；

(3)将$0.3\dot{2}\dot{4}$化为分数形式.

【答案】(1)$\frac{7}{9}$

(2)$\frac{3}{11}$

(3)$\frac{107}{330}$

【分析】（1）设$0.\dot{7}=x$，根据规律公式列出关于 x 的方程，解方程即可.

（2）设$0.\dot{2}\dot{7}=x$，根据规律公式列出关于 x 的方程，解方程即可.

（3）设$0.3\dot{2}\dot{4}=x$，得到 $1000x=324.\dot{2}\dot{4}$，$10x=3.\dot{2}\dot{4}$，根据规律公式列出关于 x 的方程，解方程即可.

(1)

解：设$0.\dot{7}=x$，

∵$0.\dot{7}$=0.7777…，∴10x=7.777….

∴10x-x=7.777…-0.777…=7，即 10x-x=7，

解方程得 $x=\frac{7}{9}$，于是得 $0.\dot{7}=\frac{7}{9}$；

(2)

设 $0.\dot{2}\dot{7}$=x，∵ $0.\dot{2}\dot{7}$=0.272727...，

∴100x=27.272727...，

∴100x-x=27，

解得：$x=\frac{27}{99}=\frac{3}{11}$；

(3)

设 $0.3\dot{2}\dot{4}$=x，

则 1000x= $324.\dot{2}\dot{4}$，10x= $3.\dot{2}\dot{4}$，

则 1000x-10x=321，

解得：$x=\frac{321}{990}=\frac{107}{330}$.

【点睛】此题主要考查了一元一次方程的应用，解答本题的关键是找出其中的规律，即通过方程形式，把无限小数化成整数形式.

4. 辅助设元法

对于一些较复杂的问题,往往条件较少、关系交错,不管是直接设元还是间接设元,都存在一定困难,这时不妨增加未知数,也就是引入辅助元,在已知量和未知量之间架起一座“桥梁”,更好地理顺各个量之间的关系,便于列出方程.这种方法叫做辅助设元法,也叫设而不求法。

12.（2022·湖北省宜昌市渔峡口中学七年级期中）某书城开展学生优惠购书活动，凡是一次性购买不超过200元的一律九折优惠；超过200元时，其中的200元按九折计算，超过200元的部分按八折计算．小军第一次购书付款72元，第二次购书享受了八折优惠，他查看了所买书的定价，发现两次共节省了34元．

(1)求小军第一次所购书的定价是多少元？

(2)求小军第二次购书的实际付款是多少元？

【答案】(1)80 元

(2)204 元

【分析】（1）设小军第一次所购书的定价是 x 元，先判断出 $x<200$，再根据优惠方案和小军第一次购书付款 72 元建立方程，解方程即可得；

（2）设小军第二次所购书的定价是 y 元，先判断出 $y>200$，再根据优惠方案和发现两次共节省了 34 元建立方程，解方程可得 y 的值，然后利用 y 减去节省的钱即可得出答案.

（1）

解：设小军第一次所购书的定价是 x 元，

$\because 200\times 90\%=180>72$，

$\therefore x<200$，

则 $90\%x=72$，

解得 $x=80$，

答：小军第一次所购书的定价是 80 元.

（2）

解：设小军第二次所购书的定价是 y 元，

由题意得：小军第二次节省的钱数为 $34-(80-72)=26$（元），

$\because$ 小军第二次购书享受了八折优惠，

$\therefore y>200$，

则 $200\times(1-90\%)+(1-80\%)(y-200)=26$，

解得 $y=230$，

所以小军第二次购书的实际付款是 $230-26=204$（元），

答：小军第二次购书的实际付款是 204 元.

【点睛】本题考查了一元一次方程的实际应用，找准等量关系，正确建立方程是解题关键.

13.（2022·重庆·黔江区育才初级中学校七年级期中）文峰文具店分两次购进一款礼品盲盒共 70 盒，总共花费 960 元，已知第一批盲盒进价为每盒 15 元，第二批盲盒进价为每盒 12 元.

(1)文具店老板计划将每盒盲盒标价 20 元出售，销售完第一批盲盒后，再打八折销售完第二批盲盒，按此计划该老板总共可以获得多少利润？

(2)在实际销售中，该文具店老板在以（1）中标价销售完 m 盒后，决定搞一场促销活动，尽快清理库

存．老板先将标价提高到每盒 40 元，再推出活动：购买两盒，第一盒七折，第二盒半价，不单盒销售．售完所有盲盒该老板共获利 600 元，求 m 的值．

【答案】(1)320 元

(2)30

【分析】（1）设第一次购买了 x 盒，则第二次购买了 $(70-x)$ 盒，根据题意列方程，得出每一次购买得数量，再分别算出每一批的利润，即可求解；

（2）根据题意，分别表示出销售 m 盒的销售额、七折的销售额、半价的销售额，再根据总销售额－成本=利润，列出方程，即可求解．

（1）

设第一次购买了 x 盒，则第二次购买了 $(70-x)$ 盒，

依题意得：$15x+12\times(70-x)=960$，

解得：$x=40$（盒），

∴ 第一次购买了 40 盒，第二次购买了 30 盒，

则第一批盈利：$(20-15)\times40=200$（元），

则第二批盈利：$(20\times0.8-12)\times30=120$（元），

∴总共盈利：$200+120=320$（元）．

（2）

销售 m 盒销售额为：$20m$，

七折的销售额为：$40\times0.7\times\dfrac{70-m}{2}=980-14m$，

半价的销售额为：$40\times0.5\times\dfrac{70-m}{2}=700-10m$，

$\therefore 20m+980-14m+700-10m-960=600$，

解得：$m=30$．

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用，解题关键是读懂题意，找准等量关系．

14．（2021·陕西·西安市雁塔区第二中学七年级阶段练习）列一元一次方程解应用题．

甲、乙两件服装进价共 500 元，商店决定把甲服装按进价提高 50%标价，乙服装按进价提高 40%标价，如果两件服装均按标价的九折出售，这样商店获利共 157 元．甲、乙两件服装进价分别是多少元？

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/077156135133006134