2024 届辽宁省辽南协作校高三 3 月份月考试卷数学试题

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0．5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知函数 $f\left(x\right)=e^{\frac{x}{2}-1}$，$g\left(x\right)=\ln\frac{x}{2}+1$，若 $f\left(m\right)=g\left(n\right)$ 成立，则 $n-m$ 的最小值为（　　）

A．0　　**B．4**　　**C．** $3e-\frac{1}{2}$　　**D．** $\frac{5+\ln 6}{2}$

2．国务院发布《关于进一步调整优化结构、提高教育经费使用效益的意见》中提出，要优先落实教育投入．某研究机构统计了 2010 年至 2018 年国家财政性教育经费投入情况及其在 *GDP* 中的占比数据，并将其绘制成下表，由下表可知下列叙述错误的是（　　）



A．随着文化教育重视程度的不断提高，国在财政性教育经费的支出持续增长

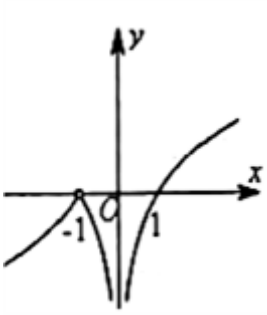
B． 2012 年以来，国家财政性教育经费的支出占 *GDP* 比例持续 7 年保持在 4% 以上

C．从 2010 年至 2018 年，中国 *GDP* 的总值最少增加 60 万亿

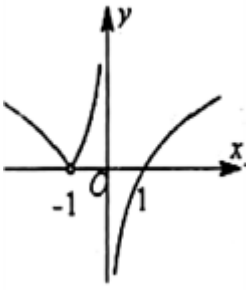
D．从 2010 年到 2018 年，国家财政性教育经费的支出增长最多的年份是 2012 年

3．函数 $f\left(x\right)=\frac{x+1}{\left|x+1\right|}\log_a\left|x\right|$（$0<a<1$）的图象的大致形状是（　　）

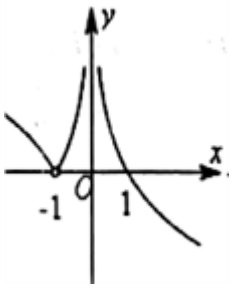
A.



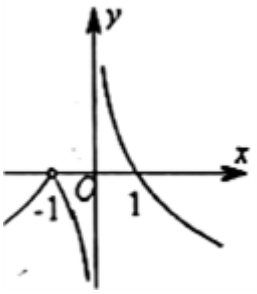
B.



C.



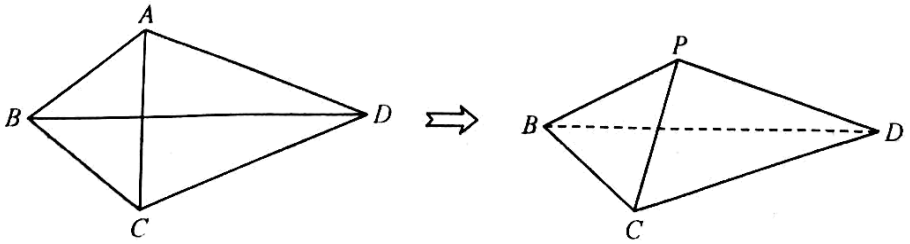
D.



4．已知点 $A(2,0)$、$B(0,-2)$．若点 P 在函数 $y=\sqrt{x}$ 的图象上，则使得 $\triangle PAB$ 的面积为 2 的点 P 的个数为（　　）

A． 1　　**B．** 2　　**C．** 3　　**D．** 4

5．如图，在平面四边形 $ABCD$ 中，满足 $AB=BC, CD=AD$，且 $AB+AD=10, BD=8$，沿着 BD 把 ABD 折起，使点 A 到达点 P 的位置，且使 $PC=2$，则三棱锥 $P-BCD$ 体积的最大值为（　　）



A． 12　　**B．** $12\sqrt{2}$　　**C．** $\dfrac{16\sqrt{2}}{3}$　　**D．** $\dfrac{16}{3}$

