

中考数学一轮复习资料五合一

《核心考点+重点题型+高分秘籍+题组特训+过关检测》

(全国通用版)

第 21 讲 圆



核心考点 1：圆的基本概念

1. 与圆有关的概念和性质

- 1) 圆：平面上到定点的距离等于定长的所有点组成的图形。
- 2) 弦与直径：连接圆上任意两点的线段叫做弦，过圆心的弦叫做直径，直径是圆内最长的弦。
- 3) 弧：圆上任意两点间的部分叫做弧，小于半圆的弧叫做劣弧，大于半圆的弧叫做优弧。
- 4) 圆心角：顶点在圆心的角叫做圆心角。
- 5) 圆周角：顶点在圆上，并且两边都与圆还有一个交点的角叫做圆周角。
- 6) 弦心距：圆心到弦的距离。

2. 注意

- 1) 经过圆心的直线是该圆的对称轴，故圆的对称轴有无数条；
- 2) 3 点确定一个圆，经过 1 点或 2 点的圆有无数个。
- 3) 任意三角形的三个顶点确定一个圆，即该三角形的外接圆。

核心考点 2：垂径定理

1. 垂径定理：垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧。

关于垂径定理的计算常与勾股定理相结合，解题时往往需要添加辅助线，一般过圆心作弦的垂线，构造直角三角形。

2. 推论

- 1) 平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧；
- 2) 弦的垂直平分线经过圆心，并且平分弦所对的两条弧。

核心考点 3：圆心角、弧、弦的关系

1. 定理：在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等。圆心角、弧和弦之间的等量关系必须同圆或等圆中才成立。

2. 推论：在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等，那么它们所对应的其余

各组量都分别相等。

核心考点 4：圆周角定理及其推论

1. 定理：一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半。

2. 推论：1) 在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等。2) 直径所对的圆周角是直角。

圆内接四边形的对角互补。在圆中求角度时，通常需要通过一些圆的性质进行转化。比如圆心角与圆周角间的转化；同弧或等弧的圆周角间的转化；连直径，得到直角三角形，通过两锐角互余进行转化等。

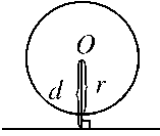
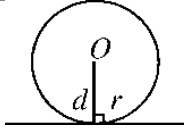
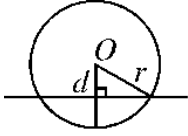
核心考点 5：与圆有关的位置关系

1. 点与圆的位置关系

设点到圆心的距离为 d 。(1) $d < r \Leftrightarrow$ 点在 $\odot O$ 内；(2) $d = r \Leftrightarrow$ 点在 $\odot O$ 上；(3) $d > r \Leftrightarrow$ 点在 $\odot O$ 外。

判断点与圆之间的位置关系，将该点的圆心距与半径作比较即可。

2. 直线和圆的位置关系

位置关系	相离	相切	相交
图形			
公共点个数	0 个	1 个	2 个
数量关系	$d > r$	$d = r$	$d < r$

由于圆是轴对称和中心对称图形，所以关于圆的位置或计算题中常常出现分类讨论多解的情况。

核心考点 6：切线的性质与判定

1. 切线的性质

1) 切线与圆只有一个公共点。2) 切线到圆心的距离等于圆的半径。3) 切线垂直于经过切点的半径。

利用切线的性质解决问题时，通常连过切点的半径，利用直角三角形的性质来解决问题。

2. 切线的判定

1) 与圆只有一个公共点的直线是圆的切线（定义法）。

2) 到圆心的距离等于半径的直线是圆的切线。

3) 经过半径外端点并且垂直于这条半径的直线是圆的切线。

切线判定常用的证明方法：①知道直线和圆有公共点时，连半径，证垂直；②不知道直线与圆有没有公共点时，作垂直，证垂线段等于半径。

核心考点 7：三角形与圆

1. 三角形的外接圆相关概念

经过三角形各顶点的圆叫做三角形的外接圆，外接圆的圆心叫做三角形的外心，这个三角形叫做圆的内接三角形．外心是三角形三条垂直平分线的交点，它到三角形的三个顶点的距离相等．

2. 三角形的内切圆

与三角形各边都相切的圆叫做三角形的内切圆，内切圆的圆心叫做三角形的内心，这个三角形叫做圆的外切三角形．内心是三角形三条角平分线的交点，它到三角形的三条边的距离相等．

