2024 届南京市第二十九中学高三下学期第一次调研数学试题试卷

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设 $\vec{a},\vec{b}$ 为非零向量，则“$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$”是“$\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线”的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

2．已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的最小正周期为 π，$f\left(x\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后关于 y 轴对称，则 $f(x-\frac{\pi}{6})$ 的单调递增区间为(　　)

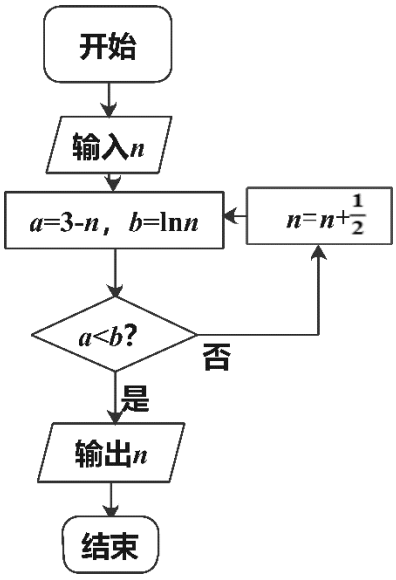
A．$\left[\frac{\pi}{3}+k\pi,\frac{5\pi}{6}+k\pi\right]k\in Z$　　B．$\left[-\frac{\pi}{3}+k\pi,\frac{\pi}{6}+k\pi\right]k\in Z$

C．$\left[-\frac{\pi}{12}+k\pi,\frac{5\pi}{12}+k\pi\right]k\in Z$　　D．$\left[-\frac{\pi}{6}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi\right]k\in Z$

3．若直线 $y=kx+1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交于 P、Q 两点，且$\angle POQ=120°$(其中 O 为坐标原点)，则 k 的值为(　　)

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$ 或$-\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{2}$ 和$-\sqrt{2}$

4．执行如图所示的程序框图若输入 $n=\frac{1}{2}$，则输出的 n 的值为（　　）



A．$\frac{3}{2}$　　B．2　　C．$\frac{5}{2}$　　D．3

5．已知 i 为虚数单位，则 $\frac{2+3i}{(1-2i)i}=$（　　）

A． $\frac{7}{5}+\frac{4}{5}i$　　**B．** $\frac{7}{5}-\frac{4}{5}i$　　**C．** $\frac{4}{5}+\frac{7}{5}i$　　**D．** $\frac{4}{5}-\frac{7}{5}i$

6．已知定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=f(-x)$，且在区间 $[1,2]$ 上是减函数，令 $a=\ln 2, b=\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}, c=\log_{\frac{1}{2}}2$，则 $f(a), f(b), f(c)$ 的大小关系为（　　）

A． $f(a)<f(b)<f(c)$　　**B．** $f(a)<f(c)<f(b)$

C． $f(b)<f(a)<f(c)$　　**D．** $f(c)<f(a)<f(b)$

7．在 ΔABC 中，$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PD}, \overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则 $\lambda+\mu=$（　）

A． $-\frac{1}{3}$　　**B．** $\frac{1}{3}$　　**C．** $-\frac{1}{2}$　　**D．** $\frac{1}{2}$

8．设 $k>1$，则关于 x, y 的方程 $(1-k)x^2+y^2=k^2-1$ 所表示的曲线是（　）

A． 长轴在 y 轴上的椭圆　　**B．** 长轴在 x 轴上的椭圆

C． 实轴在 y 轴上的双曲线　　**D．** 实轴在 x 轴上的双曲线

9．已知复数 $z=\frac{4i}{1+i}$，则 z 对应的点在复平面内位于（　　）

A． 第一象限　　**B．** 第二象限

C． 第三象限　　**D．** 第四象限

10．函数 $y=f(x)\ (x\in R)$ 在 $(-\infty,1]$ 上单调递减，且 $f(x+1)$ 是偶函数，若 $f(2x-2)>f(2)$ ，则 x 的取值范围是（　　）

A．（2，+∞）　　**B．**（－ ∞，1）∪（2，+∞）

C．（1，2）　　**D．**（－ ∞，1）

11．设复数 z 满足 $\frac{z-i}{z+i}=i$，则 $z=$（　　）

A． 1　　**B．** -1　　**C．** $1-i$　　**D．** $1+i$

12．若复数 z 满足 $(1+i)z=|3+4i|$，则 z 的虚部为（　）

A． 5　　**B．** $\frac{5}{2}$　　**C．** $-\frac{5}{2}$　　**D．** -5

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．函数 $f(x)=x\cos x+\sin x$ 在 $x=\pi$ 处的切线方程是_____.