6．记单调递增的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_2+a_4=10$，$a_2a_3a_4=64$，则（　　）

A． $S_{n+1}-S_n=2^{n+1}$　　**B．** $a_n=2^n$　　**C．** $S_n=2^n-1$　　**D．** $S_n=2^{n-1}-1$

7．已知 $a=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{0.2}$，$b=0.2^{-\frac{1}{2}}$，$c=\log_{\frac{1}{3}}2$，则(　　)

A． $a>b>c$　　**B．** $b>a>c$　　**C．** $b>c>a$　　**D．** $a>c>b$

8．已知直线 l：$\sqrt{3}x+y+2=0$ 与圆 O：$x^2+y^2=4$ 交于 A，B 两点，与 l 平行的直线 l_1 与圆 O 交于 M，N 两点，且 $\triangle OAB$ 与 $\triangle OMN$ 的面积相等，给出下列直线 l_1：①$\sqrt{3}x+y-2\sqrt{3}=0$，②$\sqrt{3}x+y-2=0$，③$x-\sqrt{3}y+2=0$，④$\sqrt{3}x+y+2\sqrt{3}=0$.其中满足条件的所有直线 l_1 的编号有（　　）

A．①②　　B．①④　　C．②③　　D．①②④

9．已知复数$z=\dfrac{1+i}{1-i}$，则$\bar{z}$的虚部是（　　）

A．i　　B．$-i$　　C．-1　　D．1

10．已知集合$A=\left\{x\in Z\,|\,\dfrac{x}{x+3}\le 0\right\}$，则集合$A$真子集的个数为（　　）

A．3　　B．4　　C．7　　D．8

11．已知平面$ABCD\perp$平面$ADEF, AB\perp AD, CD\perp AD$，且$AB=3, AD=CD=6, ADEF$是正方形，在正方形$ADEF$内部有一点$M$，满足$MB, MC$与平面$ADEF$所成的角相等，则点$M$的轨迹长度为（　　）

A．$\dfrac{4}{3}$　　B．16　　C．$\dfrac{4}{3}\pi$　　D．8π

12．已知在平面直角坐标系xOy中，圆C_1：$(x-m)^2+(y-m-6)^2=2$与圆C_2：$(x+1)^2+(y-2)^2=1$交于A，B两点，若$|OA|=|OB|$，则实数m的值为（　　）

A．1　　B．2　　C．-1　　D．-2

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知点F是抛物线$y=2x^2$的焦点，M，N是该抛物线上的两点，若$|MF|+|NF|=\dfrac{17}{4}$，则线段MN中点的纵坐标为_____.

14．设命题p：$\exists x_0\in R$，$2^{x_0}+2^{1-x_0}<2$，则$\neg p$：_____.

15．已知函数$f(x)$是定义在R上的奇函数，且周期为2，当$x\in(0,1]$时，$f(x)=x+\dfrac{a}{3}$，则$f(a)$的值为_____.

16．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E,F分别为棱AA_1, D_1A_1的中点，则直线EF与直线A_1B所成角的正切值为_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知$x>0$，$y>0$，$z>0$，$x^2+y^2+z^2=1$，证明：

（1）$(x+y)^2+(y+z)^2+(x+z)^2\geq 4$；

（2）$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}>1+2\sqrt{xy}+2\sqrt{xz}+2\sqrt{yz}$.

18．（12分）已知函数$f(x)=|x-3|+|x-1|$.

（1）求不等式$f(x)\le 6$的解集；

（2）设 $f(x)$ 的最小值为 M，正数 a，b 满足 $a^2+4b^2=M$，证明：$a+2b\geq 4ab$.

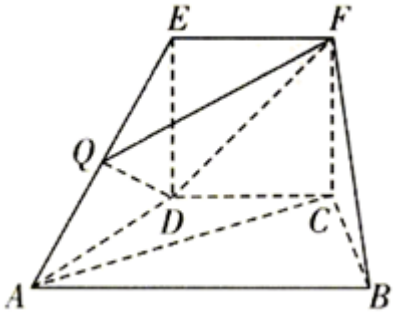
19.（12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=\dfrac{n^2+n+1}{n^2+n}a_n+\dfrac{1}{2^n},n\in N^*$.