核心考点 8：正多边形的有关概念

正多边形中心：正多边形的外接圆的圆心叫做这个正多边形的中心．

正多边形半径：正多边形外接圆的半径叫做正多边形半径．

正多边形中心角：正多边形每一边所对的圆心角叫做正多边形中心角．

正多边形边心距：正多边形中心到正多边形的一边的距离叫做正多边形的边心距．

核心考点 9：与圆有关的计算公式

1. 弧长和扇形面积的计算：扇形的弧长 $l = \frac{n\pi r}{180}$ ；扇形的面积 $S = \frac{n\pi r^2}{360} = \frac{1}{2}lr$ ．

2. 圆锥与侧面展开图

1) 圆锥侧面展开图是一个扇形，扇形的半径等于圆锥的母线，扇形的弧长等于圆锥的底面周长．

2) 若圆锥的底面半径为 r ，母线长为 l ，则这个扇形的半径为 l ，扇形的弧长为 $2\pi r$ ，

圆锥的侧面积为 $S_{\text{圆锥侧}} = \frac{1}{2}l \cdot 2\pi r = \pi rl$ ．圆锥的表面积： $S_{\text{圆锥表}} = S_{\text{圆锥侧}} + S_{\text{圆锥底}} = \pi rl + \pi r^2 = \pi r(l + r)$ ．

在求不规则图形的面积时，注意利用割补法与等积变化方法归为规则图形，再利用规则图形的公式求解．

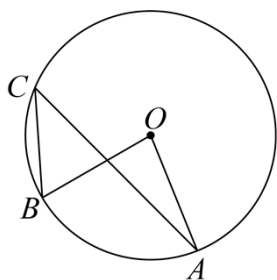


圆中最重要的有三个考点：其一，圆周角定理；其二，切线的性质与判定定理；其三，与圆有关的计算



1——考查圆周角定理

1. 如图， OA ， OB 是 $\odot O$ 的两条半径，点 C 在 $\odot O$ 上，若 $\angle C = 38^\circ$ ，则 $\angle AOB$ 的度数为（ ）



A . 38°

B . 76°

C . 80°

D . 60°



【答案】 B

【分析】 根据圆周角定理求解即可 .

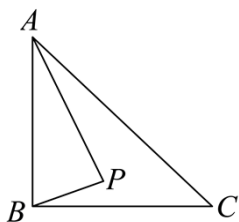
【详解】 解: $\because \angle AOB = 2\angle C$, $\angle C = 38^\circ$,

$\therefore \angle AOB = 76^\circ$,

故选: B .

【反思】 本题考查了圆周角定理, 熟练掌握一条弧所对圆周角等于它所对圆心角的一半是解题的关键 .

2 . 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB \perp BC$, $AB = 4$, $BC = 3$, P 是 $\triangle ABC$ 内部的一个动点, 且满足 $\angle PAB = \angle PBC$, 则线段 CP 长的最小值为 ()



A . $\sqrt{13} - 2$

B . 2

C . $\sqrt{11} - 2$

D . $\sqrt{7} - 2$



【答案】 A

【分析】 首先证明点 P 在以 AB 为直径的 $\odot O$ 上, 连接 OC 交 $\odot O$ 于点 P , 此时 PC 最小, 再利用勾股定理求出 OC 即可解决问题 .

【详解】 解: $\because AB \perp BC$,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$,

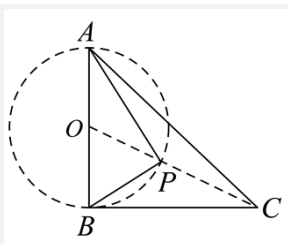
$\therefore \angle ABP + \angle PBC = 90^\circ$,

又 $\angle PAB = \angle PBC$,

$\therefore \angle ABP + \angle PAB = 90^\circ$,

$\therefore \angle APB = 90^\circ$,

$\therefore$ 点 P 在以 AB 为直径的 $\odot O$ 上, 连接 OC 交 $\odot O$ 于点 P , 此时 PC 最小,



在 $\text{Rt}\triangle BCO$ 中, $\angle OBC = 90^\circ$, $BC = 3$,

$$\therefore AB = 4,$$

$$\therefore OB = 2,$$

$$\therefore OC = \sqrt{OB^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13},$$

$$\therefore CP = OC - OP = \sqrt{13} - 2,$$

$$\therefore CP \text{ 最小值为 } \sqrt{13} - 2,$$

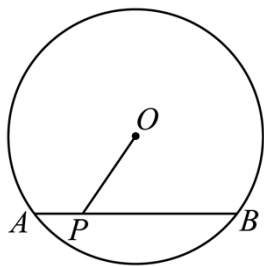
故选: A.