14．已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$(a＞0，b＞0)的一条渐近线方程为$x-2y=0$，则该双曲线的离心率为_____.

15．若函数$f(x)=\begin{cases}2^{-x},x\le 0\\ \log_3 x,x>0\end{cases}$，则$f[\frac{1}{3}f(\log_4\frac{1}{3})]$的值为_____.

16．已知点$A(0,-1)$是抛物线$x^2=2py$的准线上一点，*F*为抛物线的焦点，*P*为抛物线上的点，且$|PF|=m|PA|$，若双曲线*C*中心在原点，*F*是它的一个焦点，且过*P*点，当*m*取最小值时，双曲线*C*的离心率为_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$与抛物线$y^2=4x$有共同的焦点，且离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，设$F_1,F_2$分别是$A,B$为椭圆的上下顶点

（1）求椭圆C的方程；

（2）过点$(0,2)$与x轴不垂直的直线l与椭圆C交于不同的两点M,N，当弦MN的中点P落在四边形F_1AF_2B内（含边界）时，求直线l的斜率的取值范围.

18．（12分）为增强学生的法治观念，营造“学宪法、知宪法、守宪法”的良好校园氛围，某学校开展了“宪法小卫士”活动，并组织全校学生进行法律知识竞赛．现从全校学生中随机抽取50名学生，统计他们的竞赛成绩，已知这50名学生的竞赛成绩均在[50，100]内，并得到如下的频数分布表：

分数段	[50，60)	[60，70)	[70，80)	[80，90)	[90，100]
人数	5	15	15	12	3

（1）将竞赛成绩在$[70,100]$内定义为“合格”，竞赛成绩在$[50,70)$内定义为“不合格”．请将下面的2×2列联表补充完整，并判断是否有95%的把握认为“法律知识竞赛成绩是否合格”与“是否是高一新生”有关？

	合格	不合格	合计
高一新生	12		
非高一新生		6	
合计			

（2）在（1）的前提下，按“竞赛成绩合格与否”进行分层抽样，从这50名学生中抽取5名学生，再从这5名学生中随机抽取2名学生，求这2名学生竞赛成绩都合格的概率.

参考公式及数据：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$．

$P(K^2\geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

19．（12分）已知函数$f(x)=\ln(2x+a)\ (x>0,a>0)$，曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线在$y$轴上的截距为$\ln 3-\dfrac{2}{3}$.

（1）求a；

（2）讨论函数$g(x)=f(x)-2x\ (x>0)$和$h(x)=f(x)-\dfrac{2x}{2x+1}\ (x>0)$的单调性；

（3）设$a_1=\dfrac{2}{5},\ a_{n+1}=f\left(a_n\right)$，求证：$\dfrac{5-2^{n+1}}{2^n}<\dfrac{1}{a_n}-2<0\ (n\geq 2)$.

20．（12分）过点$P\left(-1,0\right)$作倾斜角为α的直线与曲线$C:\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\theta\\ y=\sqrt{2}\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数）相交于$M$、$N$两点．

（1）写出曲线C的一般方程；

（2）求$\left|PM\right|\cdot\left|PN\right|$的最小值．

21．（12分）在直角坐标系xOy中，曲线C_1上的任意一点M到直线$y=-1$的距离比M点到点$F\left(0,2\right)$的距离小1.

（1）求动点M的轨迹C_1的方程；

（2）若点P是圆C_2:$\left(x-2\right)^2+\left(y+2\right)^2=1$上一动点，过点$P$作曲线$C_1$的两条切线，切点分别为$A$、$B$，求直线$AB$斜率的取值范围.

22．（10分）已知函数$f\left(x\right)=xe^x-2x$

（1）求函数$f(x)$在$(1,f(1))$处的切线方程

（2）设函数$g(x)=f(x)-2\ln x$，对于任意$x\in\left(0,+\infty\right)$，$g(x)>a$恒成立，求$a$的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

根据向量共线的性质依次判断充分性和必要性得到答案.