(Ⅰ)证明：当 $n\geq 2$ 时，$a_n\geq 2$ $\left(n\in N^*\right)$；

(Ⅱ)证明：$a_{n+1}=\dfrac{1}{1\cdot 2}a_1+\dfrac{1}{2\cdot 3}a_2+\cdots\dfrac{1}{n\cdot(n+1)}a_n+2-\dfrac{1}{2^n}$ $(n\in N^*)$；

(Ⅲ)证明：$a_n<\dfrac{43}{42}\sqrt{e}-1,e$ 为自然常数.

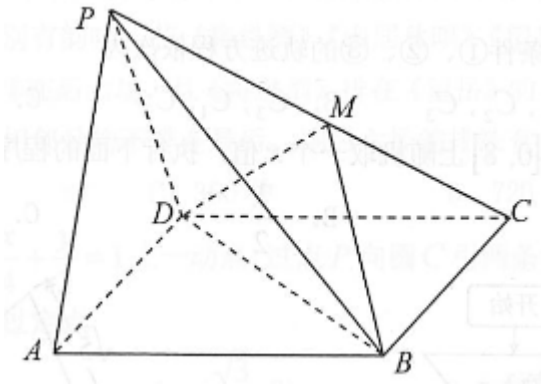
20.（12 分）在如图所示的几何体中，面 *CDEF* 为正方形，平面 *ABCD* 为等腰梯形，*AB*//*CD*，*AB* =2*BC*，点 *Q* 为 *AE* 的中点.



（1）求证：*AC*//平面 *DQF*；

（2）若∠*ABC*=60°，*AC*⊥*FB*，求 *BC* 与平面 *DQF* 所成角的正弦值.

21.（12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形，面 $PAD\perp$ 底面 $ABCD$，且 $\triangle PAD$ 是边长为 2 的等边三角形，$PC=\sqrt{13},M$ 在 PC 上，且 PA 平面 MBD.



（1）求证: M 是 PC 的中点；

（2）在 PA 上是否存在点 F，使二面角 $F-BD-M$ 为直角？若存在，求出 $\dfrac{AF}{AP}$ 的值；若不存在，说明理由.

22.（10 分）设函数 $f(x)=|x+a|+|x-a^2-a|(a\in\mathbf{R})$.

（1）当$a=1$时，求不等式$f(x)\le 5$的解集；

（2）若存在$a\in[-1,0]$，使得不等式$f(x)\ge b$对一切$x\in\mathbf{R}$恒成立，求实数b的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

令$f(m)=g(n)=t$，进而求得$n-m=2e^{t-1}-2\ln t-2$，再转化为函数的最值问题即可求解.

【详解】

$\because f(m)=g(n)=t\therefore e^{\frac{m}{2}-1}=\ln\frac{n}{2}+1=t$（$t>0$），$\therefore n-m=2e^{t-1}-2\ln t-2$，

令：$h(t)=2e^{t-1}-2\ln t-2$，$h'(t)=2e^{t-1}-\frac{2}{t}$，$h'(t)$在$(0,+\infty)$上增，

且$h'(1)=0$，所以$h(t)$在$(0,1)$上减，在$(1,+\infty)$上增，

所以$h(t)_{\min}=h(1)=2-2=0$，所以$n-m$的最小值为0.故选：A

【点睛】

本题主要考查了导数在研究函数最值中的应用，考查了转化的数学思想，恰当的用一个未知数来表示n和m是本题的关键，属于中档题.

2、C

【解析】

观察图表，判断四个选项是否正确.

【详解】

由表易知A、B、D项均正确，2010年中国GDP为$\frac{1.4670}{3.55\%}\approx 41$万亿元，2018年中国$GDP$为$\frac{3.6990}{4.11\%}=90$万亿元，则从2010年至2018年，中国$GDP$的总值大约增加49万亿，故C项错误.