【反思】本题考查点与圆的位置关系、圆周角定理、动点线段最值问题等知识, 解题的关键是确定点 P 的位置, 学会求圆外一点到圆的最小、最大距离, 属于中考常考题型.



2——考查直线与圆的位置关系

3. 如图, AB 为 $\odot O$ 的弦, 点 P 在弦 AB 上, $BP = 9$, $AP = 3$, 点 O 到 AB 的距离为 5, 则 OP 长为 ()



A. 7

B. 8

C. $\sqrt{34}$

D. $\sqrt{41}$

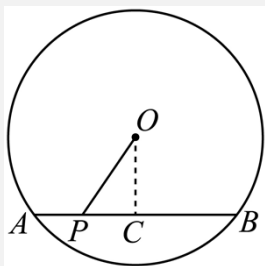


【答案】C

【分析】过点 O 作 $OC \perp AB$, 垂足为点 C , 根据垂径定理得到 $AB = 12$, $AC = BC = 6$, $OC = 5$, 从而得到 $PC = 3$, 根据勾股定理计算即可.

【详解】解: 过点 O 作 $OC \perp AB$, 垂足为点 C ,

因为 $BP = 9$, $AP = 3$, 点 O 到 AB 的距离为 5,



所以 $AB = 12$, $AC = BC = 6$, $OC = 5$,

所以 $PC = AC - PA = 6 - 3 = 3$,

所以 $OP = \sqrt{OC^2 + PC^2} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$.

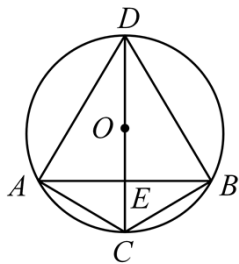
故选: C.

【反思】本题考查了垂径定理, 勾股定理, 熟练掌握垂径定理, 勾股定理是解题的关键.



3——考查垂径定理

4. 如图, CD 是 $\odot O$ 的直径, 弦 AB 垂直 CD 于点 E , 连接 AC , BC , AD , BD , 则下列结论不一定成立的是 ()



A. $AE = BE$

B. $CE = OE$

C. $AC = BC$

D. $AD = BD$



【答案】B

【分析】根据垂径定理对各选项进行逐一分析即可.

【详解】解: $\because CD$ 是 $\odot O$ 的直径, 弦 AB 垂直 CD 于点 E ,

$\therefore AE = BE$, $\widehat{AC} = \widehat{BC}$, $\widehat{AD} = \widehat{BD}$,

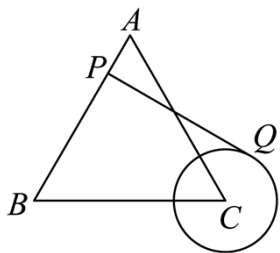
$\therefore AC = BC$, $AD = BD$,

而 $CE = OE$ 不一定成立,

故选: B.

【反思】本题考查的是垂径定理, 垂直于弦的直径平分这条弦, 并且平分弦所对的两条弧是解答此题的关键.

5. 如图, 已知 $\odot C$ 的半径为 $\sqrt{2}$, 正三角形 ABC 的边长为6, P 为 AB 边上的动点, 过点 P 作 $\odot C$ 的切线 PQ , 切点为 Q , 则 PQ 的最小值为 ()



A. 5

B. $\sqrt{34}$

C. $2\sqrt{10}$

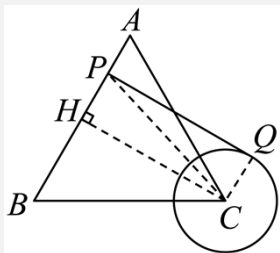
D. 6

詳解

【答案】A

【分析】连接 CQ 、 CP , 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于 H , 根据切线的性质得到 $CQ \perp PQ$, 根据勾股定理求出 PQ , 根据等边三角形的性质求出 CH , 根据垂线段最短解答即可.