【详解】

若$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$共线，且方向相同，充分性；

当$\vec{a}$与$\vec{b}$共线，方向相反时，$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|\neq\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$，故不必要.

故选：A.

【点睛】

本题考查了向量共线，充分不必要条件，意在考查学生的推断能力.

2、D

【解析】

先由函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$的周期和图象的平移后的函数的图象性质得出函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$的解析式，从而得出$f(x-\frac{\pi}{6})$的解析式，再根据正弦函数$f(x)=\sin x$的单调递增区间得出函数$f(x-\frac{\pi}{6})$的单调递增区间，可得选项.

【详解】

因为函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的最小正周期是$\pi$，所以$\pi=\frac{2\pi}{\omega}$，即$\omega=2$，所以$f(x)=\sin\left(2x+\varphi\right)$，

$f(x)=\sin\left(2x+\varphi\right)$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度后得到的函数解析式为

$y=\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\varphi\right]=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}+\varphi\right)$，

由于其图象关于y轴对称，所以$\frac{\pi}{3}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$，又$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以$\varphi=\frac{\pi}{6}$，所以$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，

所以 $f(x-\frac{\pi}{6})=\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，

因为 $f(x)=\sin x$ 的递增区间是：$\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,2k\pi+\frac{\pi}{2}\right]$，$k\in Z$，

由$-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x-\frac{\pi}{6}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，得：$-\frac{\pi}{6}+k\pi\le x\le k\pi+\frac{\pi}{3}$，$k\in Z$，

所以函数$f(x-\frac{\pi}{6})$的单调递增区间为$\left[-\frac{\pi}{6}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi\right]$（$k\in Z$）.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查正弦型函数的周期性，对称性，单调性，图象的平移，在进行图象的平移时，注意自变量的系数，属于中档题.

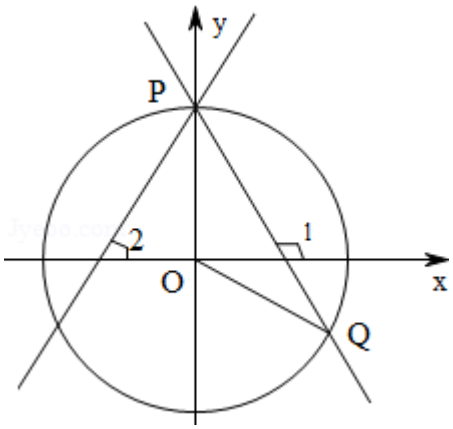
3、C

【解析】

直线过定点，直线 y=kx+1 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交于 P、Q 两点，且∠POQ=120°（其中 O 为原点），可以发现∠QOx 的大小，求得结果.

【详解】

如图，直线过定点（0，1），



∵∠POQ=120°∴∠OPQ=30°，⇒∠1=120°，∠2=60°，

∴由对称性可知 k=±$\sqrt{3}$.

故选 C.

【点睛】

本题考查过定点的直线系问题，以及直线和圆的位置关系，是基础题.

4、C

【解析】

由程序语言依次计算，直到$a<b$时输出即可

【详解】

程序的运行过程为

n	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$
a	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$
b	$\ln\frac{1}{2}$	0	$\ln\frac{3}{2}$	$\ln 2$	$\ln\frac{5}{2}$

当 **n=2** 时，$1>\ln 2$；$n=\frac{5}{2}$ 时，$\frac{1}{2}<\ln\frac{5}{2}$，此时输出 $n=\frac{5}{2}$.

故选：**C**

【点睛】

本题考查由程序框图计算输出结果，属于基础题

5、**A**

【解析】

根据复数乘除运算法则，即可求解.

【详解】

$$\frac{2+3i}{(1-2i)i}=\frac{2+3i}{2+i}=\frac{(2+3i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}=\frac{7}{5}+\frac{4}{5}i.$$

故选：*A*.

【点睛】

本题考查复数代数运算，属于基础题题.