【点睛】

本题考查统计图表，正确认识图表是解题基础.

3、C

【解析】

对 x 分类讨论，去掉绝对值，即可作出图象.

【详解】

$$f\left(x\right)=\frac{x+1}{\left|x+1\right|}\log_a\left|x\right|=\begin{cases}-\log_a\left(-x\right), & x<-1,\\ \log_a\left(-x\right), & -1<x<0,\\ \log_a x, & x>0.\end{cases}$$

故选 C.

【点睛】

识图常用的方法

(1)定性分析法：通过对问题进行定性的分析，从而得出图象的上升(或下降)的趋势，利用这一特征分析解决问题；

(2)定量计算法：通过定量的计算来分析解决问题；

(3)函数模型法：由所提供的图象特征，联想相关函数模型，利用这一函数模型来分析解决问题.

4、C

【解析】

设出点 P 的坐标，以 AB 为底结合 $\triangle PAB$ 的面积计算出点 P 到直线 AB 的距离，利用点到直线的距离公式可得出关于 a 的方程，求出方程的解，即可得出结论.

【详解】

设点 P 的坐标为 $\left(a,\sqrt{a}\right)$，直线 AB 的方程为 $\frac{x}{2}-\frac{y}{2}=1$，即 $x-y-2=0$，

设点 P 到直线 AB 的距离为 d，则 $S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}\left|AB\right|\cdot d=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times d=2$，解得 $d=\sqrt{2}$，

另一方面，由点到直线的距离公式得 $d=\frac{\left|a-\sqrt{a}-2\right|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，

整理得 $a-\sqrt{a}=0$ 或 $a-\sqrt{a}-4=0$，$\because a\geq0$，解得 $a=0$ 或 $a=1$ 或 $a=\frac{9+\sqrt{17}}{2}$.

综上，满足条件的点 P 共有三个.

故选：C.

【点睛】

本题考查三角形面积的计算，涉及点到直线的距离公式的应用，考查运算求解能力，属于中等题.

5、C

【解析】

过 P 作 $PE\perp BD$ 于 E，连接 CE，易知 $CE\perp BD$，$PE=CE$，从而可证 $BD\perp$ 平面 PCE，进而可知 $V_{P-BCD}=V_{B-PCE}+V_{D-PCE}=\frac{1}{3}S_{\triangle PCE}\cdot BD=\frac{8}{3}S_{\triangle PCE}$，当 $S_{\triangle PCE}$ 最大时，V_{P-BCD} 取得最大值，取 PC 的中点 F，可得 $EF\perp PC$，再由 $S_{\triangle PCE}=\frac{1}{2}PC\cdot EF=\sqrt{PE^2-1}$，求出 PE 的最大值即可.

【详解】

在 $\triangle BPD$ 和 $\triangle BCD$ 中，$\begin{cases}PB=BC\\PD=CD\\BD=BD\end{cases}$，所以 $\triangle BPD\cong\triangle BCD$，则 $\angle PBD=\angle CBD$，

过 P 作 $PE\perp BD$ 于 E，连接 CE，显然 $\triangle BPE\cong\triangle BCE$，则 $CE\perp BD$，且 $PE=CE$，

又因为 $PE\cap CE=E$，所以 $BD\perp$ 平面 PCE，

所以 $V_{P-BCD}=V_{B-PCE}+V_{D-PCE}=\frac{1}{3}S_{\triangle PCE}\cdot BD=\frac{8}{3}S_{\triangle PCE}$，

当 $S_{\triangle PCE}$ 最大时，V_{P-BCD} 取得最大值，取 PC 的中点 F，则 $EF\perp PC$，

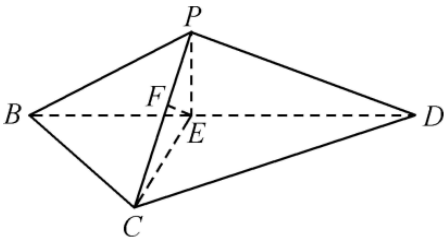
所以 $S_{\triangle PCE}=\frac{1}{2}PC\cdot EF=\sqrt{PE^2-1}$，