【详解】解: 连接 CQ 、 CP , 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于 H ,



$\because PQ$ 是 $\odot C$ 的切线,

$\therefore CQ \perp PQ$,

$$\therefore PQ = \sqrt{CP^2 - CQ^2} = \sqrt{CP^2 - (\sqrt{2})^2},$$

当 $CP \perp AB$ 时, CP 最小, PQ 取最小值,

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$\therefore \angle B = 60^\circ$,

$\therefore \angle BCH = 30^\circ$,

$$\therefore BH = \frac{1}{2}BC = 3$$

$$\therefore CH = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore PQ \text{的最小值为: } \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = 5,$$

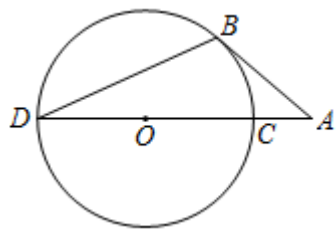
故选: A.

【反思】本题考查的是切线的性质、等边三角形的性质、垂线段最短，掌握圆的切线垂直于经过切点的半径是解题的关键。



5——考查切线的性质定理

6. 如图， AB 是 $\odot O$ 的切线， B 为切点，连接 AO 交 $\odot O$ 于点 C ，延长 AO 交 $\odot O$ 于点 D ，连接 BD 。若 $\angle A = 2\angle D$ ，且 $AB = 3$ ，则 AC 的长度是（ ）



A. 1

B. $3\sqrt{2}-3$

C. $3-\sqrt{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

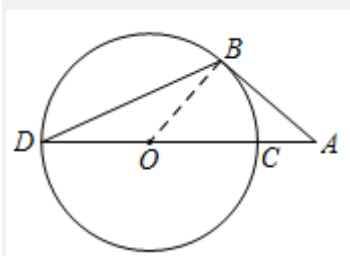


【答案】B

【分析】如图，连接 OB 。由圆周角定理可得 $\angle BOC = 2\angle D$ ，等量代换可得 $\angle A = \angle BOC$ ，进而可得 $OB = AB = 3$ ，根据切线的定义得出 $AB \perp OB$ ，利用勾股定理求出 $OA = 3\sqrt{2}$ ，则

$$AC = OA - OC = 3\sqrt{2} - 3.$$

【详解】解：如图，连接 OB 。



由圆周角定理可得 $\angle BOC = 2\angle D$ ，

$$\because \angle A = 2\angle D,$$

$$\therefore \angle A = \angle BOC,$$

$$\therefore OB = AB,$$

$$\because AB = 3,$$

$$\therefore OB = OC = 3.$$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的切线，

$$\therefore AB \perp OB,$$

$$\therefore OA = \sqrt{OB^2 + AB^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}.$$

$$\therefore AC = OA - OC = 3\sqrt{2} - 3.$$

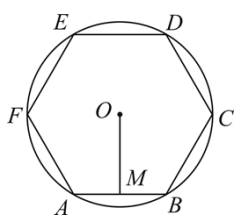
故选 B.

【反思】本题主要考查圆周角定理、切线的定义、勾股定理、等腰三角形的判定等知识点，利用圆周角定理得出 $\angle BOC = 2\angle D$ 是解答本题的关键.



6——考查正多边形与圆

7. 如图，正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$ ， $\odot O$ 的半径为 2，则边心距 OM 的长为 ()



A. 1

B. $\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{3}$

D. $4\sqrt{3}$



【答案】B

【分析】证明 $\triangle OAB$ 是等边三角形，得出 $AB = OA = 2$ ，由等边三角形的性质求出 AM ，再由勾股定理求出 OM 即可.

【详解】解：如图所示，连接 OA ， OB ，

$\because$ 六边形 $ABCDEF$ 为正六边形，

$$\angle AOB = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ,$$

$\because OA = OB$ ，

$\therefore \triangle OAB$ 是等边三角形，

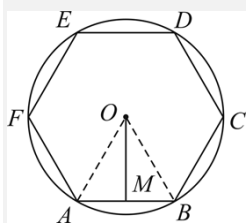
$\therefore AB = OA = 2$ ，

$\because OM \perp AB$ ，

$$\therefore AM = BM = \frac{1}{2}AB = 1,$$

$$\therefore OM = \sqrt{OA^2 - AM^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

故选：B.