6、**C**

【解析】

可设 $x\in[0,1]$，根据 $f(x)$ 在 R 上为偶函数及 $f(x+2)=f(-x)$ 便可得到：$f(x)=f(-x)=f(-x+2)$，可设 x_1，$x_2\in[0,1]$，且 $x_1<x_2$，根据 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上是减函数便可得出 $f(x_1)<f(x_2)$，从而得出 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递增，再根据对数的运算得到 a、b、c 的大小关系，从而得到 $f(a),f(b),f(c)$ 的大小关系.

【详解】

解：因为 $\ln 1<\ln 2<\ln e$，即 $0<a<1$，又 $b=\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}=2$，$c=\log_{\frac{1}{2}}2=-1$

设 $x\in[0,1]$，根据条件，$f(x)=f(-x)=f(-x+2)$，$-x+2\in[1,2]$；

若x_1，$x_2\in[0,1]$，且$x_1<x_2$，则：$-x_1+2>-x_2+2$；

Q $f(x)$在$[1,2]$上是减函数；

$\therefore f(-x_1+2)<f(-x_2+2)$；

$\therefore f(x_1)<f(x_2)$；

$\therefore f(x)$在$[0,1]$上是增函数；

所以$f(b)=f(2)=f(0)$，$f(c)=f(-1)=f(1)$

$\therefore f(b)<f(a)<f(c)$

故选：C

【点睛】

考查偶函数的定义，减函数及增函数的定义，根据单调性定义判断一个函数单调性的方法和过程：设$x_1<x_2$，通过条件比较$f(x_1)$与$f(x_2)$，函数的单调性的应用，属于中档题.

7、A

【解析】

先根据$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC},\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PD}$得到$P$为$\Delta ABC$的重心，从而$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，故可得$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，利用$\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AB}$可得$\overrightarrow{BP}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，故可计算$\lambda+\mu$的值.

【详解】

因为$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC},\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PD},$所以$P$为$\Delta ABC$的重心，

所以$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC},\therefore\frac{3}{2}\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$，

所以$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，

所以$\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AB}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，因为$\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，

所以$\lambda=-\frac{2}{3},\mu=\frac{1}{3},\therefore\lambda+\mu=-\frac{1}{3}$，故选 A.

【点睛】

对于ΔABC，一般地，如果G为ΔABC的重心，那么$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$，反之，如果$G$为平面上一点，且满足$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$，那么$G$为$\Delta ABC$的重心.

8、C

【解析】

根据条件，方程$\left(1-k\right)x^2+y^2=k^2-1$．即$\frac{y^2}{k^2-1}-\frac{x^2}{k+1}=1$，结合双曲线的标准方程的特征判断曲线的类型．

【详解】

解：∵$k>1$，∴$1+k>0$，$k^2-1>0$，

方程$\left(1-k\right)x^2+y^2=k^2-1$，即$\frac{y^2}{k^2-1}-\frac{x^2}{k+1}=1$，表示实轴在$y$轴上的双曲线，

故选C.

【点睛】

本题考查双曲线的标准方程的特征，依据条件把已知的曲线方程化为$\frac{y^2}{k^2-1}-\frac{x^2}{k+1}=1$是关键.

9、A

【解析】

利用复数除法运算化简z，由此求得z对应点所在象限.

【详解】

依题意$z=\frac{4i\left(1-i\right)}{\left(1+i\right)\left(1-i\right)}=2i\left(1-i\right)=2+2i$，对应点为$\left(2,2\right)$，在第一象限.

故选 A.

【点睛】

本小题主要考查复数除法运算，考查复数对应点的坐标所在象限，属于基础题.

10、B

【解析】

根据题意分析$f(x)$的图像关于直线$x=1$对称，即可得到$f(x)$的单调区间，利用对称性以及单调性即可得到x的取值范围。

【详解】

根据题意，函数$y=f(x)$ 满足$f(x+1)$是偶函数，则函数$f(x)$的图像关于直线$x=1$对称，

若函数$y=f(x)$在$\left(-\infty,1\right]$上单调递减，则$f(x)$在$\left[1,+\infty\right)$上递增，

所以要使$f(2x-2)>f(2)$，则有$\left|2x-2-1\right|>1$，变形可得$\left|2x-3\right|>1$，

解可得：$x>2$或$x<1$，即x的取值范围为$(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$；

故选：B.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/078000046131006116