因为 $PB+PD=10, BD=8$，所以点 P 在以 B,D 为焦点的椭圆上（不在左右顶点），其中长轴长为 **10**，焦距长为 **8**，

所以 PE 的最大值为椭圆的短轴长的一半，故 PE 最大值为 $\sqrt{5^2-4^2}=3$，

所以 $S_{\triangle PCE}$ 最大值为 $2\sqrt{2}$，故 V_{P-BCD} 的最大值为 $\frac{8}{3}\times2\sqrt{2}=\frac{16\sqrt{2}}{3}$.

故选：**C**.



【点睛】

本题考查三棱锥体积的最大值，考查学生的空间想象能力与计算求解能力，属于中档题.

6、C

【解析】

先利用等比数列的性质得到 a_3 的值，再根据 a_2,a_4 的方程组可得 a_2,a_4 的值，从而得到数列的公比，进而得到数列的通项和前 n 项和，根据后两个公式可得正确的选项.

【详解】

因为$\{a_n\}$为等比数列，所以$a_3^2=a_2a_4$，故$a_3^3=64$即$a_3=4$，

由$\begin{cases}a_2+a_4=10\\a_2a_4=16\end{cases}$可得$\begin{cases}a_2=2\\a_4=8\end{cases}$或$\begin{cases}a_2=8\\a_4=2\end{cases}$，因为$\{a_n\}$为递增数列，故$\begin{cases}a_2=2\\a_4=8\end{cases}$符合.

此时$q^2=4$，所以$q=2$或$q=-2$（舍，因为$\{a_n\}$为递增数列）.

故$a_n=a_3q^{n-3}=4\times2^{n-3}=2^{n-1}$，$S_n=\dfrac{1\times\left(1-2^n\right)}{1-2}=2^n-1$.

故选 C.

【点睛】

一般地，如果$\{a_n\}$为等比数列，S_n为其前n项和，则有性质：

（1）若$m,n,p,q\in N^*,m+n=p+q$，则$a_ma_n=a_pa_q$；

（2）公比$q\neq1$时，则有$S_n=A+Bq^n$，其中A,B为常数且$A+B=0$；

（3）$S_n,S_{2n}-S_n,S_{3n}-S_{2n},\cdots$为等比数列（$S_n\neq0$）且公比为$q^n$.

7、B

【解析】

利用指数函数和对数函数的单调性，将数据和$0,1$做对比，即可判断.

【详解】

由于$0<\left(\dfrac{1}{2}\right)^{0.2}<\left(\dfrac{1}{2}\right)^0=1$，

$0.2^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{\frac{1}{5}}}=\sqrt{5}$，

$\log_{\frac{1}{3}}2<\log_{\frac{1}{3}}1=0$

故$b>a>c$.

故选：B.

【点睛】

本题考查利用指数函数和对数函数的单调性比较大小，属基础题.

8、D

【解析】

求出圆心O到直线l的距离为：$d=1=\frac{1}{2}r$，得出$\angle AOB=120°$，根据条件得出O到直线l_1的距离$d'=1$或$\sqrt{3}$时满足条件，即可得出答案.

【详解】

解：由已知可得：圆O：$x^2+y^2=4$的圆心为（0,0），半径为2，

则圆心O到直线l的距离为：$d=1=\frac{1}{2}r$，

$\therefore \angle AOB=120°$，

而$l//l_1$，$\triangle OAB$与$\triangle OMN$的面积相等，

$\therefore \angle MON=120°$或$60°$，

即O到直线l_1的距离$d'=1$或$\sqrt{3}$时满足条件，

根据点到直线距离可知，①②④满足条件.

故选：D.

【点睛】

本题考查直线与圆的位置关系的应用，涉及点到直线的距离公式.

9、C

【解析】

化简复数，分子分母同时乘以$1+i$，进而求得复数z，再求出$\bar{z}$，由此得到虚部.

【详解】

$z=\frac{1+i}{1-i}=i$，$\bar{z}=-i$，所以$\bar{z}$的虚部为-1.