【反思】本题考查了正多边形和圆，证明三角形是等边三角形是解决问题的关键．



6——考查圆锥的侧面积

8．圆锥的底面半径为40cm，母线长80cm，则它的侧面展开图的圆心角度数是（ ）

A． 180°

B． 150°

C． 120°

D． 90°



【答案】A

【分析】根据圆锥的底面半径求得圆锥的侧面展开扇形的弧长，再利用已知的母线长求得圆锥的侧面展开扇形的面积，再利用扇形的另一种面积的计算方法求得圆锥的侧面展开图的圆心角即可．

【详解】 $\because$ 圆锥的底面半径为40cm

$\therefore$ 圆锥的侧面展开扇形的弧长为 $2\pi r = 2 \times 40\pi = 80\pi$

$\because$ 母线长80cm

$\therefore$ 圆锥的侧面展开扇形的面积为 $\frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \times 80\pi \times 80 = 3200\pi$

$\therefore \frac{n\pi \times 80^2}{360} = 3200\pi$

解得， $n=180$

$\therefore$ 侧面展开图的圆心角度数为 180°

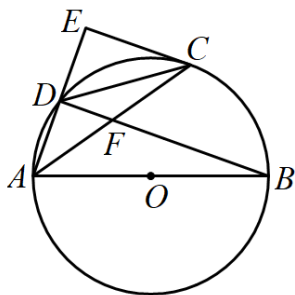
故答案选A．

【反思】本题考查圆锥的底面半径，侧面积，明确圆锥的侧面展开扇形与圆锥的侧面关系解题的关键．



7——考查切线的判定定理

9．如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C ， D 是 $\odot O$ 上两点， C 是 $\widehat{BD}$ 的中点，过点 C 作 AD 的垂线



(1) 求证: CE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\frac{DC}{DF} = \sqrt{6}$, 求 $\cos \angle ABD$ 的值.



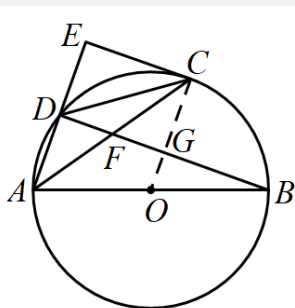
【答案】(1) 见解析

(2) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

【分析】(1) 连接 OC 交 BD 于点 G , 可证明四边形 $EDGC$ 是矩形, 可求得 $\angle ECG = 90^\circ$, 即可得证;

(2) 连接 BC , 设 $FG = x, OB = r$, 利用 $\frac{DC}{DF} = \sqrt{6}$, 设 $DF = t$, $DC = \sqrt{6}t$, 利用 $\text{Rt}\triangle BCG \sim \text{Rt}\triangle BFC$ 的性质求出 CG, OG , 利用勾股定理求出半径, 进而求解.

【详解】(1) 证明: 连接 OC 交 BD 于点 G ,



$\because$ 点 C 是 $\widehat{BD}$ 的中点,

$\therefore OC$ 垂直平分 BD ,

$\therefore \angle DGC = 90^\circ$,

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$,

$\therefore \angle EDB = 90^\circ$,

$\because CE \perp AE$,

$\therefore \angle E = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $EDGC$ 是矩形,

解得 $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}t$,

$$\therefore \cos \angle ABD = \frac{BG}{OB} = \frac{2t}{\frac{3\sqrt{2}t}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

【反思】本题综合考查了圆周角定理，勾股定理，切线的性质等知识，解决本题的关键是能够利用圆的对称性，得到垂直平分，利用相似与勾股定理的性质求出边，即可解答．

10. 如图1, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 D, F 在 $\odot O$ 上, $OD \perp AB$, 延长 AB 至点 C , 连接 DF , 交 AB 于点 E , 连接 CF , $CF = CE$.