故选：C

【点睛】

本小题主要考查复数的乘法、除法运算，考查共轭复数的虚部，属于基础题.

10、C

【解析】

解出集合A，再由含有n个元素的集合，其真子集的个数为2^n-1个可得答案.

【详解】

解：由$A=\left\{x\in Z\mid \frac{x}{x+3}\le 0\right\}$，得$A=\{x\in Z\mid -3<x\le 0\}=\{-2,-1,0\}$

所以集合 A 的真子集个数为 $2^3-1=7$ 个.

故选：C

【点睛】

此题考查利用集合子集个数判断集合元素个数的应用，含有 n 个元素的集合，其真子集的个数为 2^n-1 个，属于基础题.

11、C

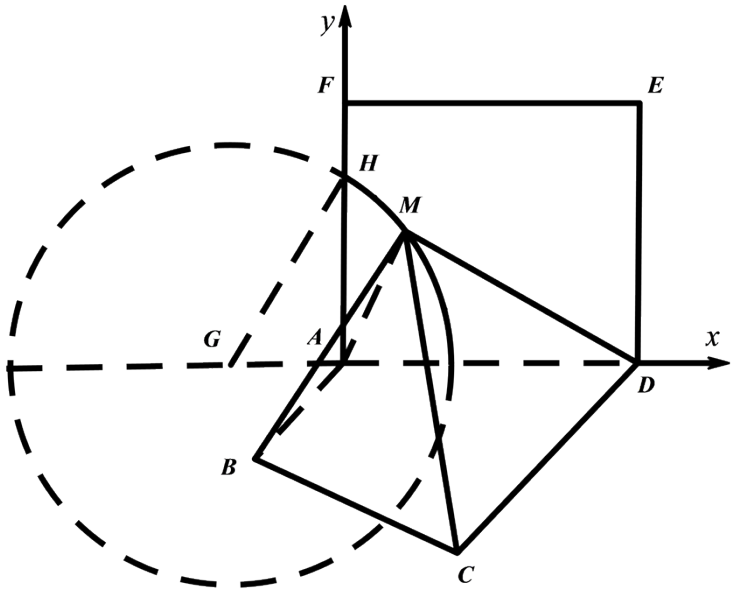
【解析】

根据 MB,MC 与平面 $ADEF$ 所成的角相等，判断出 $MD=2AM$ ，建立平面直角坐标系，求得 M 点的轨迹方程，由此求得点 M 的轨迹长度.

【详解】

由于平面 $ABCD\perp$ 平面 $ADEF$ ，且交线为 AD ， $AB\perp AD,CD\perp AD$ ，所以 $AB\perp$ 平面 $ADEF$ ， $CD\perp$ 平面 $ADEF$.所以 $\angle$BMA 和 $\angle CMD$ 分别是直线 MB,MC 与平面 $ADEF$ 所成的角，所以 $\angle BMA=\angle CMD$ ，所以 $\tan\angle BMA=\tan\angle CMD$ ，即 $\dfrac{AB}{AM}=\dfrac{CD}{MD}$ ，所以 $MD=2AM$.以 A 为原点建立平面直角坐标系如下图所示，则 $A(0,0)$ ， $D(6,0)$ ，设 $M(x,y)$ （点 M 在第一象限内），由 $MD=2AM$ 得 $MD^2=4AM^2$ ，即 $(x-6)^2+y^2=4(x^2+y^2)$ ，化简得 $(x+2)^2+y^2=4^2$ ，由于点 M 在第一象限内，所以 M 点的轨迹是以 $G(-2,0)$ 为圆心，半径为 4 的圆在第一象限的部分.令 $x=0$ 代入原的方程，解得 $y=\pm2\sqrt{3}$ ，故 $H(0,2\sqrt{3})$ ，由于 $GA=2$ ，所以 $\angle HGA=\dfrac{\pi}{3}$ ，所以点 M 的轨迹长度为 $\dfrac{\pi}{3}\times4=\dfrac{4\pi}{3}$.

故选：C



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/077165056154006141