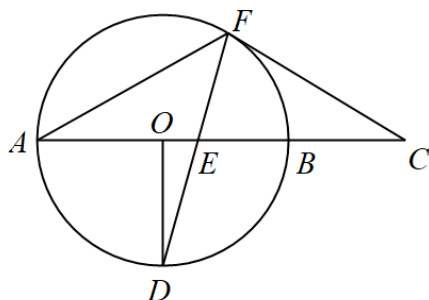


图1

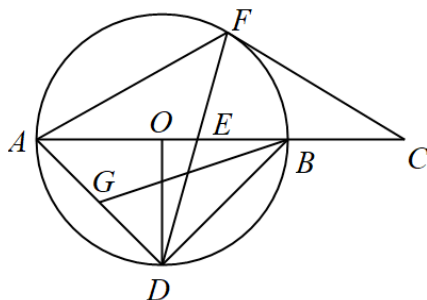


图2

(1) 证明: CF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 如图2, 连接 AD , G 是 AD 的中点, 连接 BG , 若 $CF = 5$, $BC = 3$, 求 $\tan \angle ABG$ 的值.



【分析】(1) 如图1, 连接 OF . 由等边对等角可得 $\angle ODF = \angle OFD$, $\angle CFE = \angle FEC$. 由对顶角相等可得 $\angle OED = \angle FEC$, 则 $\angle OED = \angle CFE$. 由题意知 $\angle DOE = 90^\circ$, 可证

$\angle CFE + \angle OFD = \angle OED + \angle ODE = 90^\circ$, 则 $\angle OFC = 90^\circ$, 即 $OF \perp CF$, 进而结论得证.

(2) 如图2, 过点 G 作 $GH \perp AB$ 于点 H . 由题意知, $\angle DAB = 45^\circ$, $\angle GHA = 90^\circ$, 则 $\angle AGH = 45^\circ$, 有 $AH = HG$, 由 $GH \perp AB$, $DO \perp AB$, 可得 $HG \parallel DO$, 进而可证 HG 为 $\triangle ADO$ 的中位线, 即

$HG = AH = \frac{1}{2}DO = \frac{1}{2}OB = \frac{1}{2}OA$, 可得 $OH = OA - AH = AH$, $BH = OH + OB = 3AH$, 在 $\text{Rt}\triangle BGH$ 中, $\tan \angle ABG = \frac{HG}{BH} = \frac{AH}{3AH}$, 计算求解即可.

【详解】(1) 证明: 如图, 连接 OF .



$\therefore CF$ 是 $\odot O$ 的切线.

图2

由题意知, $\angle DAB = 45^\circ$, $\angle GHA = 90^\circ$,

$$\therefore \angle AGH = 45^\circ,$$

$$\therefore AH = HG,$$

$$\because GH \perp AB, DO \perp AB,$$

$$\therefore HG \parallel DO,$$

$\therefore G$ 为 AD 中点,

$\therefore HG$ 为 $\triangle ADO$ 的中位线,

$$\therefore HG = AH = \frac{1}{2}DO = \frac{1}{2}OB = \frac{1}{2}OA,$$

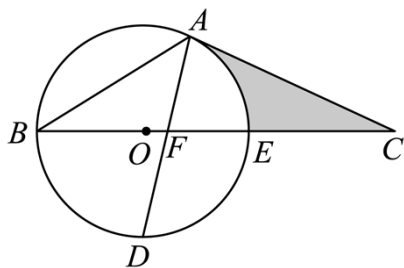
$$\therefore OH = OA - AH = AH, BH = OH + OB = 3AH,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BGH \text{ 中, } \tan \angle ABG = \frac{HG}{BH} = \frac{AH}{3AH} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \tan \angle ABG = \frac{1}{3}.$$

【反思】本题考查了等腰三角形的性质, 切线的判定, 垂径定理, 中位线, 正切等知识. 解题的关键在于对知识的熟练掌握并灵活运用.

11. 如图, 以 $\triangle ABC$ 的 BC 边上一点 O 为圆心的圆, 经过 A 、 B 两点, 且与 BC 边交于点 E , D 为 BE 的下半圆弧的中点, 连接 AD 交 BC 于 F , 若 $AC = FC$.



(1) 求证: AC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\angle ADB = 60^\circ$, $BD = 1$, 求阴影部分的面积.



【分析】(1) 连接 OA 、 OD , 易得 $\angle DOF = 90^\circ$, 证明 $\angle OAC = 90^\circ$, 即可得证;

(2) 连接 BD , 利用 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle OAC} - S_{\text{扇形} OAE}$, 进行求解即可.

【详解】(1) 证明: 连接 OA 、 OD ,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/078031013057006102>